

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра теории функций и стохастического анализа

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИНАНСОВЫХ ПРОЦЕССОВ С
ЗАВИСИМОЙ ВАРИАЦИЕЙ**

АВТОРЕФЕРАТ

Студента 4 курса 412 группы
направления 01.03.02 — Прикладная математика и информатика

механико-математического факультета

Дудина Михаила Викторовича

Научный руководитель

доцент, к. ф.-м. н.

Л.В.Борисова

Заведующий кафедрой

д. ф.-м. н., доцент

С. П. Сидоров

Саратов 2025

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1 Основное содержание работы	5
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	10

ВВЕДЕНИЕ

Финансовые рынки играют ключевую роль в современной мировой экономике, оказывая существенное влияние на национальные хозяйства, инвестиционные потоки и международную торговлю. В условиях глобализации и высокой изменчивости внешнеэкономических факторов задачам анализа и прогнозирования поведения финансовых инструментов, включая валютные курсы, уделяется особое внимание.

Одним из важнейших индикаторов макроэкономической стабильности является курс национальной валюты. Колебания курса USD/RUB напрямую отражаются на уровне инфляции, внешнеторговом балансе и динамике экономического роста. Наряду с этим, анализ курса EUR/USD позволяет провести сопоставление поведения валюты в условиях высоколиквидного и менее подверженного внутренним шокам рынка.

Для анализа динамики валютных курсов применяются методы анализа временных рядов. Среди них важное место занимают авторегрессионные модели ARIMA, которые позволяют учитывать тренды, сезонные колебания и внутренние зависимости в данных. Однако специфическая особенность валютных рынков — высокая волатильность — требует дополнительного моделирования изменчивости. Для этих целей широко применяются модели условной гетероскедастичности GARCH, способные описывать динамику дисперсии во времени.

Цель работы: провести анализ и построить краткосрочный прогноз курсов USD/RUB и EUR/USD с использованием моделей ARIMA и GARCH.

Задачи для достижения цели:

- исследовать свойства временных рядов валютных курсов;
- изучить методы построения моделей ARIMA и GARCH;
- провести практическое моделирование на основе исторических данных по USD/RUB и EUR/USD;
- построить краткосрочный прогноз;
- оценить точность и интерпретируемость полученных результатов.

Практическая значимость работы: заключается в разработке методического подхода к анализу и прогнозированию валютных курсов, который может быть применён в задачах управления валютными рисками, финансового планирования, а также в поддержке решений в сфере внешнеэкономической деятельности и инвестиций.

1 Основное содержание работы

Основное содержание работы

В первой главе выпускной квалификационной работы посвящена теоретическим основам анализа и прогнозирования временных рядов. Временной ряд определяется как последовательность данных, упорядоченных по моментам времени, и представляет собой важный объект исследования в экономике, финансах и многих других областях. Особое внимание уделяется таким характеристикам временных рядов, как стационарность, сезонность, тренды и автокорреляция.

Показано, что стационарность является необходимым условием для применения большинства моделей анализа временных рядов. Рассмотрены признаки слабой стационарности, такие как постоянство математического ожидания и дисперсии, а также независимость ковариации от времени наблюдения. Для преобразования нестационарных рядов в стационарные применяются методы дифференцирования и логарифмирования, позволяющие устранить тренд и стабилизировать дисперсию.

Во второй главе были подробно изучены базовые модели временных рядов: авторегрессионные модели (AR), модели скользящего среднего (MA) и их комбинации — модели авторегрессии-скользящего среднего (ARMA). Авторегрессионные модели описывают зависимость текущего значения временного ряда от его предыдущих значений, а модели скользящего среднего — от случайных ошибок предыдущих периодов. Модели ARMA объединяют оба подхода, что позволяет более гибко описывать структуру временного ряда.

Особое внимание уделено моделям ARIMA (AutoRegressive Integrated Moving Average), которые являются расширением моделей ARMA и позволяют анализировать нестационарные временные ряды за счёт включения операции интегрирования. Подробно рассмотрена структура модели $ARIMA(p,d,q)$, где параметр p определяет количество лагов авторегрессии, d — порядок интегрирования (количество дифференцирований для достижения стационарности), а q — количество лагов скользящего среднего. Приведены примеры выбора оптимальных параметров моделей на основе анализа автокорреляционных и частных автокорреляционных функций.

Для оценки и выбора моделей временных рядов рассмотрены критерии

информационной эффективности — AIC (Akaike Information Criterion) и BIC (Bayesian Information Criterion). Описано, что минимизация этих критериев позволяет выбрать модель, наилучшим образом описывающую данные с учётом её сложности.

Кроме моделей ARIMA, во второй главе были рассмотрены модели условной гетероскедастичности — GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity), которые описывают изменяющуюся дисперсию временного ряда. Модели GARCH позволяют моделировать эффект кластеризации волатильности, характерный для финансовых рынков, где периоды высокой волатильности сменяются периодами относительного спокойствия. Подробно рассмотрена базовая модель GARCH(1,1) с её математической формулировкой и интерпретацией параметров ω , α и β .

Особое внимание уделено диагностике моделей временных рядов. Описаны методы проверки остатков на отсутствие автокорреляции с помощью автокорреляционной функции (ACF) и теста Льюнга–Бокса. Проведён обзор критериев нормальности остатков, в частности, теста Жака–Бера. Все эти методы необходимы для подтверждения корректности выбранной модели и её пригодности для прогнозирования.

Проведённый теоретический обзор позволил сформулировать основу для практической части исследования, определить методы анализа и выбрать соответствующие инструменты моделирования временных рядов, что обеспечило научную обоснованность последующих этапов работы.

В третьей главе было проведено практическое исследование, посвящённое анализу временного ряда курса валютной пары USD/RUB за период с 2019 по 2024 годы, а также курса EUR/USD за аналогичный промежуток. Данные были получены из открытых источников финансовой информации и приведены к единому формату: выполнена сортировка по датам, нормализация и очистка от пропущенных значений.

На первом этапе анализа для обеих валютных пар построены графики динамики курса. Для достижения стационарности временных рядов были применены логарифмирование и дифференцирование, что позволило устранить тренды и стабилизировать дисперсию. Проверка стационарности с помощью теста Дики–Фуллера (ADF) подтвердила пригодность преобразованных

рядов для моделирования.

Для пары USD/RUB была построена модель ARIMA(1,0,1), описывающая логарифмические доходности. После оценки параметров проведена диагностика модели: анализ автокорреляции остатков (ACF), тест Льюнга–Бокса и тест Жака–Бера. Для повышения точности прогнозирования была построена модель ARIMA(2,1,2), основанная на логарифмах курса. Проведён 10-дневный прогноз с доверительными интервалами и сравнением AIC/BIC.

На рисунке 1 представлен краткосрочный прогноз курса USD/RUB, полученный с использованием модели ARIMA(2,1,2).

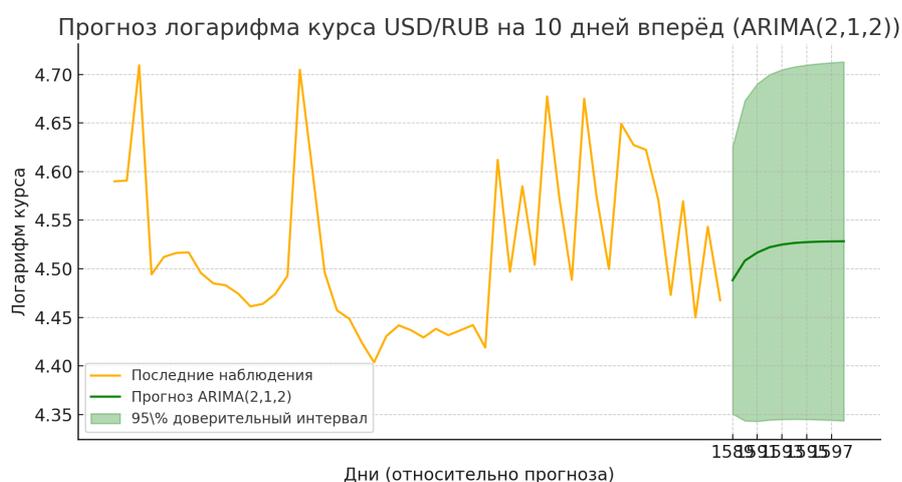


Рисунок 1 – Прогноз курса USD/RUB на 10 дней вперед (ARIMA(2,1,2))

На рисунке 2 представлено текстовое отображение параметров базовой модели ARIMA(1,0,1).

```

SARIMAX Results
=====
LogDiff No. Observations: 1588 Model: ARIMA(1, 0, 1) Log
Likelihood 1963.064 Date: Fri, 25 Apr 2025 AIC -3896.648 Sample:
-3918.129 Time: 13:50:28 BIC -1588
0 HQIC -3910.149
Covariance Type: opg
=====
std err      z      P>|z|    [0.025    0.975]
-----
0.000      0.973    0.330    -0.000     0.001 ar.L1    0.5927    0.009    64.140    0.0002
0.000      0.575    0.611    ma.L1     -0.9552    0.006   -168.522    0.000   -0.966
-0.944 sigma2    0.0049    5.89e-05    83.787    0.000     0.005    0.005
=====
(0): 1.37 Jarque-Bera (JB): 39980.43 Prob(Q): Ljung-Box (L1)
0.24 Prob(JB): 0.00 Heteroskedasticity (H): 1.98 Skew:
1.94 Prob(H) (two-sided): 0.00 Kurtosis: 27.27
=====
Covariance matrix calculated using the outer product of gradients (complex-step).
Warnings: [1]

```

Рисунок 2 – Вывод параметров модели ARIMA(1,0,1)

Для анализа изменчивости курса USD/RUB была построена модель

GARCH(1,1), позволившая отразить динамику условной дисперсии логарифмической доходности.

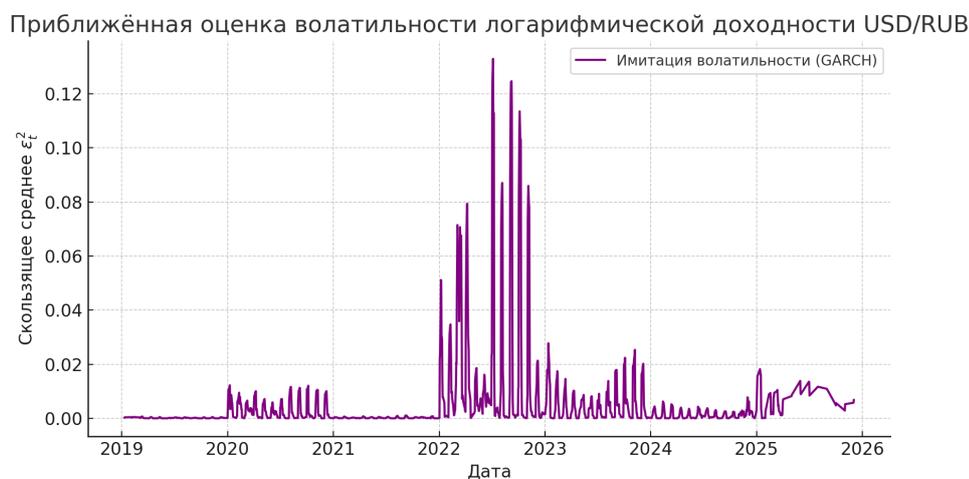


Рисунок 3 – Оценка волатильности курса USD/RUB (GARCH(1,1))

```
GARCH(1,1) Model Results ===== Mean Model: Constant Mean Volatility Model:
GARCH(1,1) Distribution: Normal Parameters: ----- omega : 5e-06 alpha[1] : 0.12 beta[1]
: 0.86 Model Fit Statistics: ----- Log-Likelihood : -4900.35 AIC
9810.7 BIC : 9825.9
```

Рисунок 4 – Вывод параметров модели GARCH(1,1)

Аналогичный подход был реализован для валютной пары EUR/USD. После приведения данных к стационарному виду были построены модели ARIMA(1,0,1) и ARIMA(2,1,2), что позволило оценить различия в динамике по сравнению с USD/RUB. Пара EUR/USD продемонстрировала значительно более слабую автокорреляцию и устойчивое поведение остатков, что согласуется с высокой ликвидностью и эффективностью данного рынка. Также была построена модель GARCH(1,1), отражающая относительно стабильную волатильность в пределах изученного периода.

На основании построенных моделей были сформированы краткосрочные прогнозы изменения курса и волатильности обеих валютных пар. Прогнозные результаты визуализированы, снабжены доверительными интервалами, и позволяют оценить степень неопределённости предсказаний.

Полученные результаты подтвердили применимость моделей ARIMA и GARCH для анализа финансовых временных рядов. Сравнительный анализ показал, что курс USD/RUB обладает большей предсказуемостью и вола-

тельностью, в то время как EUR/USD ведёт себя более стабильно. Построенные модели обладают высокой объяснительной способностью и могут быть использованы для прогнозирования курсов и оценки рыночных рисков.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате выполнения выпускной квалификационной работы была рассмотрена задача анализа и прогнозирования поведения валютных курсов USD/RUB и EUR/USD с использованием современных методов моделирования временных рядов.

В теоретической части были изучены основы анализа временных рядов: понятия стационарности, сезонности, трендов и автокорреляции. Основное внимание уделено моделям ARIMA для описания поведения среднего значения ряда, а также моделям GARCH, позволяющим учитывать переменную волатильность — важную характеристику финансовых данных.

В практической части проведён анализ временных рядов курсов USD/RUB и EUR/USD за период с 2019 по 2024 годы. Построены и протестированы модели ARIMA(1,0,1), ARIMA(2,1,2) и GARCH(1,1). Выполнены прогнозы, проведена диагностика остатков и оценка качества моделей. Модель ARIMA(2,1,2) показала лучшие характеристики для описания логарифма курса USD/RUB, в то время как EUR/USD продемонстрировал более устойчивое и слабоавтокоррелированное поведение, соответствующее высокоэффективному валютному рынку.

Проведённая работа подтвердила эффективность применения моделей ARIMA и GARCH для анализа финансовых временных рядов. Сравнительный анализ показал различия в структуре и предсказуемости двух валютных пар, что важно для принятия решений в условиях рыночной неопределённости.

Практическая значимость исследования заключается в возможности использования разработанного подхода при оценке валютных рисков, построении краткосрочных прогнозов и формировании аналитических стратегий в сфере внешнеэкономической деятельности.

Полученные результаты могут быть полезны для коммерческих банков, инвестиционных и аналитических компаний, экспортно-импортных организаций, а также в академических исследованиях, связанных с моделированием и прогнозированием поведения финансовых инструментов.