МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математического анализа

Двоичные базисные сплайны в обработке информации

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 2 курса 218 группы

направление **01.04.02 – Прикладная математика и информатика**

механико-математического факультета

Трофимовой Оксаны Павловны

Научный руководитель
Профессор, д.ф.-м.н., профессор _______________ С.Ф. Лукомский

Заведующий кафедрой
И.о.зав.кафедрой, к.ф.-м.н., доцент _______________ Е.В. Разумовская

Саратов 2025

Введение. Теория сплайнов и сплайн-аппроксимаций представляет собой весьма важный и интенсивно развивающийся раздел теории приближения функций.

Термин сплайн и теория интерполирования сплайнами берёт начало со статьи Айзека Шонберга в 1946 году. Особую популярность сплайны получили в теории приближения из-за, задачи интерполяции. В настоящее время интерполяционные сплайны чаще всего применяются в системах автоматизированного проектирования (САПР). Однако их практическое применение не ограничивается лишь построением кривых. Многие физические процессы по своей сути являются сплайнами. Сплайны были использованы в методе ломаных Эйлера для интегрирования дифференциальных уравнений. Также сплайны были использованы для доказательства теоремы Вейерштрасса и в задачах квадратурных формул. Сплайны также использовались в исследованиях Н. П. Корнейчука о приближении дифференцируемых функций, а также в работах В. М. Тихомирова по поперечникам функциональных классов и Ю. Н. Субботина функциональной интерполяции.

Преимуществом сплайнов перед обычной интерполяцией является, во-первых, их сходимость и, во-вторых, устойчивость процесса вычислений.

Целью данной работы является изучение двоичных базисных сплайнов, построение интерполяционных сплайнов при $\varphi = \psi(\frac{n}{2}x)$ и $\varphi = \psi(\frac{n}{4}x)$, интерполяция функций двух переменных с помощью двоичных сплайнов.

В первой главе описываются свойства функций Радемахера, свойства рядов Уолша в нумерации Пэли, построение двоичного базисного сплайна второй степени.

Вторая глава посвящена построению интерполяционных сплайнов при $\varphi = \psi(\frac{n}{2}x)$ и $\varphi = \psi(\frac{n}{4}x)$. Также рассматривается задача интерполяции функций, заданных таблично, и в параметрической форме.

В третьей главе будет рассмотрен алгоритм Чайкина и интерполяционного сплайна при $\psi(\frac{n}{4}x)$ с интерполяцией в точках с нечетными номерами и со склейкой в точках с четными номерами.

В четвертой главе подробнее будет рассмотрено нахождение начального условия m_0.

В пятой главе рассмотрим интерполяцию двоичными базисными сплайнами функций двух переменных.

Основное содержание работы.

Построение двоичного базисного сплайна второй степени. Пусть $If(x) = \int\limits_0^x f(t)dt \quad x \in [0,1]$ – оператор интегрирования, $r_k(x) = \operatorname{sign}(\sin(2^{k+1}\pi x))$ – функции Радемахера, $W_{2^{n-1}}(x) = \prod\limits_{k=0}^{n-1} r_k(x)$ – функции Уолша.

Определение 1. Будем называть двоичным базисным сплайном N-й степени от n-й функции Уолша функцию

$$\psi_{n,N}(x) = \begin{cases} Q(n,N)I^N W_{2^n-1}(x), & x \in [0,1], \\ 0, & x \notin [0,1], \end{cases} \tag{1}$$

где $Q(n,N)$ – нормирующий коэффициент функции $\psi_{n,N}(x)$ в пространстве $C[0,1]$, $N \leq n$.

Рассмотрим двоичный базисный сплайн 2-й степени

$$\psi(x) = \begin{cases} (4I)^2 W_3(x), & x \in [0,1], \\ 0, & x \notin [0,1]. \end{cases} \tag{2}$$

Найдем этот сплайн, дважды проинтегрировав функцию $W_3(x)$:

$$\psi(x) = (4I)^2 W_3(x) = \begin{cases} 8x^2, & x \in [0, \frac{1}{4}), \\ -8(x-\frac{1}{2})^2 + 1, & x \in [\frac{1}{4}, \frac{3}{4}), \\ 8(x-1)^2, & x \in [\frac{3}{4}, 1), \\ 0 & x \notin [0,1]. \end{cases} \tag{3}$$

Очевидно, что $\psi(x)$ – кусочно-монотонная функция, совпадающая с многочленом 2-й степени на каждом отрезке $[\frac{k}{4}, \frac{k+1}{4}]$ $(k = 0,1,2,3)$. Функция ψ симметрична относительно точки $x = \frac{1}{2}$.

Теорема 1. При всех $x \in \mathbb{R}$ справедливы равенства

$$\sum_{n\in\mathbb{N}} \psi(x + \tfrac{n}{4}) = 2, \quad \sum_{n\in\mathbb{N}} \psi(x + \tfrac{n}{2}) = 1, \tag{4}$$

Теорема 2. Совокупность функций $\psi\left(x - \dfrac{n}{4}\right)$ $(n \geqslant -3,\ n \neq -1)$ образует базис в пространстве $Q_2[0, +\infty]$.

Интерполяция двоичными базисными сплайнами функции одной переменной. Пусть $n \in \mathbb{N}$, $n \geqslant 4$ — фиксировано; далее, пусть функция $y = f(x)$ определена и непрерывна вместе со своей производной на отрезке отрезке $[0, 1]$, и на этом отрезке задана сетка ω: $x_i = \dfrac{i}{n}$, $i = \overline{0, n}$.

Обозначим значения функции $f(x)$ в узлах сетки ω через $y_i = f(x_i)$.

Определение 2. Говорят, что сплайн $S(x)$ степени p, построенный по системе узлов ω, интерполирует функцию $f(x)$, если выполняются равенства $S(x_i) = y_i$, $i = \overline{0, n}$.

Для построения интерполяционного сплайна при помощи двоичных базисных сплайнов 2-й степени будем рассматривать сжатия функции $\psi(x)$.

Интерполяция вершинами. Выбираем натуральное число n и образуем функцию $\varphi(x) = \psi(\frac{n}{2}x)$, которая есть сжатие функции $\varphi(x)$ в $\frac{n}{2}$ раз по оси OX.

Рассмотрим заданную интерполяционную задачу. Пусть $f(x)$ непрерывна на $[0, 1]$, $x_k = \frac{k}{n}$ $(k = \overline{0, n})$ – равномерная сетка на $[0, 1]$. Через $S(x)$ обозначим интерполяционный сплайн 2-й степени, совпадающий с $f(x)$ в узлах x_k, который построим следующим образом:

0-й шаг. Полагаем

$$S_0(x) = f(0)\varphi\left(x + \frac{1}{n}\right)$$

при этом $S_0(x_0) = S_0(0) = f_0\varphi\left(0 + \frac{1}{n}\right) = f_0\psi\left(\frac{1}{n}\frac{n}{2}\right) = f_0\left(\frac{1}{2}\right) = f(0)$.

1-й шаг. Полагаем $S_1(x) = S_0(x) + f_1\left(\frac{1}{n}\right)\varphi(x)$. Тогда $S_1(0) = f(0)$ и $S_1(\frac{1}{n}) = f(\frac{1}{n})$.

2-й шаг. Полагаем

$$S_1(x) = S_0(x) + f_1\left(\frac{2}{n}\right)\varphi\left(x - \frac{1}{n}\right).$$

Тогда $S_2(0) = f(0)$, $S_2(\frac{1}{n}) = f(\frac{1}{n})$ и $S_2(\frac{2}{n}) = f(\frac{2}{n})$.

k-й шаг.

$$S_k(x) = S_{k-1}(x) + f\left(\frac{k}{n}\right)\varphi\left(x - \frac{k-1}{n}\right)$$

Тогда после k-го шага $S_k(\frac{j}{n}) = f(\frac{j}{n})$, $(j = 1, 2, ..., k)$.

Наконец полагаем $S(x) = S_n(x)$. Очевидно, и в этом случае $S(x)$ интерполирует функцию $f(x)$ в узлах сетки ω.

Теорема 3. Для $x \in [x_{k-1}, x_k]$ $(k = \overline{1, n})$ справедлива оценка

$$|f(x) - S(x)| \leqslant 2\omega(h, f), \tag{5}$$

где $\omega(h, f) = \sup\limits_{|x - x_k| < \frac{1}{n}} |f(x) - f(x_k)|$ — модуль непрерывности функции $f(x)$ на равномерной сетке ω.

Интерполяция четвертями. При фиксированном $n \in \mathbb{N}$, $n > 4$, определим функцию $\varphi(x) := \psi(\frac{n}{4}x)$. Для нее $supp\varphi = [0, \frac{n}{4}]$, φ есть многочлен 2-й степени на каждом отрезке $[\frac{i-1}{n}, \frac{i}{n}]$, $\varphi'(0) = \varphi'(\frac{2}{n}) = \varphi'(\frac{4}{n}) = 0$, $\varphi'(\frac{1}{n}) = n$, $\varphi'(\frac{3}{n}) = -n$.

Рассмотрим следующую интерполяционную задачу. Пусть $f(x)$ непрерывна на $[0, 1]$, $x_k = \frac{k}{n}$ $(k = \overline{0, n})$ — равномерная сетка на $[0, 1]$. Через $S(x)$ обозначим интерполяционный сплайн 2-й степени, совпадающий с $f(x)$ в узлах x_k, который построим следующим образом:

(-1)-й шаг. Пусть $M_0 \in \mathbb{R}$ произвольно. Полагаем $S_{-1}(x) = -\frac{M_0}{n}\varphi\left(x + \frac{3}{n}\right)$. В этом случае $S'_{-1}(0) = M_0$.

0-й шаг. Определим $S_0(x)$ равенством

$$S_0(x) = S_{-1} + \varphi\left(x - \frac{2}{n}\right)\left(f\left(\frac{0}{n}\right) - S_{-1}\left(\frac{0}{n}\right)\right).$$

В этом случае $S_0(0) = f(0)$, $S'_0(0) = M_0$.

1-й шаг. Определим $S_1(x)$ равенством

$$S_1(x) = S_0 + 2\varphi\Big(x\Big)\Big(f\Big(\frac{1}{n}\Big) - S_0\Big(\frac{1}{n}\Big)\Big).$$

k-й шаг. $(1 \le k \le n)$

$$S_k(x) = S_{k-1} + 2\varphi\Big(x - \frac{k-1}{n}\Big)\Big(f\Big(\frac{k}{n}\Big) - S_{k-1}\Big(\frac{k}{n}\Big)\Big).$$

После k-го шага, $S_k(\frac{j}{n}) = f(\frac{j}{n})$, $(j = 1, 2, ..., k)$.

Наконец полагаем $S_*(x) = S_n(x)$. Очевидно, что $S_*(x)$ интерполирует функцию $f(x)$ в узлах $x_k = \frac{k}{n}$ $(k = 1, 2, ..., n)$ и $S'(0) = M_0$.

Интерполяция функции, заданной таблично с помощью двоичных базисных сплайнов 2-й степени. Имеем исходные данные в соответствии с таблицей 1. Для интерполяции данной функции воспользуемся сплайнами $S(x)$ и $S_*(x)$, и сравним результаты.

x	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
y	0.0	2.0	1.0	3.0	1.5	2.0	4.0	2.0	3.5	0.0	4.0

Таблица 1 — $f(x)$

На рисунке 1 представлен график искомой ломанной $f(x)$ и сплайна $S(x)$, полученного сдвигами функции $\varphi(x) = \psi(\frac{n}{2}x)$. Из графика видно, что сплайн $S(x)$ проходит через заданные узлы x_i $(i = 1, 2, ..., 11)$ и через серидины отрезков $[x_i, x_{i+1}]$ $(i = 1, 2, ..., 10)$.

На рисунке 2 представлен график искомой ломанной $f(x)$ и сплайна $S(x)$, полученного сдвигами функции $\varphi(x) = \psi(\frac{n}{4}x)$. Из графика видно, что сплайн $S_*(x)$ проходит через заданные узлы x_i $(i = 1, 2, ..., 10)$, но создает сильные всплески между узлами.

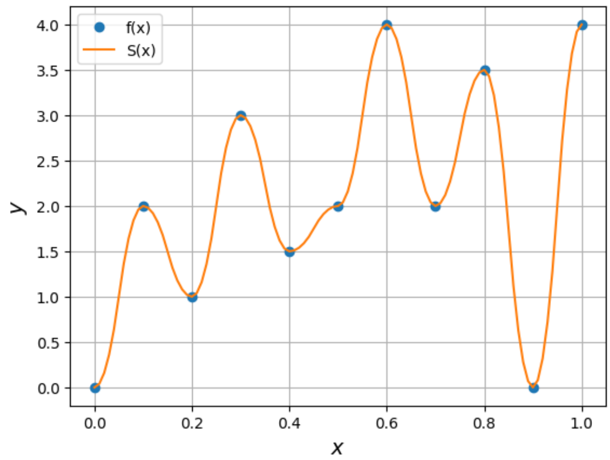

Рисунок 1 — Интерполяция функции, заданной таблично, сплайном $S(x)$, полученным сдвигами функции $\varphi(x) = \psi(\frac{n}{2}x)$

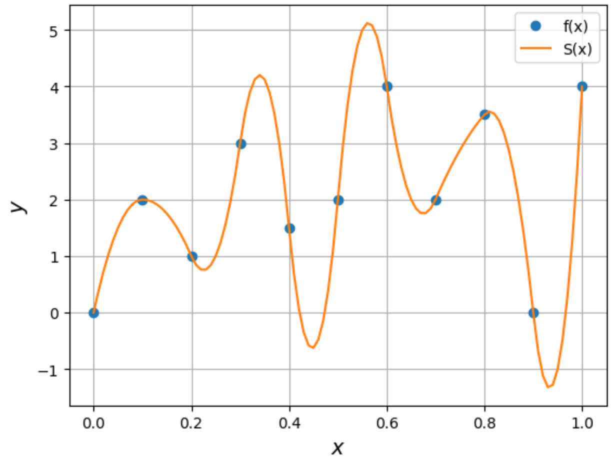

Рисунок 2 — Интерполяция функции, заданной таблично, сплайном $S_*(x)$, полученным сдвигами функции $\varphi(x) = \psi(\frac{n}{4}x)$ при $M_0 = 40$

Интерполяция параметрической кривой с помощью двоичных базисных сплайнов 2-й степени. Рассмотрим задачу интерполяции параметрической кривой. Пусть параметр $t \in [0,1]$, $t_i = \frac{i}{4}$, где $i = \overline{0,4}$ и заданы функции

$$\begin{cases} x = \frac{\cos 2\pi t}{2} + \frac{1}{2}, \\ y = \frac{\sin 2\pi t}{2} + \frac{1}{2}, \end{cases} \tag{6}$$

т.е. заданы значения, представленные в соответствии с таблицей 2.

t	0	0.25	0.5	0.75	1
x	1	0.5	0	0.5	1
y	0.5	1	0.5	0	0.5

Таблица 2 — $f(x)$

Воспользуемся сплайном $S_*(x)$ для интерполяции параметрической кривой, по каждой из переменных x и y. В соответствии с рисунком 3 представлены графики искомой окружности, сплайн-функция $S_*(x)$ и узлы интерполяции. Как видно на рисунке, полученный результат близок к исходной функции, являющейся окружностью.

Для более точного приближения увеличим количество узлов, в соответствии с таблицей 3 заданы новые значения точек интерполяции. В этом случае интерполяционный сплайн $S_*(x)$, представлен в соответствии с рисунком 4. Таким образом, увеличение числа узлов действительно помогает лучше приблизить исходную функцию.

t	0	0.125	0.25	0.375	0.5	0.625	0.75	0.875	1
x	1	$\frac{2+\sqrt{2}}{4}$	0.5	$\frac{2-\sqrt{2}}{4}$	0	$\frac{2-\sqrt{2}}{4}$	0.5	$\frac{2+\sqrt{2}}{4}$	1
y	0.5	$\frac{2+\sqrt{2}}{4}$	1	$\frac{2+\sqrt{2}}{4}$	0.5	$\frac{2-\sqrt{2}}{4}$	0	$\frac{2-\sqrt{2}}{4}$	0.5

Таблица 3 — Параметрическая кривая. Входные данные увеличены в два раза

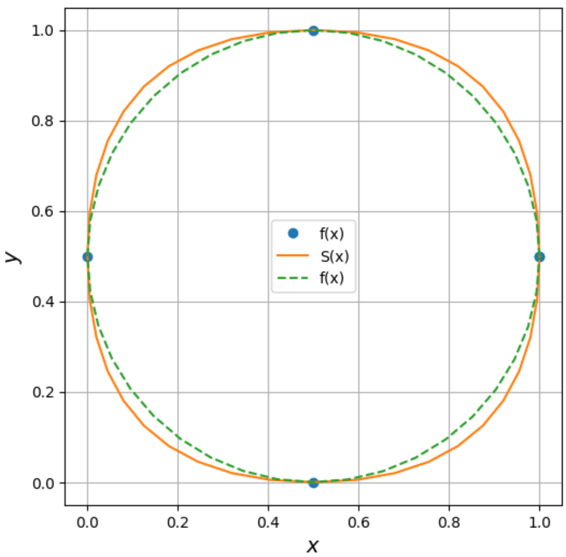

Рисунок 3 — Интерполяция окружности $f(x)$ сплайном $S_*(x)$ при $M_0^x = 0$ и $M_0^y = 4$

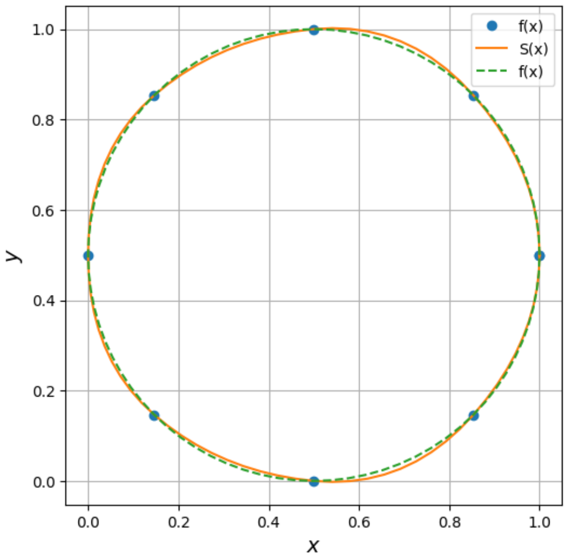

Рисунок 4 — Интерполяция окружности $f(x)$ сплайном $S_*(x)$ при $M_0^x = 0$ и $M_0^y = 3$

Алгоритм Чайкина. В алгоритме Чайкина подразделение начинается с исходной кривой с определенными точками P_0, P_1, ..., P_n, для каждого шага разбиения создаются новые вершины между точками P_i, P_{i+1}. Новые точки вычисляются с помощью уравнения

$$\begin{aligned} q_{2i}^{k+1} &= \frac{3}{4}p_i^k + \frac{1}{4}p_{i+1}^k \\ q_{2i+1}^{k+1} &= \frac{1}{4}p_i^k + \frac{3}{4}p_{i+1}^k \end{aligned} \tag{7}$$

Предел последовательности управляющих многоугольников, сгенерированных алгоритмом Чайкина, сходится к квадратичной однородной кривой B-сплайна.

Интерполяция сплайнами как метод Чайкина. Пусть нам дана исходная система точек $M_k\{k = 0, ..., n\}$, которая приближенно определяет кривую. Необходимо построить кривую, которую определяют эти точки.

Определим новую систему точек, среди которых точки с нечетными номерами будут точками интерполяции, а точки с четными номерами точками склейки. Добавляем середины отрезков $[M_k, M_{k+1}]$ – это точки с координатами $\left(\frac{x_k+x_{k+1}}{2}, \frac{y_k+y_{k+1}}{2}\right)$. Строим интерполяционный многочлен по этой системе точек так, что интерполяция будет в нечетных точках (x_{2k+1}, y_{2k+1}), $k = 0, 1, ..., n-1$.

Опишем построение интерполяционного сплайна с новой системой точек.

Пусть $\varphi(x) = \psi\left(\frac{xn}{4}\right)$. Тогда $\operatorname{supp}\varphi(x) = \left[0, \frac{4}{n}\right]$, $\varphi(x)$ есть многочлен 2-й степени на отрезках $\left[\frac{j}{n}, \frac{j+1}{n}\right]$, $j = \overline{0,3}$ с точками склейки $x_k = \frac{k}{n}$ $(k = 1, 2, 3)$. $f(x)$ определена на отрезке $[0, 1]$, $x_k = \frac{k}{2n}$, $(k = 0, 1, \ldots, 2n)$ – система узлов.

После добавления точек с нечетными номерами (это середины отрезков) получаем, что в алгоритме Чайкина даны точки $M_0 = (x_0, y_0), M_2 = (x_2, y_2), M_4 = (x_4, y_4), ..., M_{2n}(x_{2n}, y_{2n})$.

Интерполируем в точках $(x_1, y_1), (x_3, y_3), (x_5, y_5), ..., (x_{2n-1}, y_{2n-1})$, которые есть середины отрезков M_{2k}, M_{2k+1}.

Сплайн $S(x)$ строим рекурсивно.

-1-й шаг. Строим $S_{-1}(x)$ так, чтобы $S_{-1}(0) = m_0 \simeq f'(0)$.

$$S_{-1}(x) = m_0 \frac{\varphi\left(x + \frac{3}{n}\right)}{\varphi'\left(\frac{3}{n}\right)} \Rightarrow S'_{-1}(0) = m_0.$$

0-й шаг. $S_0(x) = S_{-1}(x) + (f(0) - S_{-1}(0))\varphi\left(x + \frac{2}{n}\right) \Rightarrow S_0(0) = f(0)$ и $S'_0(0) = m_0 \simeq f'(0)$.

1-й шаг. Определяем сплайн $S(x)$ на отрезке $[0, x_2] = [0, \frac{1}{n}]$ равенством

$$S_1(x) = S_0(x) + \frac{\varphi(x)}{\varphi\left(\frac{1}{2n}\right)}\left(f\left(\frac{1}{2n}\right) - S_0\left(\frac{1}{2n}\right)\right)$$

Таким образом, $S(x)$ определен на отрезке $[0, x_2] = \left[0, \frac{1}{n}\right]$, причем $S'(0) = m_0$, $S(0) = f(0)$, $S\left(\frac{1}{2n}\right) = f\left(\frac{1}{2n}\right)$.

k-й шаг. Определим $S(x)$ на отрезке $[x_{2k}, x_{2(k+1)}]$ равенством

$$S_k(x) = S_{k-1}(x) + \frac{\varphi\left(x - \frac{2(k-1)}{2n}\right)}{\varphi\left(\frac{1}{2n}\right)}\left(f\left(\frac{2k-1}{2n}\right) - S_{k-1}\left(\frac{2k-1}{2n}\right)\right),$$

где $(k = \overline{0, n-1})$.

После $n-1$ шага получаем сплайн $S(x) = S_n(x)$, который интерполирует функцию $f(x)$ в точках $x_{2k+1} = \frac{2k+1}{2n}$ $(k = \overline{0, n-1})$. Полученный сплайн определен неоднозначно, он зависит от m_0.

На рисунке 5 представлен график искомой ломанной $f(x)$ и сплайна $S(x)$, полученного сдвигами функции $\varphi(x) = \psi(\frac{n}{4}x)$. Из графика видно, что сплайн $S(x)$ проходит через середины отрезков заданной ломаной. Полученный сплайн сравнивается с кривой, полученной алгоритмом Чайкина.

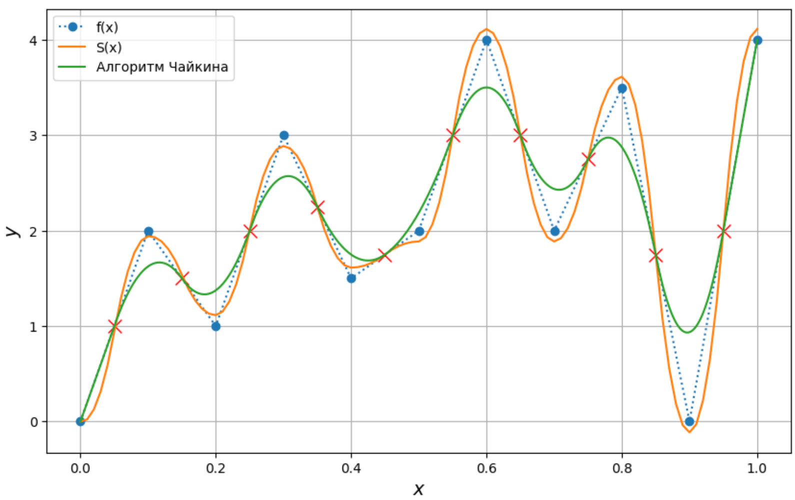

Рисунок 5 — Интерполяция функции, заданной таблично сплайном $S(x)$, полученного сдвигами функции $\varphi(x) = \psi(\frac{n}{4}x)$ при $M_0 = 0.1$

Рассмотрим задачу приближения параметрической кривой. Пусть параметр $t \in [0, 1]$, $t_i = \frac{i}{4}$, где $i = \overline{0, 4}$ и заданы функции

$$\begin{cases} x = \cos 8t + 1, \\ y = \sin 2\pi t + 1, \end{cases} \tag{8}$$

т.е. заданы значения, представленные в соответствии с таблицей 4.

t	0.0	0.125	0.25	0.375	0.5	0.625	0.75	0.875	1.0
x	2.000	1.540	0.584	0.010	0.346	1.284	1.960	1.754	0.855
y	1.000	1.706	1.999	1.708	1.002	0.294	0.000	0.291	0.919

Таблица 4 — $f(x)$

Добавляем середины отрезков $[M_k, M_{k+1}]$ – это точки с координатами $\left(\frac{x_k+x_{k+1}}{2}, \frac{y_k+y_{k+1}}{2}\right)$.

Для восстановления параметрической кривой, необходимо построить сплайны по точкам (t_i, x_i) и (t_i, y_i). Строим интерполяционный многочлен по этой системе точек так, что интерполяция будет в нечетных точках (t_{2k+1}, x_{2k+1}) и (t_{2k+1}, y_{2k+1}), $k = 0, 1, ..., n-1$, а в четных точках (t_{2k}, x_{2k}) и (t_{2k}, y_{2k}), $k = 0, 1, ..., n-1$ будет склейка. В соответствии с рисунком (6) мы видим результат работы алгоритма.

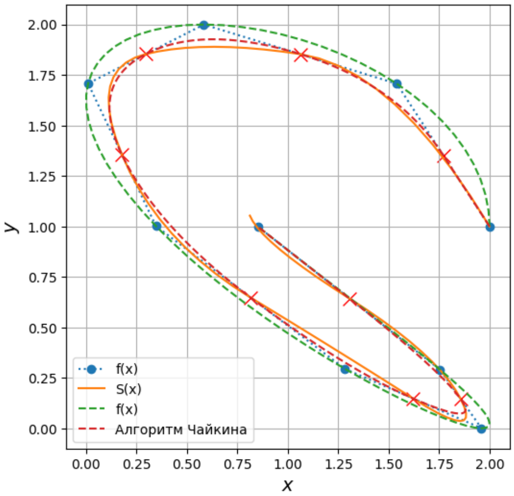

Рисунок 6 — Интерполяция функции, заданной таблично сплайном $S_*(x)$, полученного сдвигами функции $\varphi(x) = \psi(\frac{n}{4}x)$ при $M_0^x = 7.5$ и $M_0^y = -12.5$

Интерполяция двоичными базисными сплайнами функций двух переменных. В случае двух переменных сплайны позволяют строить гладкие поверхности, проходящие через заданные точки или приближающие данные с минимальной погрешностью.

Пусть в прямоугольной области $R = [a, b] \times [c, d] = \big\{(x, y)\big| a \leqslant x \leqslant b,\ c \leqslant y \leqslant d\big\}$ задана сетка $\omega = \omega_x \times \omega_y$, где

$$\begin{aligned} \omega_x :&\ \ a = x_0 < x_1 < \ldots < x_{m-1} < x_m = b, \\ \omega_y :&\ \ \ c = y_0 < y_1 < \ldots < y_{n-1} < y_n = d. \end{aligned}$$

Пусть на прямоугольнике R определена функция $z = f(x, y)$ со значениями в узлах $z_{ij} = f(x_i, y_j)$, $i = 0, 1, \ldots, m$, $j = 0, 1, \ldots, n$.

Рассмотрим построение двумерного интерполяционного сплайна $S(x, y)$, который будет представлен в виде квадратичного полинома по x с коэффициентами, которые тоже являются квадратичными сплайнами по y. Таким образом, функция примет следующий вид:

$$S(x, y) = \sum_{i=0}^{m} \sum_{j=0}^{n} z_{ij} \varphi\left(x - \frac{i-1}{m}\right) \varphi\left(y - \frac{j-1}{n}\right), \quad \varphi(x) = \psi\left(x \frac{n}{2}\right). \tag{9}$$

Рассмотрим теперь задачу восстановления поверхности. Пусть $(x, y) \in R = [0, 1] \times [0, 1]$ и задана сетка ω так, что $\omega = \omega_x \times \omega_y$.

На этой сетке определим функцию $z = x^2 + y^2$ со значениями в узлах $z_{ij} = x_i^2 + y_j^2$ и восстановим ее по этим значениям при помощи сплайна $S(x, y)$ в (9). В соответствии с таблицей 5 представлены исходные точки, в которых проводится интерполяция. В соответствии с рисунком 7 представлен график исходной поверхности. В соответствии с рисунком 8 представлены исходные точки и значения сплайна $S(x, y)$.

y \ x	0	0.25	0.5	0.75	1
0	0	1/16	4/16	9/16	1
0.25	1/16	2/16	5/16	10/16	17/16
0.5	4/16	5/16	8/16	13/16	20/16
0.75	9/16	10/16	13/16	18/16	25/16
1	1	17/16	20/16	25/16	2

Таблица 5 — Входные данные

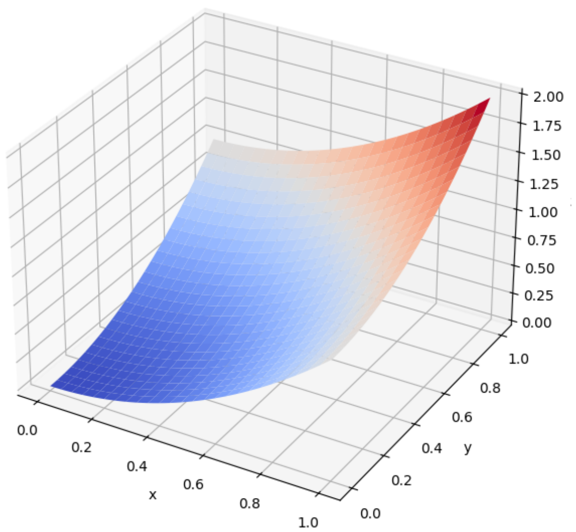

Рисунок 7 — Исходная функция $z = x^2 + y^2$

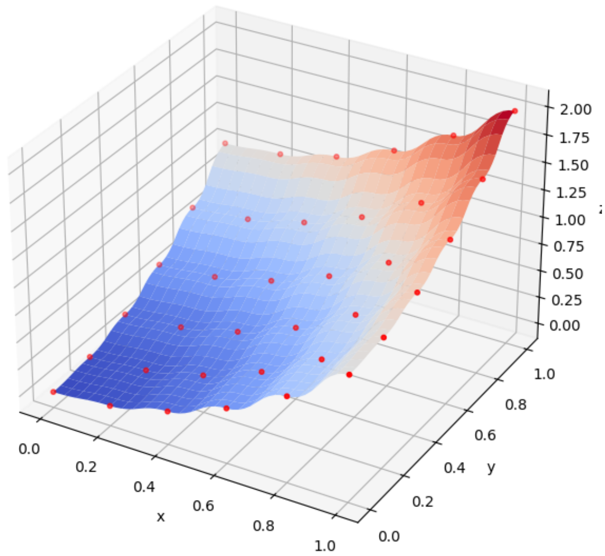

Рисунок 8 — Интерполяция поверхности сплайном $S(x, y)$

Заключение. Были построены двоичные базисные сплайны степени несколькими способами. Проинтерполирована функция, заданная таблично. Рассмотрена задача интерполяции параметрической кривой. Рассмотрена задача интерполяции функций двух переменных с помощью двоичных сплайнов. Алгоритмы были выполнены на языке программирования Python 3.8. Результатом работы являются построенные графики самих функций и сплайнов.

Был изучен итерационный алгоритм Чайкина. Алгоритм также был выполнен на языке программирования Python 3.8. Результатом работы являются построенные графики.