

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра дифференциальных уравнений и математи-  
ческой экономики

**ИССЛЕДОВАНИЕ АППРОКСИМАТИВНЫХ СВОЙСТВ  
ОПЕРАТОРОВ, ИСПОЛЬЗУЮЩИХ  
СИНК-АППРОКСИМАЦИИ**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 451 группы  
направления 38.03.05 — Бизнес-информатика

механико-математического факультета  
Ханина Никиты Александровича

Научный руководитель  
профессор, д. ф.-м. н., доцент \_\_\_\_\_

А. Ю. Трынин

Заведующий кафедрой  
зав. кафедрой, д. ф.-м. н., профессор \_\_\_\_\_

С. И. Дудов

Саратов 2025

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы:** В современной математике и анализе данных особое внимание уделяется методам аппроксимации, позволяющим эффективно восстанавливать и предсказывать поведение сложных процессов. Одним из мощных инструментов в этой области являются синк-аппроксимации, основанные на функции sinc. Эти методы широко применяются в теории сигналов, численном анализе и финансовой математике.

В условиях высокой волатильности финансовых рынков возрастает потребность в точных и эффективных методах анализа временных рядов. Классические технические индикаторы широко используются трейдерами для идентификации рыночных тенденций и точек разворота. Однако их дискретная природа и зависимость от параметров сглаживания ограничивают точность прогнозирования.

Применение синк-аппроксимаций в обработке финансовых данных является малоизученной областью и открывает новые возможности для повышения точности индикаторов. Синк-функции, обладающие свойствами идеальной интерполяции и подавления высокочастотных шумов, позволяют улучшить сглаживание временных рядов и снизить уровень ложных сигналов.

Актуальность исследования обусловлена необходимостью разработки адаптивных методов аппроксимации, которые сочетают математическую строгость с практической применимостью в алгоритмической торговле.

**Цель работы:** исследовать аппроксимативные свойства операторов на основе синк-функций применительно к задаче приближения Чудесного Осциллятора и оценить его эффективность на исторических данных акций Московской биржи.

### **Задачи работы:**

1. Провести обзор теоретических и математических основ синк-аппроксимаций, операторов и технических индикаторов.
2. Разработать алгоритм приближения индикатора с использованием синк-функций (реализация на Python).
3. Сравнить точность стандартного и аппроксимированного индикаторов на исторических данных.

**Практическая значимость** результатов работы заключается в возможности их использования в алгоритмической торговле для снижения числа ложных сигналов и повышения успешности торговли, а также в анализе больших финансовых временных рядов как альтернатива традиционным методам сглаживания.

**Методы исследования** включают теоретический анализ литературы и статей по синк-аппроксимациям и техническим индикаторам, применение численных методов и реализацию алгоритма на Python, а также статистический анализ для сравнения метрик точности.

**Структура работы.** Бакалаврская работа состоит из введения, трех глав, заключения. В первой главе рассматриваются теоретические основы синк-аппроксимаций, операторы на их основе, обзор торговых индикаторов и перспективы применения синк-аппроксимации. Вторая глава посвящена методике исследования, описанию данных, алгоритму аппроксимации и метрикам сравнения эффективности. В третьей главе представлены результаты практического исследования, анализ эффективности, ограничения метода и перспективы дальнейшего развития.

### **Основное содержание работы**

**Первый раздел "Теоретические основы аппроксимаций и их применение"** описывает математические основы синк-аппроксимаций, их свойства и применены в различных областях, включая финансовый анализ.

Синк-функция (sinc-функция) определяется как:

$$\text{sinc}(x) = \begin{cases} \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$$

Синк-аппроксимация функции  $f(x)$  основана на теореме Котельникова-Найквиста-Шеннона о дискретизации и восстановлении сигналов. Для функции с ограниченным спектром синк-аппроксимация имеет вид:

$$f(x) \approx \sum_{n=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{n}{2W}\right) \text{sinc}(2Wx - n)$$

где  $W$  - полоса частот. Для практических целей эта бесконечная сумма

усекается до конечного числа членов.

В контексте финансовых временных рядов синк-аппроксимации предоставляют ряд преимуществ: подавление шума, интерполяция и экстраполяция пропущенных и будущих значений, адаптивная фильтрация с настройкой степени сглаживания в зависимости от локальной волатильности рынка.

Операторы на основе синк-аппроксимаций представляют собой математические отображения, преобразующие функции из одного пространства в другое. Основные типы таких операторов включают:

1. Классический оператор Уиттекера-Шеннона:

$$(W_h f)(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kh) \cdot \operatorname{sinc}\left(\frac{x - kh}{h}\right)$$

2. Операторы с локализованным ядром

$$(L_h f)(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kh) \cdot \operatorname{sinc}\left(\frac{x - kh}{h}\right) \cdot \varphi\left(\frac{x - kh}{h}\right)$$

где  $\varphi(t)$  - функция-модификатор, обеспечивающая более быстрое убывание.

3. Адаптивные операторы синк-аппроксимации, позволяющие варьировать параметры в зависимости от локальных свойств сигнала.

Для выполнения практической части была использована модифицированная версия классического оператора Уиттекера-Шеннона с локализованным ядром:

$$A_\lambda(f, x) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (s_{k-1, \lambda}(x) + s_{k, \lambda}(x)) f(x_{k, \lambda}),$$

где

$$s_{k, \lambda}(x) f(x_{k, \lambda}) \equiv \frac{(-1)^k \sin n\pi x}{n\pi - k\pi} f\left(\frac{k\pi}{n}\right), \quad x_{k, \lambda} = \frac{k\pi}{n}.$$

В разделе о торговых индикаторах в финансовом анализе рассматриваются различные категории индикаторов: трендовые, осцилляторы, индикаторы

торы волатильности, объема и ценовых уровней. Особое внимание уделяется осцилляторам, которые колеблются в заданном диапазоне и предназначены для выявления областей перекупленности и перепроданности рынка.

Для практической работы был выбран Чудесный Осциллятор (Awesome Oscillator, АО), разработанный Биллом Уильямсом. АО представляет собой разницу между 5-периодным и 34-периодным простыми скользящими средними, рассчитанными по медианным ценам:

$$AO = SMA_5 \left( \frac{High + Low}{2} \right) - SMA_{34} \left( \frac{High + Low}{2} \right)$$

где:

- $SMA_5$  – 5-периодная простая скользящая средняя медианных цен
- $SMA_{34}$  – 34-периодная простая скользящая средняя медианных цен
- $High$  – максимальная цена периода
- $Low$  – минимальная цена периода

Индикатор АО генерирует несколько типов торговых сигналов: пересечение нулевой линии, формирование вершин и впадин (Saucer), расхождение (Divergence) и сигналы двух пиков (Twin Peaks).

Несмотря на популярность, классический АО имеет ряд ограничений: задержка сигналов, чувствительность к шуму, отсутствие адаптивности, проблемы "пилы" и интерполяции. Эти ограничения создают предпосылки для применения более совершенных методов аппроксимации, таких как синк-аппроксимация.

Применение синк-аппроксимации к индикатору АО потенциально может привести к значительным улучшениям его характеристик:

- Уменьшение задержки сигнала благодаря более точному моделированию динамики цены.
- Повышение точности сигналов за счет более эффективного выделения значимых ценовых движений из рыночного шума.
- Улучшенная адаптация к различным таймфреймам.
- Устойчивость к гэпам и нерегулярностям в данных.

Таким образом, первый раздел формирует теоретическую базу, необходимую для дальнейшего исследования аппроксимативных свойств и приближения Чудесного Осциллятора.

**Второй раздел "Методика исследования и алгоритмы"** посвящен описанию данных для дальнейшей работы, алгоритму аппроксимации и метрикам сравнения эффективности стандартного и приближенного индикаторов.

Для практической части исследования были использованы исторические данные с Московской биржи, полученные с помощью библиотеки `mexalgo`. Были отобраны акции компаний из различных секторов экономики:

- Энергетический: Газпром (GAZP), Роснефть (ROSN)
- Финансовый: Сбербанк (SBER), ВТБ (VTBR)
- Металлургия и добыча: Норильский Никель (GMKN), Северсталь (CHMF)
- Потребительский: М.Видео (MVID), Магнит (MGNT)
- Телекоммуникации: МТС (MTSS), Ростелеком (RTKM)

Исследование охватывало шестилетний период с января 2019 по декабрь 2024 года, включающий различные фазы рыночного цикла: стабильный рынок, период высокой волатильности во время пандемии COVID-19, восстановление после пандемии, геополитические кризисы. Для анализа использовался часовой таймфрейм (1-часовые свечи).

Каждая запись в наборе данных содержала информацию о дате и времени, цене открытия, максимальной цене, минимальной цене, цене закрытия и объеме торгов (формат OHLCV).

Основные этапы алгоритма включают:

1. Расчет стандартного индикатора АО
2. Применение оператора синк-аппроксимации к значениям АО
3. Нормализацию результата и формирование итогового аппроксимированного индикатора

В программной реализации для расчета стандартного АО использовалась функция:

```
def calculate_awesome_oscillator(data, short_period=5, long_period=34):  
    hl2 = (data['High'] + data['Low']) / 2 # Средняя цена свечи  
    sma_short = hl2.rolling(window=short_period).mean()  
    sma_long = hl2.rolling(window=long_period).mean()  
    ao = sma_short - sma_long  
    return ao
```

Для применения синк-аппроксимации была реализована функция:

```
def sinc_approximation(f_vals, n=100):  
    # Подготовка индексов для аппроксимации  
    x_indices = np.arange(len(f_vals))  
    approx = np.zeros_like(f_vals, dtype=np.float64)  
  
    # Выполняем свёртку с синк-функцией  
    for i in range(len(f_vals)):  
        sinc_kernel = np.sinc((x_indices - i) / n) # Используем np.sinc, которая уже включает  
        approx[i] = np.sum(f_vals * sinc_kernel) / np.sum(sinc_kernel)  
  
    return approx
```

Важным параметром является  $n$ , который контролирует ширину ядра синк-функции и степень сглаживания. Более высокие значения  $n$  приводят к более сильному сглаживанию, в то время как меньшие значения лучше сохраняют локальные особенности сигнала.

Алгоритм формирует торговые сигналы на основе следующих правил:

1. Сигнал на покупку: когда индикатор пересекает нулевую линию снизу вверх
2. Сигнал на продажу: когда индикатор пересекает нулевую линию сверху вниз

Для объективной оценки эффективности использовались следующие метрики:

1. Процент успешных сделок:

$$\text{Процент успешн. сделок} = \frac{\text{Успешные сделки}}{\text{Общее кол-во сделок}} \times 100\%$$

2. Итоговый депозит и доходность, показывающие изменение капитала после выполнения всех сгенерированных сигналов:

$$\text{Доходность} = \left( \frac{\text{Финальный депозит}}{\text{Начальный депозит}} - 1 \right) \times 100\%$$

3. Общее количество сигналов для оценки чувствительности индикатора к изменениям рыночной ситуации.

Для наглядного сравнения стандартного и аппроксимированного индикаторов также использовались визуальные методы: построение совмещенных графиков индикаторов и графиков цены с отметками сигналов на покупку и продажу.

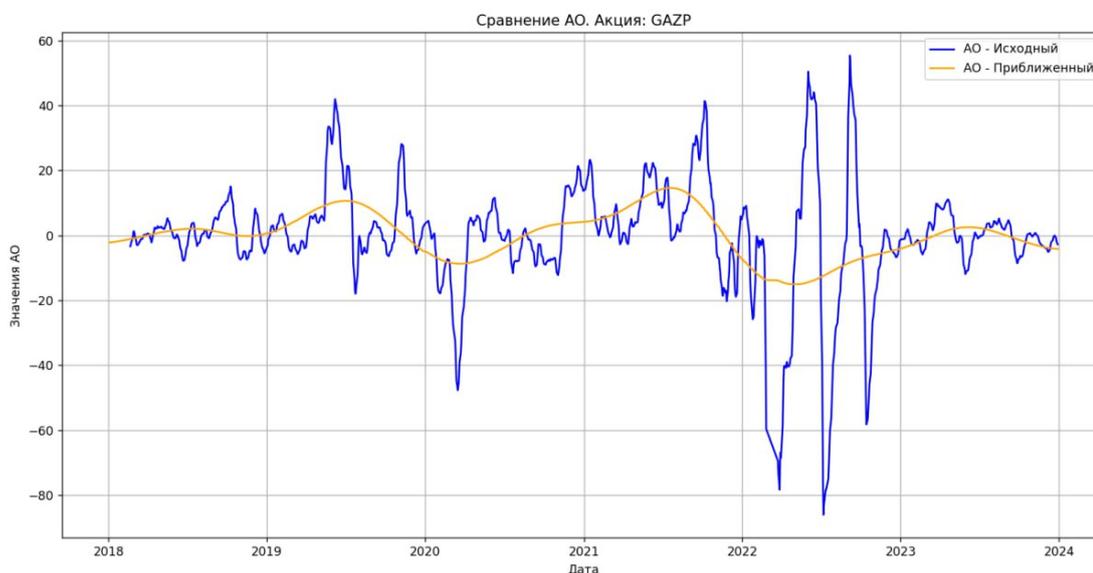


Рисунок 1 – Совмещенный график индикаторов

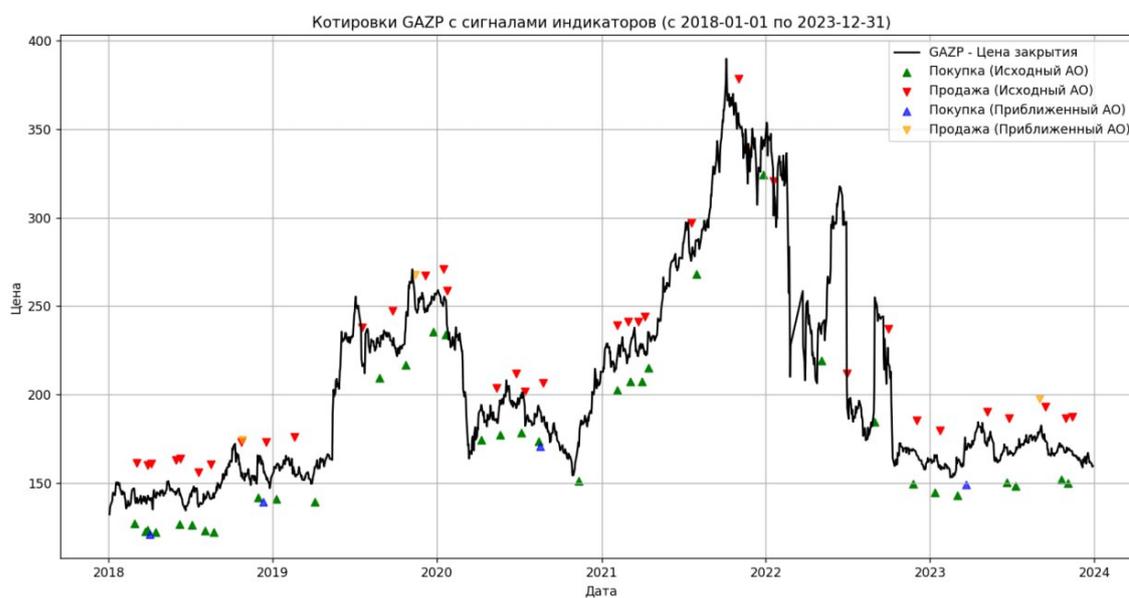


Рисунок 2 – График цены с отметками сигналов индикаторов

Написанная программа на языке Python считает и выводит следующие показатели:

```
Общее количество сигналов на покупку (Исходный АО): 70
Общее количество сигналов на продажу (Исходный АО): 70
Процент успешных сделок (Исходный АО): 38.57%
Начальный депозит: $10000.00
Итоговый депозит (Исходный АО): $10965.92
Доходность (Исходный АО): 9.66%

Общее количество сигналов на покупку (Приближенный АО): 11
Общее количество сигналов на продажу (Приближенный АО): 12
Процент успешных сделок (Приближенный АО): 90.91%
Начальный депозит: $10000.00
Итоговый депозит (Приближенный АО): $14329.89
Доходность (Приближенный АО): 43.30%

=== СРАВНЕНИЕ СТРАТЕГИЙ ===
Индикатор Approximate АО более прибыльный: $14329.89 против $10965.92
Разница: $3363.97 (30.68%)
```

Рисунок 3 – Результат программы

Результаты данного раздела стали основой для дальнейшего объемного сравнения работы стандартного и аппроксимированного индикаторов.

**В третьем разделе "Практическое исследование и результаты"** был проведен эксперимент по сравнению эффективности классического индикатора АО и его модифицированной версии с использованием синк-аппроксимации.

Для определения оптимального значения параметра  $n$  в синк-аппроксимации был проведен многопараметрический анализ с варьированием параметра  $n$  в диапазоне от 15 до 300. Тестирование проводилось для пяти компаний (Сбербанк, Газпром, Норильский никель, Магнит, МТС) Результаты показали, что:

- При  $n < 30$  аппроксимация недостаточно сглаживает сигнал, сохраняя большую часть шумовых компонентов, т.е. процент успешных сделок низкий.
- При  $n > 150$  наблюдается избыточное сглаживание, приводящее к значительной задержке сигналов и уменьшению их количества.
- Наилучшие результаты с точки зрения баланса между количеством сигналов, их успешностью и итоговой доходностью были получены при

значении  $n = 100$ , которое было выбрано для дальнейшего анализа.

Анализ эффективности проводился путем сравнения работы стандартного индикатора АО и его аппроксимированной версии на исторических данных акций десяти компаний из пяти секторов экономики за шестилетний период (2019-2024). Результаты анализа представлены в нескольких разрезах: по отдельным компаниям, по секторам экономики и по годам.

### **Количество сигналов**

Первой заметной особенностью синк-аппроксимированного индикатора является значительное сокращение общего количества генерируемых торговых сигналов. Данные показывают, что аппроксимированный индикатор генерирует в среднем на 85.06% меньше сигналов на часовом таймфрейме.

В среднем, стандартный индикатор АО генерировал 68.3 сигнала в год для каждой акции, тогда как аппроксимированный индикатор — только 10.2 сигнала. Это существенное преимущество, поскольку избыточное количество сигналов является распространенной проблемой индикатора АО, особенно в периоды высокой волатильности и флэтовых движений рынка.

Сокращение количества сигналов не является самоцелью, но в сочетании с повышением процента успешных сделок свидетельствует об эффективной фильтрации ложных сигналов, что критически важно для практического применения индикатора.

### **Успешность сделок**

Синк-аппроксимация существенно повышает успешность торговых сигналов. Стандартный индикатор АО демонстрирует успешность, равную в среднем 35.91%, что делает его применение в чистом виде практически неэффективным.

Применение синк-аппроксимации радикально меняет ситуацию, увеличивая среднюю успешность сделок до 87.26%, что соответствует улучшению на 143.01%. Это подтверждает, что сокращение количества сигналов сопровождается значительным повышением их качества. Такой уровень успешности делает аппроксимированный индикатор пригодным для практического применения в реальных торговых стратегиях.

### **Доходность**

Ключевой метрикой для оценки эффективности торговой стратегии яв-

ляется доходность, которая показывает, насколько изменился бы начальный капитал при последовательном исполнении всех сигналов индикатора.

Результаты анализа доходности особенно показательны: аппроксимированный индикатор продемонстрировал улучшение доходности более чем в 3 раза. Средняя годовая доходность для стандартного индикатора АО составила 27.78%, тогда как для аппроксимированного индикатора — 84.38%.

### **Анализ по секторам экономики**

Для более детального понимания эффективности предложенного метода был проведен секторальный анализ. Результаты показывают, что вне зависимости от сектора экономики, аппроксимированный индикатор генерировал значительно более успешные сигналы, чем стандартный:

### **Анализ по годам**

Проведенный анализ по годам позволяет проследить эффективность обоих методов в разные периоды времени. Успешность сделок при использовании синк-аппроксимации стабильно высока во все годы (от 73% до 93%).

В 2022 году наблюдалась наименьшая успешность сделок при использовании синк-аппроксимации (73.04%), однако этот показатель все равно почти вдвое превышает успешность стандартного метода. 2019 был самым сложным годом с точки зрения доходности, но даже тогда синк-аппроксимация обеспечила положительный результат.

**В приложениях** представлен исходный программный код для приближения индикатора и реализации сравнения стандартного и приближенного индикатора на языке программирования Python.

**В заключении** можно сказать, что главная цель достигнута, все поставленные задачи выполнены. Практическая часть продемонстрировала значительные преимущества применения синк-аппроксимации для модификации технического индикатора АО.