

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра теории функций и стохастического анализа

**РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО ПРОДУКТА ДЛЯ ОЦЕНКИ
ВОЛАТИЛЬНОСТИ АКЦИЙ РОССИЙСКИХ КОМПАНИЙ**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 451 группы
направления 38.03.05 — Бизнес-информатика

механико-математического факультета
Ершовой Виктории Вячеславовны

Научный руководитель
зав. каф., д. ф.-м. н., доцент

С. П. Сидоров

Заведующий кафедрой
д. ф.-м. н., доцент

С. П. Сидоров

Саратов 2025

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. В условиях современного финансового рынка прогнозирование волатильности акций российских компаний становится одной из наиболее значимых задач для инвесторов и аналитиков. Волатильность, как мера изменчивости цен на финансовые инструменты, служит важным индикатором риска и играет ключевую роль в процессе принятия инвестиционных решений. Особенно актуально это для акций российских компаний, которые подвержены влиянию как внутренних экономических факторов, так и внешних политических и экономических условий.

С учетом текущей экономической ситуации в России, характеризующейся высокой степенью неопределенности, волатильность акций значительно возросла. Это создает как риски, так и возможности для инвесторов, подчеркивая необходимость точного прогнозирования волатильности. Эффективные методы прогнозирования позволяют не только минимизировать потенциальные потери, но и выявлять перспективные инвестиционные возможности, что особенно важно в условиях изменчивого рынка.

Целью настоящей работы является изучение методов анализа волатильности акций, а также автоматизация решения задачи прогнозирования волатильности финансовых активов с использованием языка Python. **Задачи** работы включают:

1. изучение методов оценки волатильности финансовых активов;
2. изучение семейства моделей ARCH и GARCH;
3. разработка программного кода на языке Python для получения оценки прогнозных значений волатильности;
4. прогнозирование волатильности акций российских компаний с использованием программного кода на основе данных временных рядов.

Работа состоит из четырёх глав:

1. Предварительные сведения.
2. Оценка волатильности.
3. Семейство моделей ARCH и GARCH.
4. Прогнозирование волатильности акций разных компаний.

1 Основное содержание работы

Бакалаврская работа состоит из: введения, трёх теоретических и одной практической главы, заключения, списка использованных источников, приложения.

Введение содержит актуальность темы исследования, цель и задачи исследования.

Первый раздел «Предварительные сведения» содержит данные, необходимые для понимания теоретической информации.

Второй раздел «Оценка волатильности» содержит сведения о волатильности, методах её измерения и оценке риска.

Волатильность — это относительная скорость изменения цены ценной бумаги и часто выражается как годовое стандартное отклонение ежедневных изменений цен. Высокая волатильность свидетельствует о значительных колебаниях цен, тогда как низкая — о меньших изменениях. Она измеряется через дисперсию цен актива относительно их среднего значения за определённый период.

Гетероскедастичность — это свойство, при котором последовательности случайных величин имеют разные дисперсии, что важно для финансовых данных. Существует два типа гетероскедастичности:

1. Безусловная — дисперсии не постоянны (например, доходности акций).
2. Условная — дисперсии меняются в зависимости от условий (например, волатильность цен на нефть в летние месяцы).

Для моделирования условно гетероскедастичных процессов используют модели, такие как ARCH, GARCH и модели с переключением режимов.

Value-at-Risk (VaR) — это мера риска, определяющая максимальные ожидаемые потери при заданном уровне доверия α . VaR для случайной величины X определяется как:

$$VaR_{\alpha}(X) = -\inf\{x : P(X \leq x) \geq \alpha\}.$$

Когерентные меры риска должны удовлетворять свойствам монотонности, положительной однородности, субаддитивности и инвариантности относительно сдвига. Однако VaR не удовлетворяет свойству субаддитивности,

что делает его некогерентной мерой риска.

Метод дисперсии-ковариации предполагает многомерное нормальное распределение рыночных факторов. Для 1-дневного VaR на уровне доверия α используется формула:

$$VaR_t(\alpha) = M_{t-1}f(\alpha)\sigma_t,$$

где M_{t-1} — инвестиционная сумма, а $f(\alpha)$ — множитель, зависящий от уровня доверия.

Третий раздел «Семейство моделей ARCH и GARCH» содержит информацию о моделях ARCH и GARCH.

Основная идея заключается в использовании скользящего стандартного отклонения для оценки дисперсии доходности, рассчитанного на основе последних 22 рабочих дней. Предполагается, что дисперсия завтрашней доходности может быть описана как равномерно взвешенное среднее квадратов остатков за этот период. Однако такое предположение о равных весах может быть нереалистичным, так как более свежие данные должны иметь больший вес. Модель ARCH, позволяет использовать параметры для определения весов, что улучшает прогнозирование дисперсии.

Пусть X_t — лог-доходность актива с момента времени $t - 1$ до t . Обозначим прошлый информационный набор как I_{t-1} , содержащий данные до момента $t - 1$. Ожидаемая доходность μ_t и волатильность σ_t^2 определяются как:

$$\mu_t = E(X_t|I_{t-1}),$$

$$\sigma_t^2 = Var(X_t|I_{t-1}).$$

Неожиданная доходность в момент t записывается как $\epsilon_t = X_t - \mu_t$. Значительное значение $|\epsilon_t|$ говорит о серьезном изменении цены.

Процесс (ϵ_t) определяется как:

$$\epsilon_t = \sigma_t u_t,$$

где u_t — независимые случайные величины $N(0, 1)$, а

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2,$$

где $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_q$ — постоянные параметры. Параметр α_i определяет влияние шока доходности i периодов назад на текущую волатильность, где ожидается, что $\alpha_i < \alpha_j$ для $i > j$. Это означает, что старые новости имеют меньшее влияние на волатильность, и новости, произошедшие более q периодов назад, не влияют на текущую волатильность.

Боллерслев обобщил модель ARCH(q) до модели GARCH(p, q). Пусть (u_n) — последовательность независимых случайных величин, $u_t \sim N(0, 1)$. Процесс (ϵ_t) называется GARCH(p, q), если:

$$\epsilon_t = \sigma_t u_t,$$

где (σ_t) — неотрицательный процесс, с дисперсией:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2.$$

Параметры $\alpha_i > 0$ и $\beta_j > 0$ обеспечивают строгую положительность дисперсии σ_t^2 .

С использованием лагового оператора B , можно записать:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha(B) \epsilon_t^2 + \beta(B) \sigma_t^2,$$

где $\alpha(B) = \sum_{i=1}^q \alpha_i B^i$ и $\beta(B) = \sum_{j=1}^p \beta_j B^j$. Предполагается, что корни характеристического уравнения лежат вне единичного круга, чтобы обеспечить стационарность процесса (ϵ_t) .

Модель GARCH(1, 1) является наиболее распространённой, где:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \epsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2.$$

Здесь параметр α отражает влияние предыдущих шоков на текущую волатильность, а β — устойчивость реализованной дисперсии. Высокие значения α и β указывают на чувствительность и долговременную устойчивость волатильности соответственно.

Версия GARCH(1,1) показала высокую эффективность и компактность в представлении условной дисперсии, подтверждённую в исследованиях.

Для калибровки модели GARCH(p, q) можно использовать различные методы, включая метод максимального правдоподобия, который обеспечивает эффективное оценивание параметров модели через максимизацию функции правдоподобия, основанной на наблюдаемых данных.

Вектор параметров модели обозначается как:

$$\theta = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_q, \beta_1, \dots, \beta_p)^T.$$

Предполагая, что ошибки условно независимы и распределены нормально, МП является естественным выбором для оценки параметров θ , которые должны удовлетворять условиям:

$$\Theta = \{(\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_q, \beta_1, \dots, \beta_p)^T : \alpha_0 \geq 0, \alpha_i > 0, \beta_j > 0\}.$$

Цель заключается в нахождении вектора истинных значений параметров θ^* , максимизирующего функцию квази-правдоподобия на основе последовательности наблюдений $\epsilon_0, \dots, \epsilon_n$.

Рекурсивно определяем последовательность $(\tilde{\sigma}_1, \dots, \tilde{\sigma}_n)$ следующим образом:

$$\tilde{\sigma}_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \tilde{\sigma}_{t-j}^2, \quad 1 \leq t \leq n.$$

Гауссовская квази-функция правдоподобия записывается как:

$$L_n(\theta) = \prod_{t=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\tilde{\sigma}_t^2}} \exp\left(-\frac{\epsilon_t^2}{2\tilde{\sigma}_t^2}\right).$$

Оптимальная оценка θ определяется как:

$$\tilde{\theta} = \arg \max_{\theta \in \Theta} L_n(\theta) = \arg \max_{\theta \in \Theta} F_n(\theta),$$

где

$$F_n(\theta) = - \sum_{t=1}^n \left(\frac{\epsilon_t^2}{\tilde{\sigma}_t^2} + \log \tilde{\sigma}_t^2 \right)$$

— это логарифмическая квази-функция правдоподобия (постоянные члены игнорируются).

Четвертый раздел «Прогнозирование волатильности акций разных компаний» содержит практическое применение моделей GARCH для прогнозирования волатильности акций.

Для прогнозирования волатильности акций были выбраны акции российских компаний из разных сфер: банковской сферы (ПАО Сбербанк), розничная торговля (ПАО «Магнит»), нефтяная отрасль (ПАО «НК «Роснефть»), девелопмент и строительство (ПАО «ПИК СЗ»).

Данные об акциях были взяты с официального сайта инвестиционного холдинга «Финам».

Наборы данных содержат в себе дневные свечи за период с 22.03.2021 года по 20.03.2025 года. В данных отражены цена открытия и закрытия, максимальная и минимальная цена, объем продаж.

На первом этапе происходит предварительная обработка данных: удаление пропусков, преобразование даты в индекс, преобразование значений цены закрытия в вещественное число, а также преобразование цен закрытия в логарифмические доходности.

В работе проведена визуализация логарифмических доходностей для каждого набора данных (рисунки 1, 2, 3, 4).

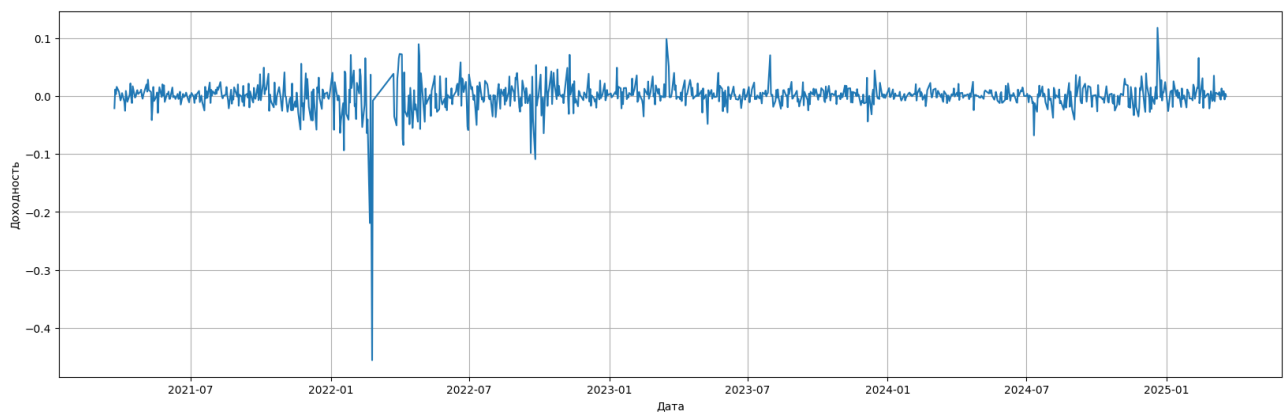


Рисунок 1 – Логарифмические доходности акций Сбербанка

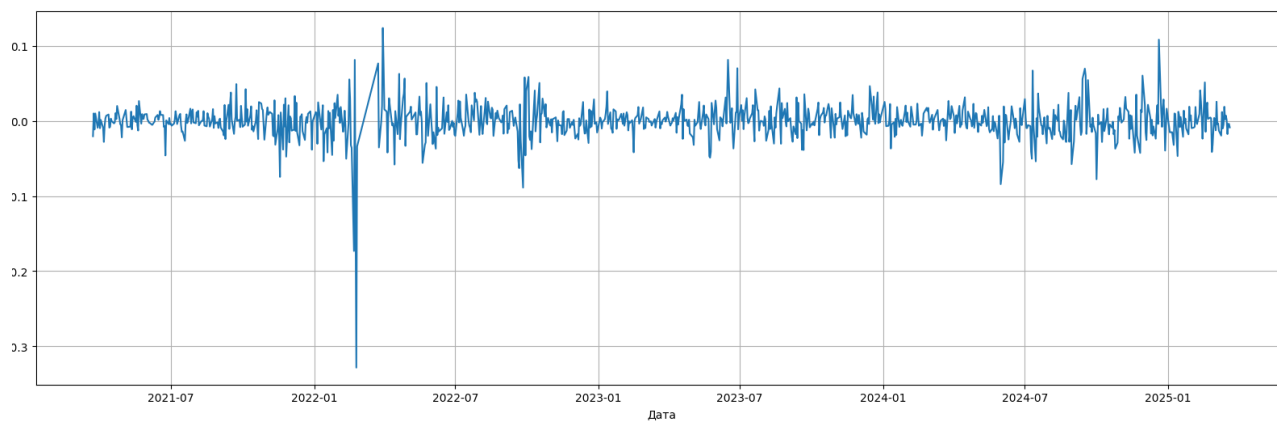


Рисунок 2 – Логарифмические доходности акций «Магнит»

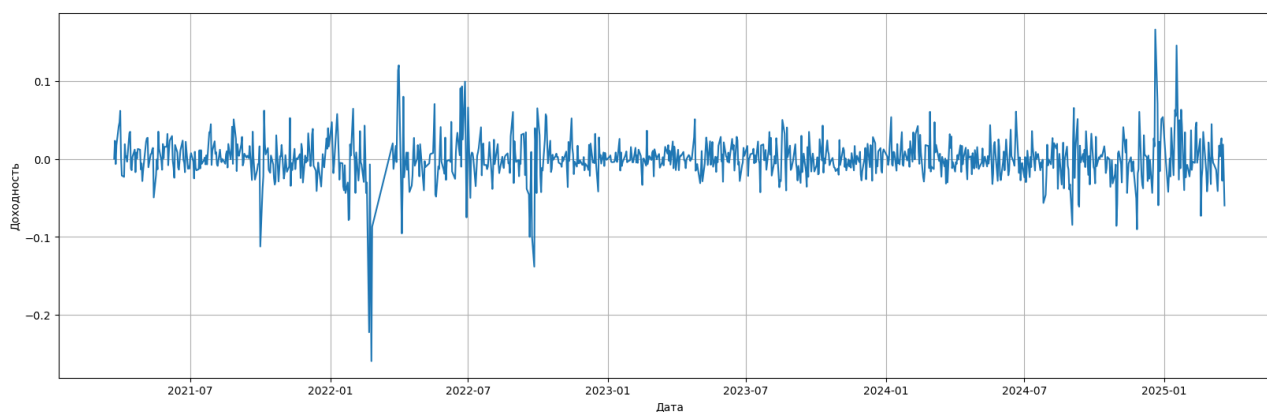


Рисунок 3 – Логарифмические доходности акций ПАО «ПИК СЗ»

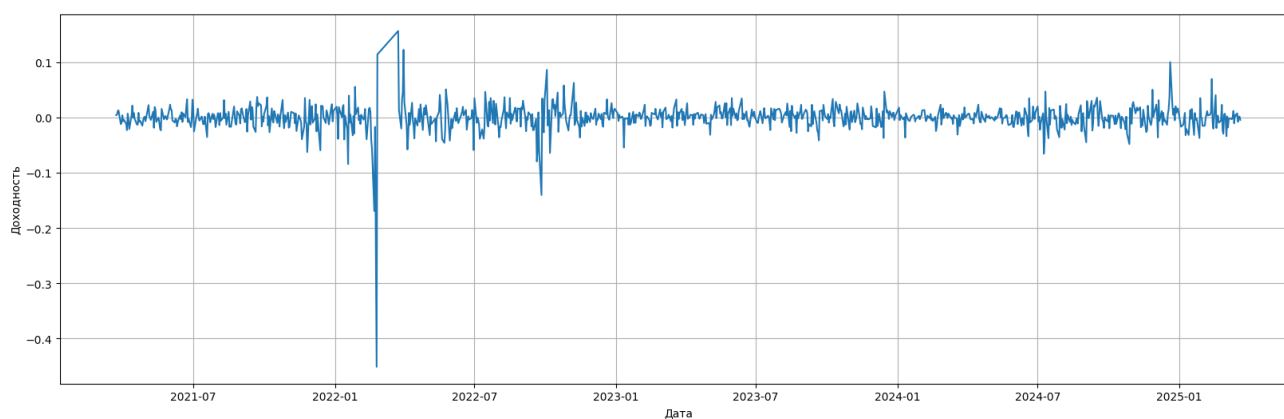


Рисунок 4 – Логарифмические доходности акций ПАО «РОСНЕФТЬ»

Затем проведены тесты на гетероскедастичность. Было выяснено, что гетероскедастичность присутствует в каждом из анализируемых наборов данных.

Следующий этап – построение моделей GARCH(1,1) и GARCH(2,2). Результаты моделей анализируются и сравниваются. Для лучшей модели стро-

ются графики остатков и условной годовой волатильности.

На рисунках 5, 6, 7 и 8 приведены графики остатков и условной годовой волатильности.

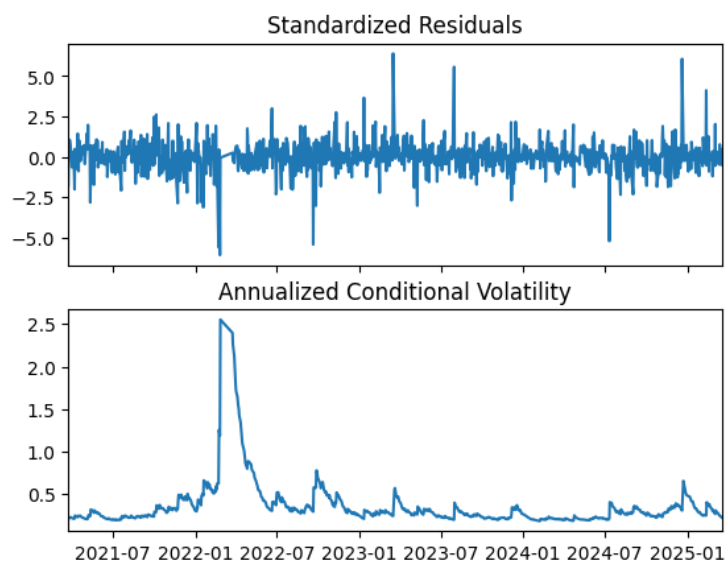


Рисунок 5 – Стандартизированные остатки и условная волатильность акций Сбербанка

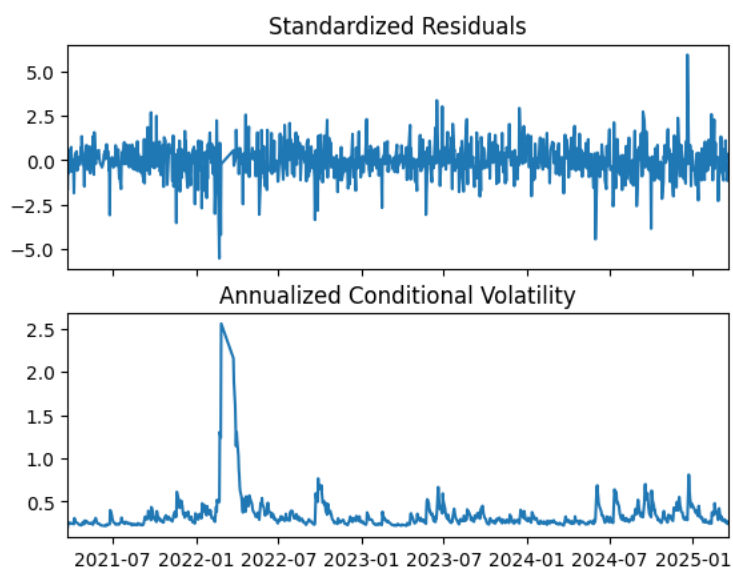


Рисунок 6 – Стандартизированные остатки и условная волатильность акций Магнит

На последнем этапе при помощи выбранной модели прогнозируется ожидаемая волатильность на следующий день после последней даты в наборе данных.

В заключении приведены основные результаты работы.

Коды программ приведены в приложениях А, Б, В, Г.

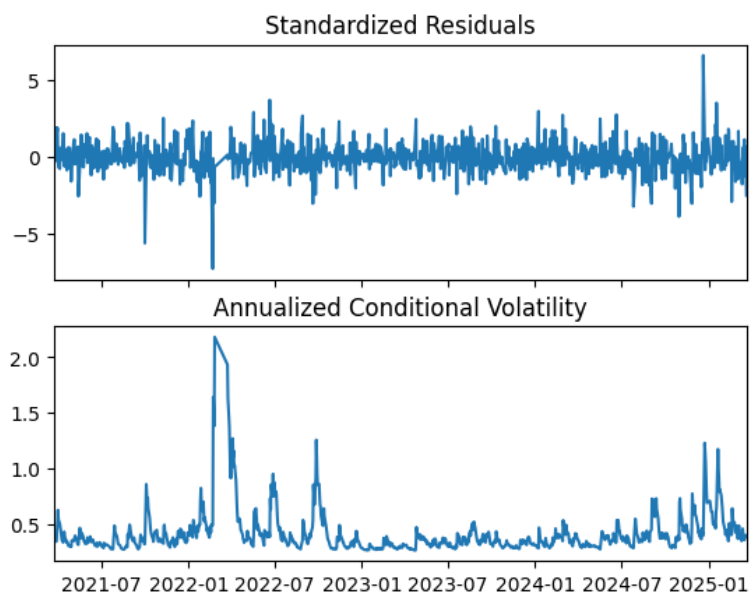


Рисунок 7 – Стандартизированные остатки и условная волатильность акций ПАО «ПИК СЗ»

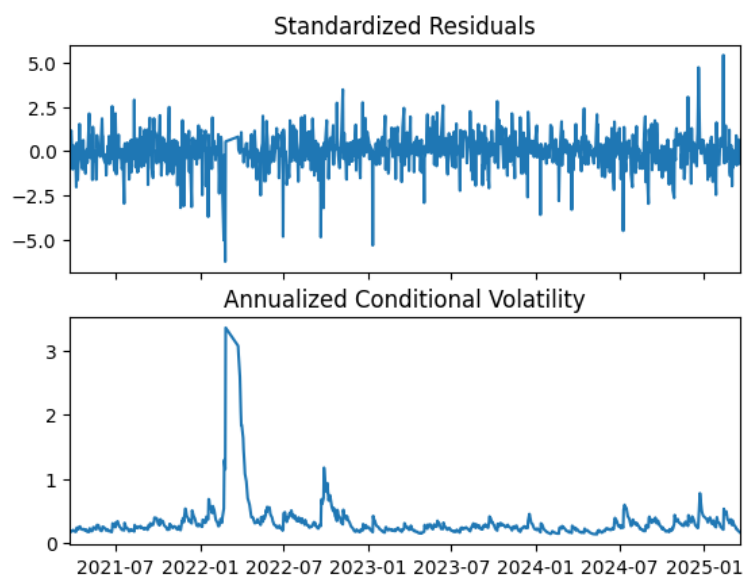


Рисунок 8 – Стандартизированные остатки и условная волатильность акций ПАО «РОСНЕФТЬ»

2 Основные результаты

В ходе работы были рассмотрены различные подходы к оценке волатильности, включая методы, основанные на дисперсии и гетероскедастичности. Было продемонстрировано, что гетероскедастичность данных временных рядов акций имеет место. Также были рассмотрены когерентные меры риска и их свойства. Приведены примеры использования метода максимального правдоподобия и обобщенного метода моментов для калибровки моделей GARCH.

Детально изучено семейство моделей ARCH и GARCH, позволяющих учитывать гетероскедастичность в временных рядах. Были рассмотрены модели GARCH(p, q) с различными значениями параметров (p и q). Оценка параметров моделей проведена с использованием методов максимального правдоподобия. Это позволило сформировать основу для прогнозирования волатильности.

На основе выбранных моделей GARCH проведено прогнозирование волатильности акций Сбербанка, Магнита, ПИК и Роснефти. В работе продемонстрированы результаты прогнозирования волатильности для выбранных российских компаний. Проведен сравнительный анализ прогнозов для различных компаний, учитывая специфику их деятельности и рыночные условия.

Полученные результаты позволяют сделать вывод о способности моделей GARCH адекватно описывать и прогнозировать волатильность акций рассматриваемых компаний. Прогнозы волатильности могут быть использованы для оценки рисков инвестиций, управления портфелем и формирования стратегии хеджирования.