

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра дифференциальных уравнений и математической экономики

Решение задачи монополиста в сфере быстрого питания в г. Саратове с
использованием минимаксной аппроксимации зависимости объёма
спроса от цены

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студента 4 курса 441 группы

направления - 09.03.03 Прикладная информатика в экономике

механико-математического факультета

Масленникова Ильи Павловича

Научный руководитель
доцент, к.ф.-м.н., доцент

И.Ю.Выгодчикова

Заведующий кафедрой:
зав.кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

С.И. Дудов

Саратов 2025

Введение. В условиях современной рыночной экономики проблема монополизации отдельных сегментов потребительского рынка сохраняет свою актуальность. Особенно это касается сферы быстрого питания, где локальные игроки могут доминировать в определенных районах, формируя ценовую политику, влияющую на покупательскую способность населения. В г. Саратове, где рынок фастфуда динамично развивается, но при этом остается достаточно локализованным, задача оптимального ценообразования для монополиста приобретает особую значимость.

Несмотря на существование классических методов анализа спроса, таких как линейная регрессия или эконометрические модели, их применение в условиях ограниченных и зашумленных данных может приводить к значительным погрешностям. В связи с этим возникает необходимость в использовании более устойчивых методов аппроксимации, способных минимизировать влияние выбросов и неточностей в исходных данных.

Актуальность данного исследования обусловлена потребностью в разработке математического инструментария, позволяющего монополисту в сфере быстрого питания г. Саратова определять оптимальную цену и объем производства на основе достоверного прогноза спроса. Применение минимаксной аппроксимации в данной задаче позволяет снизить влияние аномальных значений и повысить точность моделирования.

Целью настоящей работы является разработка математической модели и программного инструмента для решения задачи монополиста с использованием минимаксной аппроксимации функции спроса от цены.

Для достижения поставленной цели в работе решаются следующие **задачи:**

- провести анализ существующих методов аппроксимации данных и обосновать выбор минимаксного подхода;;
- формализовать задачу максимизации прибыли монополиста с учетом зависимости спроса от цены;

- разработать алгоритм аппроксимации функции спроса на основе реальных рыночных данных;
- реализовать информационно-аналитическую систему для поддержки принятия решений с использованием Python и специализированных библиотек;
- провести вычислительный эксперимент и оценить эффективность предложенного метода.

Структура и объём работы. Бакалаврская включает введение, пять разделов основной части, заключение, список использованных источников и приложения. Общий объем работы составляет 51 страницу. Список литературы содержит 22 наименований.

Раздел 1. Метод аппроксимации.

Раздел 2. Постановка задачи монополиста.

Раздел 3. Вычислительный эксперимент.

Раздел 4. Информационно-аналитическая система.

Раздел 5. Примеры применения системы.

Основное содержание работы. Работа посвящено разработке модели ценообразования для монополиста в сфере быстрого питания г. Саратова на основе минимаксной аппроксимации. Полученные результаты позволяют оптимизировать прибыль предприятия с учетом реальных рыночных данных.

Во введении представлены основные сведения о теме бакалаврской работы, обосновывается её актуальность, формулируются цель и задачи исследования.

Первый раздел посвящен рассмотрению в условиях специфического рынка быстрого питания г. Саратова, характеризующегося высокой концентрацией локальных игроков в отдельных районах города, проблемы оптимального ценообразования для предприятий-монополистов, которая приобретает особую актуальность. Ключевая сложность заключается в необходимости точного моделирования нелинейной зависимости объема спроса от цены при наличии следующих факторов:

Анализ специфики рынка быстрого питания г. Саратова выявил ряд существенных особенностей, осложняющих процесс моделирования спроса. Наиболее значимой проблемой является нестабильность рыночных данных, проявляющаяся в виде существенных сезонных колебаний (например, заметного снижения спроса в летний период), влияния макроэкономической ситуации на покупательную способность населения, а также конкурентных действий даже в условиях локальной монополии. Особую сложность представляет проблема выбросов в данных, вызванных маркетинговыми акциями (разовыми скидками и спецпредложениями), влиянием внешних событий (погодных аномалий или городских мероприятий), а также ошибками сбора и регистрации информации. Дополнительным ограничением выступает недостаточный объем исторических данных для надежных оценок, что связано как с высокой стоимостью сбора качественной рыночной информации, так и с быстрой изменчивостью потребительских предпочтений.

Как показывают исследования Pindyck и Rubinfeld (2023), традиционные методы анализа, в частности метод наименьших квадратов (МНК), демонстрируют существенные недостатки при работе с подобными данными. К ним относятся высокая чувствительность к аномальным значениям, неадекватная реакция на нелинейные зависимости и проблемы сходимости при малых выборках, что делает их применение в условиях саратовского рынка быстрого питания крайне ограниченным.

Для решения поставленной задачи был проведен детальный анализ существующих методов аппроксимации. Линейная регрессия, несмотря на простоту реализации и интерпретируемость результатов, оказывается неспособной адекватно отражать реальные нелинейные зависимости спроса, что существенно ограничивает ее применение лишь предварительным анализом. Полиномиальная аппроксимация, обладая большей гибкостью и возможностью учета нелинейных эффектов (например, через квадратичную модель спроса $Q(p) = a_0 + a_1p + a_2p^2$), демонстрирует склонность к переобучению и неустойчивость при экстраполяции. Методы сплайнов и

интерполяции, обеспечивая высокую точность на известных данных, требуют значительного объема информации и обладают плохой экстраполяционной способностью.

В этом контексте минимаксная аппроксимация, основанная на принципе минимизации максимального отклонения ($\min \max |f(x) - \varphi(x)|$), представляет собой оптимальное решение. Ее ключевые преимущества включают робастность к выбросам и аномалиям, гарантированную сходимость при ограниченных данных и возможность учета дополнительных ограничений. Математическая формализация метода выражается через задачу $\min \max |Q_i - f(p_i)|$, $i=1..n$ при ограничениях $g(p) \leq 0$. Практическая реализация метода предполагает использование линейного программирования, итеративных алгоритмов Ремеза и возможность весового учета различных точек данных.

Минимаксный подход находит широкое применение в экономическом моделировании, особенно в таких областях, как ценообразование (оптимизация ценовой политики в условиях неопределенности, учет эластичности спроса), прогнозирование спроса (построение надежных прогнозов при ограниченных данных, учет региональных особенностей) и задачи оптимизации производства (определение оптимального объема выпуска, балансировка между издержками и выручкой). Применительно к рынку быстрого питания г. Саратова данный метод позволяет точно оценивать ценовую эластичность спроса по районам города, минимизировать риски ошибочного ценообразования, учитывать локальные особенности (транспортную доступность, демографическую ситуацию) и оптимизировать ассортиментную политику.

Проведенный анализ позволяет выделить три группы преимуществ минимаксного подхода. Теоретические преимущества включают математическую строгость и обоснованность, устойчивость к нарушениям предпосылок и гибкость в учете различных ограничений. Практические достоинства метода проявляются в его совместимости с современными вычислительными инструментами:

- Python: SciPy, CVXPY, Pyomo;

- MATLAB: Optimization Toolbox;
- специализированное ПО: GAMS, AMPL.

Возможность интеграции с системами поддержки принятия решений и наглядности результатов для менеджмента. Перспективы применения метода связаны с развитием адаптивных алгоритмов для динамических рынков, интеграцией с методами машинного обучения и созданием комплексных систем ценового мониторинга.

Таким образом, минимаксная аппроксимация представляет собой оптимальный метод для решения задачи монополиста в условиях саратовского рынка быстрого питания, успешно сочетая теоретическую строгость с практической применимостью. В следующем разделе данный метод будет применен для формализации конкретной задачи максимизации прибыли с учетом выявленных особенностей рынка.

Во втором разделе описан процесс постановки задачи монополиста.

В рамках данного исследования рассматривается актуальная проблема ценообразования для предприятий, занимающих монопольное положение на рынке быстрого питания Саратова. Центральной задачей работы, является разработка математического аппарата для определения оптимального уровня цен, обеспечивающего максимальную прибыль при заданных рыночных условиях.

$$\pi(p) = (p - c) \cdot D(p),$$

Математическая постановка задачи основана на классической модели максимизации прибыли, где ключевыми параметрами выступают: цена реализации продукции p , удельные издержки производства c и функция спроса $D(p)$, отражающая зависимость объема продаж от установленной цены. Особое значение в данной модели имеет характер функции спроса, который в реальных рыночных условиях имеет выраженную нелинейность.

Ключевые особенности задачи:

- Нелинейный характер функции спроса $D(p)$;

- Наличием значительных шумов и выбросов в исходных данных, вызванных маркетинговыми акциями, сезонными колебаниями и другими внешними факторами;

- Необходимостью учета ограничений на диапазон допустимых цен, определяемых как рыночными условиями, так и регуляторными требованиями:

$$p \in [p_{\min}, p_{\max}]$$

Для решения применяется минимаксный подход, основанный на оптимизационной задаче $\min \max |D_i - f(p_i)|$, где $f(p)$ - аппроксимирующая функция, обладающий рядом принципиальных преимуществ. Данный метод позволяет эффективно работать с нелинейными зависимостями, демонстрирует высокую устойчивость к аномальным значениям и сохраняет работоспособность даже при ограниченном объеме исходной информации.

Практическая реализация алгоритма выполнена с использованием современных средств вычислительной математики - библиотек SciPy и NumPy языка программирования Python. Это обеспечивает возможность получения конкретных практических рекомендаций, которые могут быть непосредственно использованы предприятиями при формировании своей ценовой политики.

Третий раздел содержит практические результаты применения минимаксного подхода к анализу данных сети быстрого питания Саратова. На основе реальных данных о ценах и объемах продаж была построена нелинейная модель спроса, учитывающая особенности местного рынка.

Эксперимент показал, что зависимость спроса от цены лучше всего описывается квадратичной функцией. Полученная модель продемонстрировала хорошую точность прогнозирования со средней ошибкой всего 4.2 единицы объема, что существенно лучше традиционных линейных методов.

Применение модели для оптимизации ценообразования позволило определить оптимальный уровень цены в 89.5 рублей, который обеспечивает максимальную прибыль в 2463 рубля за расчетный период. Анализ чувствительности показал устойчивость решения к изменениям параметров -

колебания издержек или коэффициентов модели вызывают лишь незначительные изменения оптимальной цены.

Метод	Ошибка	Прибыль
Минимакс	4.2	2463
МНК (линейная)	5.5	2218
МНК (квадрат.)	4.8	2385

Рисунок 1 – Сравнение применения методов для оптимизации

В соответствии с рисунком 1 (Рисунок 1), сравнение с альтернативными методами подтвердило преимущества минимаксного подхода. По сравнению с классическими методами наименьших квадратов, разработанная модель обеспечивает на 10-15% более точные прогнозы и позволяет увеличить расчетную прибыль на 8-12%. Эти результаты особенно значимы для предприятий, работающих в условиях нестабильного спроса и ограниченности данных.

В четвертом разделе была разработана специализированная аналитическая система, предназначенная для поддержки принятия ценовых решений предприятиями быстрого питания. Система построена на модульной архитектуре, что обеспечивает гибкость и возможность дальнейшего расширения функционала.

Основу системы составляет вычислительный модуль, реализованный на языке Python. Для обработки данных и математических расчетов используются библиотеки NumPy и SciPy, обеспечивающие высокую производительность даже при работе с большими массивами информации. Визуализация результатов выполняется с помощью библиотеки Matplotlib, что позволяет наглядно представлять аналитику руководству предприятия.

Ключевые функциональные возможности системы включают:

- импорт и предварительную обработку рыночных данных;

- построение моделей спроса с использованием различных методов аппроксимации;

- расчет оптимальных ценовых параметров;

- анализ чувствительности и оценку рисков

- формирование отчетов и рекомендаций.

Особенностью системы является реализованный алгоритм адаптивного обучения, который позволяет автоматически корректировать параметры моделей при поступлении новых данных. Это особенно важно для динамичного рынка быстрого питания, где потребительские предпочтения могут быстро меняться.

Для удобства пользователей разработан интуитивно понятный интерфейс, позволяющий:

- настраивать параметры анализа;

- сравнивать различные сценарии ценообразования;

- экспортировать результаты в стандартных форматах.

Пример базовой функции расчета оптимальной цены представлен на рисунке 2 (Рисунок 2).

```
def calculate_optimal_price(demand_data, cost):  
    model = fit_minimax_model(demand_data)  
    price_range = np.linspace(50, 150, 100)  
    profits = [(p - cost) * model.predict(p) for p in price_range]  
    return price_range[np.argmax(profits)]
```

Рисунок 2 – Базовая функция расчета оптимальной цены

Система успешно апробирована на данных нескольких предприятий быстрого питания Саратова, показав свою эффективность как для стратегического планирования, так и для оперативного управления ценообразованием. Внедрение разработанного решения позволяет предприятиям повысить точность ценовых решений и увеличить маржинальность бизнеса в среднем на 7-12%.

В пятом разделе был разработан эффективный инструмент поддержки принятия решений для предприятий быстрого питания. Апробация системы на

реальных данных одной из крупных сетей Саратова подтвердила ее практическую ценность и экономическую эффективность.

Основные результаты внедрения:

- для стандартного набора продукции (бургеры, картофель фри, напитки) система предложила оптимальные цены, которые в среднем на 8-12% отличались от действующих. Реализация этих рекомендаций позволила увеличить ежемесячную прибыль предприятия на 15-18%;

- особенно значительный эффект был достигнут для сезонных позиций меню. Аналитический модуль точно предсказал изменение эластичности спроса в зависимости от времени года и предложил соответствующую корректировку ценовой политики;

- система успешно выявила несколько "неочевидных" ценовых решений. Например, для некоторых категорий товаров было рекомендовано не повышать, а снижать цены, что привело к увеличению общего объема продаж и совокупной прибыли.

Полученные результаты демонстрируют, что применение минимаксного подхода к анализу данных позволяет выявлять скрытые закономерности потребительского поведения и находить оптимальные ценовые решения даже в условиях ограниченной информации. Разработанная система показала свою эффективность как для повседневного ценообразования, так и для стратегического планирования ассортиментной политики.

Важным преимуществом предложенного решения является его адаптивность - система способна учитывать изменения рыночной конъюнктуры и автоматически корректировать рекомендации при поступлении новых данных. Это особенно ценно для динамичного рынка быстрого питания, где факторы влияния на спрос постоянно меняются.

Перспективы дальнейшего развития системы связаны с расширением ее функциональных возможностей, в частности, за счет интеграции с CRM-системами и автоматизации процессов сбора рыночных данных. Это позволит еще больше повысить точность прогнозов и эффективность ценовых решений.

Заключение. Проведенное исследование успешно решило поставленные задачи по разработке и внедрению методики оптимального ценообразования для предприятий быстрого питания. Основным научным достижением стало создание и практическая реализация минимаксного подхода к моделированию спроса, доказавшего свою эффективность в условиях нестабильного рынка и ограниченности данных.

Ключевые результаты работы включают:

- разработку точной математической модели зависимости спроса от цены;
- создание алгоритма определения прибылемаксимизирующих цен;
- построение информационно-аналитической системы на Python с использованием современных библиотек (SciPy, NumPy, Matplotlib).

В ходе работы была разработана комплексная методика, позволяющая предприятиям быстрого питания принимать обоснованные ценовые решения даже в условиях высокой рыночной неопределенности. Использование минимаксной аппроксимации позволило создать надежную модель, которая успешно справляется с такими типичными проблемами отрасли, как нелинейность данных, наличие выбросов и ограниченность статистической информации.

Особое внимание было уделено практической реализации системы. Применение современных технологических решений на базе Python обеспечило не только высокую точность расчетов, но и удобство использования инструмента в реальных бизнес-процессах. Разработанная система продемонстрировала свою эффективность при тестировании на данных саратовского рынка, где ее внедрение позволило достичь значительного экономического эффекта.

Полученные результаты открывают новые перспективы для совершенствования методов ценообразования в сфере общественного питания. Дальнейшее развитие проекта может быть направлено на расширение функциональных возможностей системы и ее адаптацию к различным

рыночным условиям, что сделает данный инструмент еще более востребованным среди предприятий отрасли.