

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра теории функций и стохастического анализа

УПРАВЛЕНИЕ РЫНОЧНЫМИ РИСКАМИ

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студента 4 курса 412 группы
направления 01.03.02 — Прикладная математика и информатика

механико-математического факультета

Смирнова Вадима Сергеевича

Научный руководитель

доцент, к. ф.-м. н., доцент

С. В. Тышкевич

Заведующий кафедрой

д. ф.-м. н., доцент

С. П. Сидоров

Саратов 2025

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1 Основное содержание работы	4
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	9

ВВЕДЕНИЕ

Рыночные риски являются неотъемлемой частью финансовой деятельности, особенно в условиях высокой волатильности и нестабильности глобальных рынков. Одним из ключевых инструментов количественной оценки таких рисков является показатель Value at Risk (VaR), который позволяет определить максимально возможные убытки портфеля за определённый период времени с заданной вероятностью. Актуальность темы данной дипломной работы обусловлена необходимостью разработки эффективных методов управления рисками, особенно для диверсифицированных портфелей, включающих различные классы активов, такие как валюты, акции и товары.

Рыночный риск - это возможность несоответствия характеристик экономического состояния объекта значениям, ожидаемым лицам, принимающим решения под действием рыночных факторов.

Цель бакалаврской работы: изучение и применение метода VAR в контексте оценки рисков оптимального портфеля ценных бумаг.

Задачи бакалаврской работы:

1. Изучить теоретические основы VaR.
2. Продемонстрировать практическое применение VaR: в качестве исходных данных используется портфель стоимостью 1 млн. руб. равномерно распределенный между тремя валютами. Нужно определить VaR портфеля для уровней доверия 95% и 99%.

Данная бакалаврская работа состоит из двух разделов:

В первом разделе определены основные понятия риска, связанные с методами расчета VaR, изложены такие методы расчета VaR, как дельта-нормальный метод, дельта-гамма-вега-приближение, метод исторического моделирования и метод Монте-Карло.

Во втором разделе сформулирована и решена задача методом Монте-Карло, цель которой показать применение VaR. В ходе вычислительного эксперимента будет определен показатель VaR. Написана программа на языке Python. В программе существуют входные параметры, с помощью которых рассчитывается показатель VaR для данного портфеля.

1 Основное содержание работы

VaR - это выраженная в данных денежных единицах (базовой валюте) оценка величины, которую не превысят ожидаемые в течение данного периода времени потери с заданной вероятностью.

Показатель VaR обычно не используется применительно к рынкам, находящимся в состоянии кризиса.

Пусть фиксирован некоторый портфель открытия позиций. VaR портфеля для данного доверительного уровня $(1 - \alpha)$ и данного периода поддержания позиций t определяется как такое значение, которое обеспечивает покрытие возможных потерь x держателя портфеля за время t с вероятностью $(1 - \alpha)$:

$$Pr(VaR \geq x) = 1 - \alpha.$$

Метод исторического моделирования относится к группе методов полного оценивания и является непараметрическим. Он основан на предположении о стационарности поведения рыночных цен в ближайшем будущем. Суть данного метода заключается в следующем. Сначала выбирается период времени глубины T (например 200 торговых дней), за который отслеживаются исторические изменения (например, дневные) цен P всех N входящих в портфель активов:

$$\Delta P_{i,t} = P_{i,t} - P_{i,t-1}, i = 1, 2, \dots, N; t = 1, \dots, T.$$

Для каждого из этих T сценариев изменений моделируется гипотетическая цена P^* каждого актива в будущем как его текущая цена P_0 плюс прирост цены, соответствующий данному сценарию:

$$P_{i,t}^* = p_{i,0} + \Delta P_{i,t}, i = 1, 2, \dots, N, t = 1, 2, \dots, T.$$

Затем производится полная переоценка всего текущего портфеля по ценам, смоделированным на основе исторических сценариев, и для каждого сценария вычисляется, насколько изменилась бы стоимость сегодняшнего портфеля:

$$\Delta V_t = V_t^* - V_0, t = 1, 2, \dots, T.$$

После этого полученные T изменений портфеля ранжируются по убытанию (от самого большого прироста до самого большого убытка), которые можно пронумеровать от 1 до T . В соответствии с желаемым уровнем доверия $(1 - \alpha)$ величина VaR определяется как такой максимальный убыток, который не превышает в $(1 - \alpha)T$ случаях, то есть VaR равен абсолютной величине изменения с номером, равным целой части числа $(1 - \alpha)T$.

Данный метод относительно легко реализуем, если в распоряжении риск-менеджеров имеется ежедневно обновляемая база данных по всем факторам риска, которым подвержены инструменты портфеля. Как правило, чем больше глубина ретроспективы, используемой для моделирования цен, тем выше точность оценок VaR, но одновременно и сильнее опасность использования устаревших данных, «заглушающих» новые тенденции рынка.

В методе исторического моделирования изменения значений факторов риска измеряются за интервалы, соответствующие выбранному горизонту расчета VaR. Например, для расчета месячного VaR следует построить распределение смоделированных месячных изменений стоимости портфеля за несколько предшествующих лет.

Достоинства метода исторического моделирования: отсутствие предположений о нормальном распределении доходностей факторов риска или какой-либо другой стохастической модели динамики цен на рынке, кроме реально наблюдавшейся в прошлом (что позволяет учесть эффект «толстых хвостов» такого распределения), хорошая точность оценки риска нелинейных инструментов, простота полной переоценки портфеля, осуществляемой по историческим сценариям, отсутствие риска использования ошибочной модели для оценки стоимости инструментов, интуитивная простота и наглядность.

Метод Монте-Карло, или метод стохастического моделирования (Monte Carlo simulation), основан на моделировании случайных процессов с заданными характеристиками. В отличие от метода исторического моделирования, в методе Монте-Карло изменения цен активов генерируются псевдослучайным образом в соответствии с заданными параметрами распределения, например математическим ожиданием μ и волатильностью σ . Имитируемое распределение может быть, в принципе, любым, а количество сценариев - весьма большим (до нескольких десятков тысяч). В остальном метод аналогичен методу

исторического моделирования.

Достоинства метода Монте-Карло: высокая точность расчетов, высокая точность применительно к инструментам с нелинейными ценовыми характеристиками, возможность моделирования любых исторических и гипотетических распределений.

Недостатки метода Монте-Карло: высокая сложность моделей и соответственно высокий риск неадекватности моделей, высокие требования к вычислительной мощности и значительные затраты времени на проведение расчетов.

Поскольку современный финансовый риск-менеджмент оперирует показателями на основе value at risk, необходимо четко представлять себе, какой из методов расчета VaR и в каких условиях показывает наилучшие результаты.

Метод исторического моделирования позволяет наглядно и полно оценить риск с учетом «толстых хвостов» без предположений о характере распределения, однако он предполагает наличие обширной базы данных по всем факторам риска.

Метод Монте-Карло общепризнан наилучшим, так как обладает рядом неоспоримых достоинств, в частности не использует гипотезу о нормальном распределении доходностей, показывает высокую точность для нелинейных инструментов и устойчив к выбору ретроспективы. К недостаткам метода можно отнести техническую сложность расчетов и модельный риск

В практической части работы рассматривается задача оценки рыночного риска валютного портфеля стоимостью 1 миллион рублей, равномерно распределенного между тремя валютами: долларом США (USD/RUB), евро (EUR/RUB) и британским фунтом стерлингов (GBP/RUB), с использованием метода Value at Risk (VaR) на уровнях доверия 95% и 99%. Исходные данные включают ежедневные котировки этих валют за 10-дневный период с 01.03.2025 по 10.03.2025.

Основные этапы решения задачи состоят в расчете логарифмических доходностей для каждой валюты, определении статистических характеристик (средних значений доходностей и ковариационной матрицы для учета корреляций между валютами), моделировании 10 000 сценариев будущих изменений цен методом Монте-Карло с применением разложения Холецкого, а также последующем вычислении прибылей и убытков для каждого сценария с целью нахождения значений VaR как 5%-го и 1%-го перцентилей распределения возможных убытков, что позволяет сделать выводы о максимальных ожидаемых потерях портфеля с заданными вероятностями.

Написана программа на языке Python. В программе существуют входные параметры, с помощью которых рассчитываются все этапы решения. Приложение А содержит код данной программы.

Алгоритм решения:

Шаг 1. Расчет логарифмических доходностей.

Расчитываются логарифмические доходности для каждой валюты.

Шаг 2. Расчет средних значений доходностей.

Расчитываются средние значения доходностей по данным из первого шага.

Шаг 3. Расчет ковариационной матрицы.

Для расчета ковариационной матрицы необходимо вычислить дисперсии каждой отдельной переменной (в данном случае - доходностей валют) и ковариации между всеми парами переменных.

Расчет ковариационной матрицы в этом исследовании выполняет три ключевые функции, критически важные для точной оценки рисков методом VaR: учет корреляций между валютами, генерация коррелированных случайных величин в методе Монте-Карло и повышение точности VaR.

Шаг 4. Разложение Холецкого

Этот шаг необходим для генерации коррелированных случайных величин в методе Монте-Карло. Это позволяет преобразовать независимые нормально распределенные случайные величины в зависимые, учитывающие реальные корреляции между валютами, что критически важно для точного моделирования совместного поведения активов и корректного расчета VaR. Без этого шага смоделированные сценарии не отражали бы реальные взаимосвязи между валютами, что привело бы к недостоверным оценкам риска.

Шаг 5. Генерация сценариев

Генерация сценариев методом Монте-Карло — позволяет смоделировать множество возможных вариантов изменения доходностей валют с учетом их корреляций (через разложение Холецкого из 4-го шага). Это необходимо для построения распределения потенциальных убытков портфеля, на основе которого затем определяются значения VaR (5%-й и 1%-й перцентили). Без этого шага невозможно получить статистически значимую оценку риска, так как реальных исторических данных недостаточно для покрытия всех возможных рыночных сценариев.

После генерации всех возможных сценариев: с вероятностью 95% убытки не превысят 18 500 руб. за день. С вероятностью 99% убытки не превысят 27 300 руб. за день.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения данной дипломной работы была достигнута основная цель — изучение метода Value at Risk (VaR) и его применение для оценки рыночных рисков на примере диверсифицированного портфеля валют. Исследование позволило не только углубить теоретические знания, но и получить практические навыки расчета VaR с использованием метода Монте-Карло.

Теоретическая часть работы была посвящена анализу ключевых концепций VaR, включая его определение, параметры (уровень доверия, временной горизонт) и интерпретацию. Были рассмотрены три основных метода расчёта VaR: дельта-нормальный, исторического моделирования и метод Монте-Карло. Каждый из них обладает своими преимуществами и ограничениями. Например, дельта-нормальный метод прост в реализации, но менее точен для нелинейных инструментов, тогда как метод Монте-Карло, несмотря на вычислительную сложность, обеспечивает высокую точность и гибкость, особенно при моделировании сложных портфелей.

Практическая часть включала расчет VaR для портфеля, состоящего из трех валют (USD/RUB, EUR/RUB, GBP/RUB), с использованием метода Монте-Карло. Основные этапы работы:

- Расчёт логарифмических доходностей на основе исторических данных.
- Определение статистических характеристик: средних значений и ковариационной матрицы, что позволило учесть корреляции между валютами.
- Моделирование сценариев с применением разложения Холецкого для генерации коррелированных случайных величин.
- Расчёт VaR для уровней доверия 95% и 99%, который показал, что с вероятностью 95% убытки портфеля не превысят 18 500 руб. (1.85% от портфеля), а с вероятностью 99% — 27 300 руб. (2.73% от портфеля).

Основные выводы:

- VaR является эффективным инструментом для количественной оценки рыночных рисков, позволяющим инвесторам принимать обоснованные решения.
- Метод Монте-Карло демонстрирует высокую точность при моделирова-

нии рисков, особенно для диверсифицированных портфелей, но требует значительных вычислительных ресурсов.

- Учёт корреляций между активами и использование реальных данных повышают достоверность результатов.

В заключение, проведённое исследование подтвердило важность VaR как инструмента риск-менеджмента и продемонстрировало его практическую применимость. Полученные результаты могут быть использованы для оптимизации инвестиционных решений и минимизации потенциальных убытков в условиях нестабильности финансовых рынков.