

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра теории функций и стохастического анализа

О ПРОЦЕССЕ ФОРМИРОВАНИЯ РИСКОВОЙ НАДБАВКИ

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студентки 4 курса 412 группы
направления 01.03.02 — Прикладная математика и информатика

механико-математического факультета

Янузаковой Кристины Максимовны

Научный руководитель

доцент, к. ф.-м. н., доцент

Л. В. Борисова

Заведующий кафедрой

д. ф.-м. н., доцент

С. П. Сидоров

Саратов 2025

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1 Основное содержание работы	5
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	13

ВВЕДЕНИЕ

В современном мире финансовые рынки становятся всё более сложными и непредсказуемыми, вопрос о том, как максимизировать доходность и минимизировать риски, остается актуальным и для страховых рынков.

В силу того, что страховые компании имеют дело с людьми, дожившими до определенного возраста, неопределенность момента смерти является основным фактором риска при страховании жизни. Для обеспечения защиты своих клиентов от неожиданных обстоятельств, страховые компании заключают договоры – они являются ключевым элементом в системе страхования, обеспечивая защиту от различных рисков. Однако составление одного или нескольких независимых договоров может быть невыгодным, поэтому страховые компании чаще всего имеют дело со страховыми портфелями (объединением полисов).

Формирование страхового портфеля – это подбор страховых продуктов, соответствующих потребностям страхователя. Защитная (рисковая) надбавка играет ключевую роль в устойчивости портфеля и позволяет ему адаптироваться к рыночным изменениям, не влияя на стоимость страхования для клиентов. Из-за разнообразия договоров невозможно определить четкую схему расчета надбавки для каждого договора, однако можно проанализировать зависимость защитной надбавки от способа ее расчета.

Цель бакалаврской работы: оценить влияние различных методов формирования рисковой надбавки на финансовую устойчивость и платежеспособность страховой компании.

Задачи бакалаврской работы:

1. анализ роли страховой надбавки как инструмента страхования,
2. изучение и сравнение способов формирования рисковой надбавки,
3. разработка методологии расчета защитной надбавки,
4. вычислительный эксперимент.

Данная бакалаврская работа состоит из трех разделов:

В первом разделе определены основные понятия страхового дела, связанные с защитной надбавкой в контексте страхового портфеля такие как: страховой риск, премия, страховой портфель, защитная надбавка и относи-

тельная защитная надбавка.

Помимо этого, в данном разделе были сформулированы способы формирования защитной надбавки пропорционально таким величинам, как: математическое ожидание (нетто-премия), дисперсия выплат по договору и среднеквадратичное отклонению выплат по договору, коэффициенту вариации между убытками, корреляции между выплатами по договору, моде и медиане выплат по договору.

Кроме того, проведено исследование основных проблем, возникающих при формировании рискованной надбавки в современных условиях страхового рынка.

Во втором разделе проведена классификация договоров страхования на следующие типы: по длительности выплат (краткосрочные и долгосрочные), по причине смерти (естественные причины и несчастные случаи), по моменту выплат (после наступления страхового случая и по истечении определенного периода).

Также исследована специфика расчета рискованной надбавки и рискованной премии в договорах комбинированного страхования, учитывая особенности сочетания различных страховых рисков в рамках одного полиса. Помимо этого, в данном разделе проанализировано, как комбинирование рисков влияет на общую стоимость страхования и конкурентоспособность продуктов.

В третьем разделе сформулирована и решена задача вычислительного эксперимента, цель которой показать роль защитной надбавки в определении вероятности разорения компании, использующей в качестве страховых продуктов комбинированные договоры, при различных дополнительных ограничениях на нее. В ходе вычислительного эксперимента будет определена премия, достаточная для выполнения компанией своих обязательств. Написана программа на языке Python. В программе существуют входные параметры, с помощью которых рассчитывается значение страховой надбавки при разном количестве человек в группах и значениях вероятностей смерти застрахованных. Помимо этого рассчитывается функция Лапласа, которая помогает найти значение вероятности неплатежеспособности.

1 Основное содержание работы

В рамках управления страховыми рисками и формирования страхового портфеля разнообразие типов договоров и используемых премий затрудняет создание единой универсальной схемы расчета защитной надбавки для каждого индивидуального договора.

Надбавка может быть рассчитана пропорционально следующим величинам:

1. математическому ожиданию (нетто-премии). Пусть m_i – это среднее значение индивидуального убытка. В этом случае, относительная страховая надбавка θ одна и та же и равна

$$\theta = \frac{l}{ES}, \quad (1.1)$$

где l – общая защитная надбавка для портфеля, а ES – среднее значение суммарных выплат по всему портфелю S . Данный метод имеет свой недостаток: он заключается в отсутствии учета разброса (дисперсии) ущерба по различным рискам. Метод применим для расчета нетто-премий по рискам с существенно различными средними значениями ущерба, но близкими дисперсиями;

2. дисперсии выплат по договору. Пусть защитная надбавка для договора берется пропорционально дисперсии. Тогда, в отличие от пропорциональности математическому ожиданию, вводится коэффициент пропорциональности, который имеет вид:

$$k = \frac{l}{\text{Var}S}, \quad (1.2)$$

где $\text{Var}S$ – стоимостная мера риска. Однако и этот метод имеет свой недостаток: возможна переоценка или недооценка риска. Если дисперсия используется как единственный критерий для определения защитной надбавки, существует риск того, что она будет либо слишком высокой (что приведет к недооценке риска), либо слишком низкой (что приведет к переоценке риска). Это может привести к неправильному распределению ресурсов и потенциальному увеличению риска банкрот-

ства страховой компании.

3. среднеквадратичному отклонению выплат по договору. Если надбавка рассчитывается пропорционально среднеквадратичному отклонению, то коэффициент пропорциональности определяется следующим образом:

$$k = \frac{l}{\sum_{k=1}^n \sigma_k \cdot n_k}, \quad (1.3)$$

где n_i – это группы, которые получены из общего числа договоров n , путем деления по каким-либо признакам.

4. коэффициенту вариации между убытками. В случае, когда страховая компания выбирает стратегию расчета рисков надбавки пропорционально коэффициенту вариации между убытками, то коэффициент пропорциональности имеет вид:

$$k = \frac{l}{\sum_{k=1}^n V_k \cdot n_k}, \quad (1.4)$$

где $V_k = \frac{\sigma_k}{ES}$ – коэффициент вариации убытков для каждой группы договоров. Коэффициент вариации, как относительная мера, игнорирует абсолютные размеры убытков. Договоры с низкими ожидаемыми убытками и низким абсолютным риском могут иметь высокий коэффициент вариации, что приведёт к неоправданно высокой защитной надбавке. И наоборот, договоры с высокими убытками и высоким абсолютным риском могут иметь низкий коэффициент вариации, что приведёт к недостаточной защите. Коэффициент вариации ориентирован на индивидуальные риски и не учитывает эффект диверсификации, возникающий при объединении большого количества договоров в портфель. Чем больше договоров, тем более предсказуемым становится общий убыток и тем меньше должна быть относительная защитная надбавка. Метод, основанный на коэффициенте вариации, не учитывает этот эффект.

5. корреляции между выплатами по договору;
6. моде и медиане выплат по договору.

Рассмотрим в качестве примера страховую компанию с однородным портфелем и сформулируем задачу в общем виде:

Портфель страховой компании состоит из N заключенных договоров страхования жизни сроком на один год. Условия договора: в случае смерти застрахованного в течение года от несчастного случая страховая компания выплачивает выгодоприобретателю определенную сумму s_1 , а в случае смерти от естественных причин – сумму s_2 . Причем, компания не платит ничего, если застрахованный не умрет в течение года. Вероятность смерти от несчастного случая одна и та же для всех застрахованных и равна q . Вероятность смерти от естественных причин зависит от возраста. Застрахованных можно разбить на 2 группы, содержащие N_1 и N_2 человек, с вероятностью смерти в течение года q_1 и q_2 соответственно.

В ходе вычислительного эксперимента будет определена премия, достаточная для выполнения компанией своих обязательств с вероятностью 95% без привлечения дополнительных средств.

Написана программа на языке Python. В программе существуют входные параметры, с помощью которых рассчитывается значение страховой надбавки при разном количестве человек в группах и значениях вероятностей смерти застрахованных. Помимо этого рассчитывается функция Лапласа, которая помогает найти значение вероятности неплатежеспособности. Приложение А содержит код данной программы. Приложение Б содержит код для результатов вычислительного эксперимента.

Цель вычислительного эксперимента: показать роль защитной надбавки в определении вероятности разорения компании при различных дополнительных ограничениях на нее.

Рассмотрим случаи:

Случай 1. Защитная надбавка для договоров берется пропорционально нетто-премиям. Тогда страховая надбавка равна

$$l = k \cdot ES, \quad (1.5)$$

где k – коэффициент пропорциональности, который отвечает за надежность компании, а ES – математическое ожидание суммарных выплат по всему

портфелю.

Случай 2. Защитная надбавка берется пропорционально дисперсии выплат по договору, то она имеет вид

$$l = k \cdot \text{Var}S. \quad (1.6)$$

Случай 3. Страховая защитная надбавка берется пропорционально среднему квадратическому отклонению выплат по договору, будет выражение вида

$$l = k \cdot \sigma, \quad (1.7)$$

зная, что $\sigma = \sqrt{\text{Var}S}$.

Случай 4. Рисксовая надбавка берется пропорционально коэффициенту вариации между убытками, в таком случае она равна

$$l = k \cdot V, \quad (1.8)$$

где по определению под коэффициентом вариации понимаем $V = \frac{\sigma}{\text{ES}}$.

Относительную рисксовую надбавку определяем следующим образом

$$\theta = \frac{l}{p}, \quad (1.9)$$

где l – совокупная рисксовая надбавка, а p – рисксовая премия.

Для данных формул определим математическое ожидание и дисперсию:

$$\text{EX} = \sum_{k=1}^n q_k \cdot x_k,$$

где q_k – вероятность страхового случая, x_k – значения индивидуального убытка, и

$$\text{Var}X = \sum_{k=1}^n q_k \cdot (x_k)^2$$

или

$$\text{Var}X = \text{EX}^2 - (\text{EX})^2.$$

Покажем, как меняются премии, защитные и относительные защитные надбавки при изменении числа человек в группах и их вероятностей смерти:

Случай 1:

Таблица 1 – Защитная надбавка рассчитывается пропорционально нетто-премии.

группы (чел.)		вер-сти смерти		премии (р.)		защ.надб. (р.)		относ.защ.надб.	
N_1	N_2	q_1	q_2	p_1	p_2	l_1	l_2	θ_1	θ_2
1000	9000	0,028	0,003	9404	1567	1903	317	25,38%	25,38%
2000	8000	0,014	0,035	4388	10148	388	897	9,7%	9,7%
3000	7000	0,009	0,004	3451	1882	698	381	25,4%	25,4%
4000	6000	0,004	0,002	2034	1356	534	356	35,61%	35,61%
5000	5000	0,005	0,005	2219	2219	469	469	26,79%	26,79%

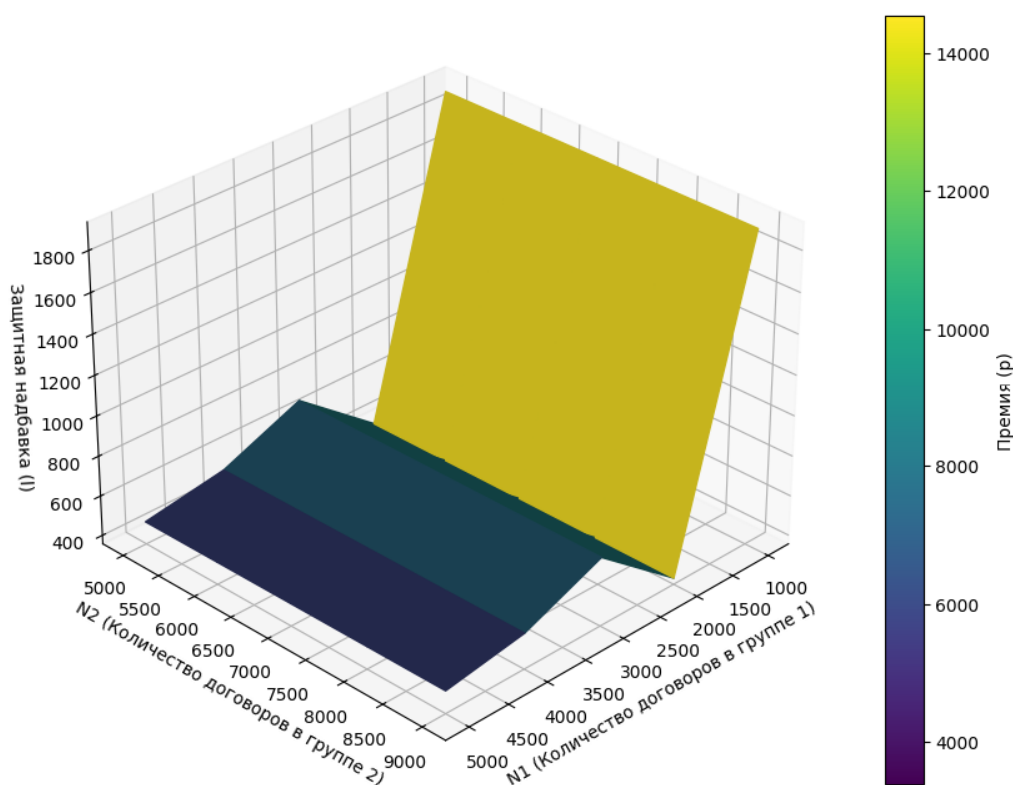


Рисунок 1 – Зависимость рисковой премии от размера защитной надбавки и количества договоров для случая 1

Случай 2:

Таблица 2 – Защитная надбавка рассчитывается пропорционально дисперсии выплат по договору.

группы (чел.)		вер-сти смерти		премии (р.)		защ.надб. (р.)		относ.защ.надб.	
N_1	N_2	q_1	q_2	p_1	p_2	l_1	l_2	θ_1	θ_2
1000	9000	0,028	0,003	8747	1640	1247	390	16,62%	31,19%
2000	8000	0,014	0,035	4460	10132	460	882	11,51%	9,53%
3000	7000	0,009	0,004	3347	1923	597	423	21,72%	28,23%
4000	6000	0,004	0,002	1973	1395	473	395	31,56%	39,5%
5000	5000	0,005	0,005	2217	2217	467	467	26,69%	26,69%

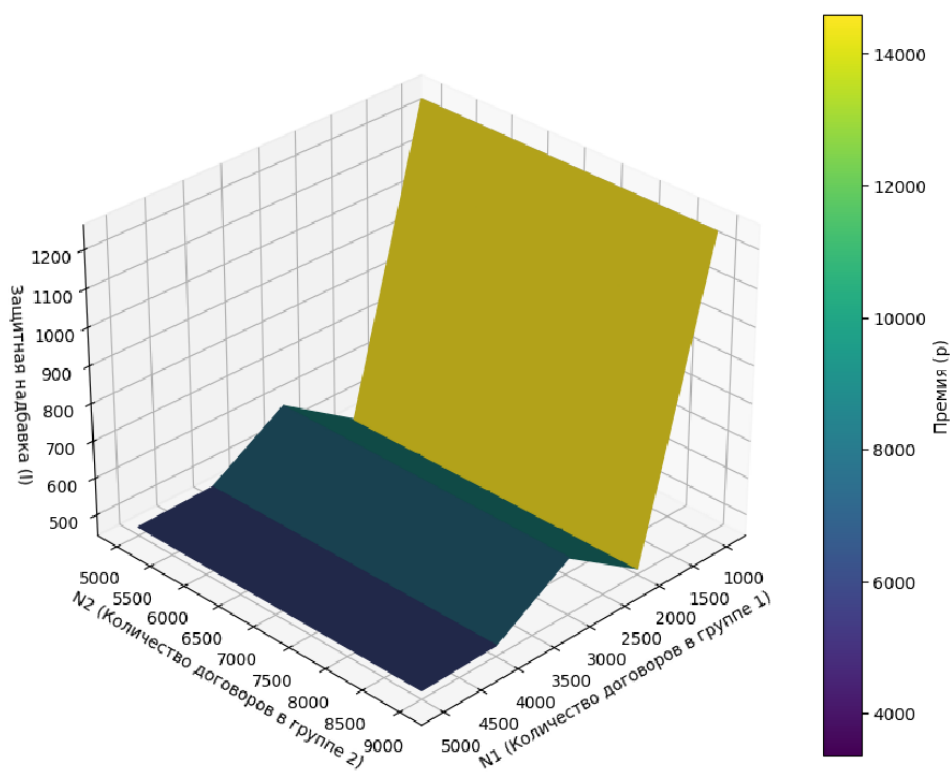


Рисунок 2 – Зависимость рисковой премии от размера защитной надбавки и количества договоров для случая 2

Случай 3:

Таблица 3 – Защитная надбавка рассчитывается пропорционально среднеквадратичному отклонению выплат по договору.

группы (чел.)		вер-сти смерти		премии (р.)		защ.надб. (р.)		относ.защ.надб.	
N_1	N_2	q_1	q_2	p_1	p_2	l_1	l_2	θ_1	θ_2
1000	9000	0,028	0,003	8289	1691	789	441	10,52%	35,3%
2000	8000	0,014	0,035	4611	10095	611	845	15,27%	9,13%
3000	7000	0,009	0,004	3287	1952	537	452	19,53%	30,15%
4000	6000	0,004	0,002	1951	1412	451	412	30,05%	41,17%
5000	5000	0,005	0,005	2219	2219	469	469	26,79%	26,79%

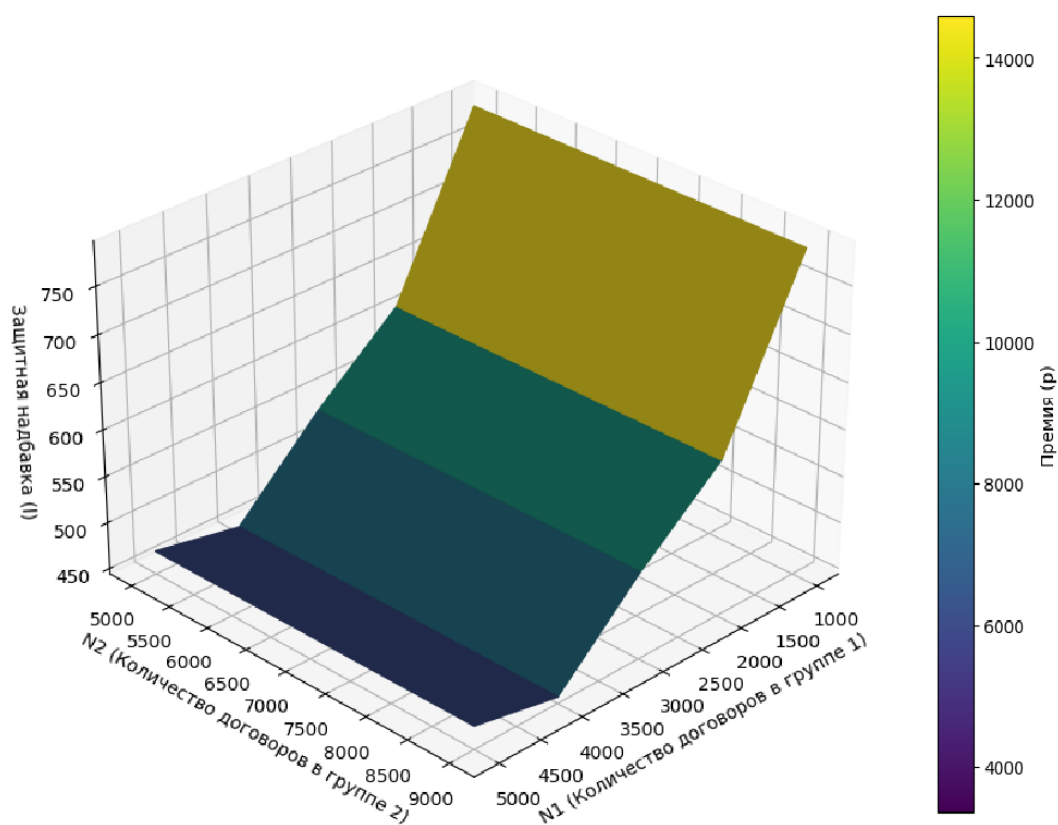


Рисунок 3 – Зависимость рисковой премии от размера защитной надбавки и количества договоров для случая 3

Случай 4:

Таблица 4 – Защитная надбавка рассчитывается пропорционально коэффициенту вариации индивидуальных убытков по договору.

группы (чел.)		вер-сти смерти		премии (р.)		защ.надб. (р.)		относ.защ.надб.	
N_1	N_2	q_1	q_2	p_1	p_2	l_1	l_2	θ_1	θ_2
1000	9000	0,028	0,003	7653	1762	153	512	2,03%	40,95%
2000	8000	0,014	0,035	5176	9954	1176	704	29,41%	7,61%
3000	7000	0,009	0,004	3096	2034	346	534	12,58%	35,61%
4000	6000	0,004	0,002	1850	1479	350	479	23,31%	47,91%
5000	5000	0,005	0,005	2219	2219	469	469	26,79%	26,79%

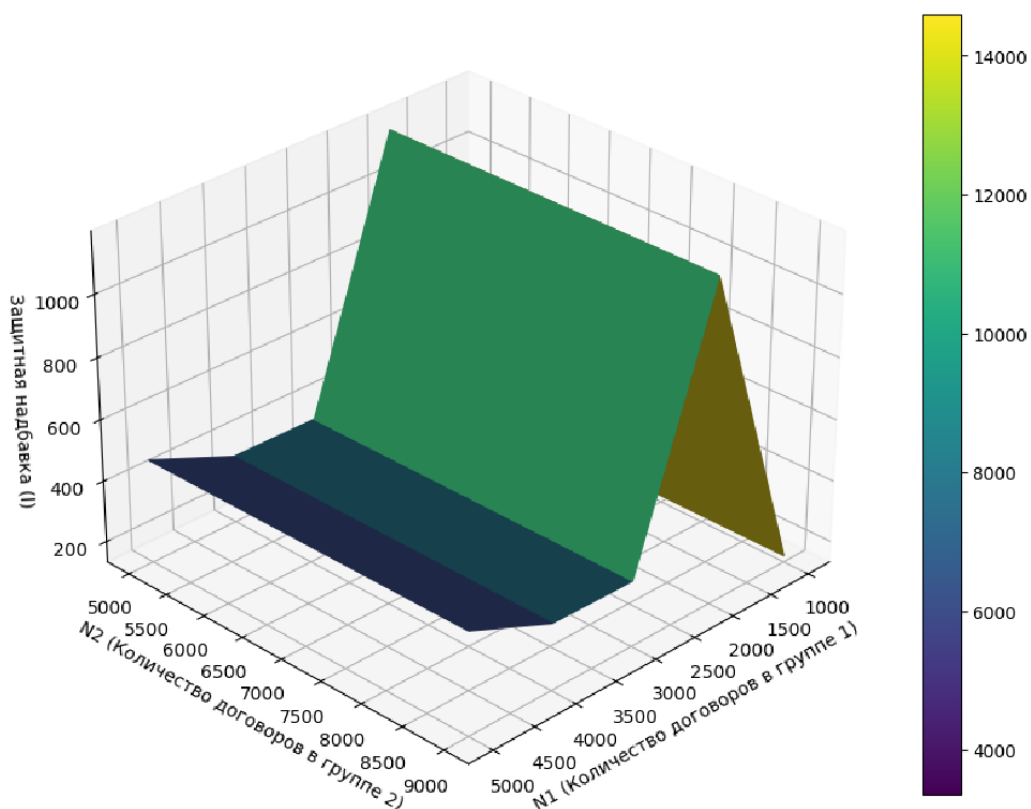


Рисунок 4 – Зависимость рисковой премии от размера защитной надбавки и количества договоров для случая 4

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе проведено исследование процесса формирования рисковой надбавки в страховании. Был рассмотрен теоретический фундамент, включающий в себя понятия страховых премий, страхового портфеля и различных подходов к формированию защитных надбавок. Проанализированы существующие методы расчета защитной надбавки, а также, в результате проведенного анализа, была получена формула для расчета защитной надбавки, пропорциональной коэффициенту вариации. Помимо этого, особое внимание уделено рассмотрению договоров комбинированного страхования и принципам расчета рисковой премии для таких договоров.

Основные выводы:

1. договоры страхования жизни являются ключевым элементом в системе страховых рынков. Они содержат в себе различные параметры, каждый по-своему уникален, поэтому выгоднее рассматривать их объединение – портфель;
2. формирование портфеля должно включать в себя анализ рисков, выбор страховых продуктов и оценку потенциальных выплат для взаимовыгодных сделок, для этого используются комбинированные договоры страхования жизни;
3. защитная надбавка позволяет страховой компании покрыть административные расходы, обеспечить и увеличить доход. Величина рисковой надбавки определяется такой, чтобы вероятность того, что компания разорится, была достаточно малой;
4. формирование оптимальной ценовой политики для рисковой премии является сложной и многофакторной задачей, в основе которой лежит определение оптимальной защитной надбавки, покрывающей максимальное количество рисков.

В ходе работы были выявлены проблемы формирования защитной надбавки. В частности, к этим проблемам относятся:

1. адаптация к изменениям в рыночных условиях: высокая защитная надбавка может привести к снижению конкурентоспособности страховой компании из-за подорожания страховых портфелей и, как следствие, к

оттоку клиентов.

2. риск неплатежеспособности: недостаточный размер защитной надбавки может поставить под угрозу финансовую устойчивость страховой компании, снижая ее способность покрывать будущие убытки, особенно в случае экстремальных событий, и увеличивая риск разорения;
3. определение стоимости: определение оптимального размера защитной надбавки представляет собой сложную задачу из-за прямой зависимости между величиной рисков и стоимостью надбавки, что затрудняет обеспечение ее достаточности для покрытия максимального количества рисков;
4. уникальность: необходимость индивидуального расчёта защитной надбавки для каждого страхового продукта из-за разнообразия договоров и портфелей создаёт значительные сложности и влечёт за собой дополнительные расходы на организацию и поддержание этого процесса.

Таким образом, расчет защитной надбавки пропорционально среднему квадратическому отклонению является наиболее эффективным и оптимальным подходом к формированию рисковой премии в страховании. Полученные результаты могут быть использованы страховыми компаниями при разработке тарифной политики и оптимизации процессов управления рисками.

В заключение, следует отметить, что тема формирования рисковой надбавки в страховании является актуальной и требующей дальнейших исследований. В частности, перспективным направлением является изучение влияния макроэкономических факторов на величину рисковой премии, а также разработка более сложных моделей, учитывающих взаимосвязь различных видов страховых рисков. Развитие этих направлений позволит повысить точность оценки страховых рисков и обеспечить финансовую устойчивость страховых компаний в условиях меняющейся экономической конъюнктуры.