

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»  
Педагогический институт

Кафедра математики и методики ее преподавания

**Методика изучения комбинаторики в основной школе**

АВТОРЕФЕРАТ  
ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ  
БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 5 курса 531 группы  
направления 44.03.01 Педагогическое образование,  
профиль подготовки «Математическое образование»  
факультета физико-математических и естественно-научных дисциплин

**Ахметовой Карины Нурлановны**

Научный руководитель

доцент, к.п.н.

\_\_\_\_\_  
подпись                      дата

О. М. Кулибаба

Зав. кафедрой

к.п.н., доцент

\_\_\_\_\_  
подпись                      дата

И. К. Кондаурова

Саратов 2025

**Введение.** Современное образование требует качественного математического развития учащихся, включающего формирование критического мышления, аналитических способностей и умения решать нестандартные задачи. В этом контексте комбинаторика, изучающая способы комбинирования и упорядочивания элементов, играет важную роль.

Комбинаторные задачи способствуют развитию не только математических навыков, но и творческого подхода к решению проблем, что отражено в требованиях ФГОС ООО. Однако, несмотря на значимость этого раздела, методика преподавания комбинаторики в основной школе остается недостаточно разработанной.

Ряд исследователей занимался вопросами обучения комбинаторике в школьном курсе алгебры:

- Н. Я. Виленкин изучал графы, алгоритмические методы и математические модели, способствуя развитию комбинаторных подходов в науке и практике.

- А. Н. Колмогоров популяризировал комбинаторику в школьной математике.

- И. В. Яценко и И. Р. Высоцкий разработали сборники задач, учебные пособия и методические рекомендации.

Несмотря на вклад этих авторов, методических материалов по комбинаторике остается недостаточно, что подчеркивает актуальность дальнейших исследований в данной области.

Цель дипломной работы: изучить теоретические и практические аспекты методики изучения комбинаторики в основной школе.

Для достижения поставленной цели были поставлены и решены следующие задачи:

- проанализировать историю становления и развития комбинаторики, ее внедрения в школьный курс математики;

- 2) рассмотреть основные теоретические аспекты комбинаторики;
- 3) охарактеризовать различные методы решения комбинаторных задач;
- 4) выявить методические особенности изучения комбинаторики в основной школе;
- 5) разработать планы-конспекты уроков по комбинаторике для учащихся основной школы.

Методы работы: анализ психолого-педагогической и методико-математической литературы; разработка и апробация методических материалов.

Структура работы: титульный лист; введение; два раздела («Методика изучения комбинаторики в основной школе: теоретические аспекты»; «Методика изучения комбинаторики в основной школе: практические аспекты»); заключение; список использованных источников.

**Основное содержание работы.** В первом разделе «Методика изучения комбинаторики в основной школе: теоретические аспекты» решались первые две задачи бакалаврской работы.

Комбинаторика зародилась в XVI веке из практических задач азартных игр, где требовалось подсчитывать вероятности различных комбинаций. Первые серьёзные работы принадлежат Пачоли (1494), Тарталье (1556), а окончательное развитие методы получили у Паскаля и Ферма (1654), заложивших основы теории вероятностей.

В XVIII-XIX веках комбинаторная школа Гинденбурга систематизировала основные понятия: перестановки, сочетания и размещения. Хотя методы оставались эмпирическими, это создало базу для дальнейшего развития.

XX век принёс алгебраизацию комбинаторики благодаря работам Рота и Стенли. Их исследования упорядоченных множеств и функций Мёбиуса нашли применение в криптографии, теории кодирования и кристаллографии.

В школьном образовании комбинаторика прошла сложный путь:

- до 1917 года изучалась в гимназиях;
- в 1930-1950-е вошла в программу старших классов;
- после 1960-х акцент сместился на теорию вероятностей;
- с 1990-х в математике уменьшился фокус на комбинаторику, в информатике увеличился;
- в 2003-2008 годы: фрагментарное изучение, не имеющие системного подхода в школьной программе, в 7-9 классах элементы комбинаторики включались в учебники алгебры без теоретического обоснования;
- в 2008-2014 годы комбинаторика появилась в ЕГЭ. Ситуация изменилась с введением государственных экзаменов. Появление комбинаторных задач в ЕГЭ и ОГЭ привело к усилению внимания к этой теме;
- в 2015-2018 годы обновленный образовательный стандарт сделал комбинаторику обязательным элементом программы;
- с 2023 года введение курса «Вероятность и статистика» расширило рамки изучения комбинаторики.

Основные понятия. Комбинаторика изучает способы составления и подсчёта комбинаций из элементов конечного множества. Ключевыми принципами обучения являются развитие гибкости мышления, связь с практической деятельностью и постепенный переход от простого перебора к использованию формул.

Базовые правила: правило сложения применяется для несовместных событий (А или В), а правило умножения – для последовательного выбора элементов. Например, выбор ведущего из 11 мальчиков или 13 девочек:  $11+13=24$  способа; составление наряда из 3 рубашек и 2 брюк:  $3 \times 2=6$  вариантов.

Методы решения.

1. Перебор вариантов – это наиболее простой способ решения комбинаторных задач является полный перебор всех возможных комбинаций.

2. Табличный метод – это метод, применимый для задач, где важен учет комбинаций по определенным критериям. Он позволяет наглядно представить все возможные варианты и исключить пропуски или повторы.

3. Метод построения дерева возможных вариантов – метод применяемый, когда необходимо визуализировать последовательность выбора и избежать ошибок при переборе. Этот метод особенно полезен при решении задач с ветвящимися условиями.

4. Метод построения граф-схем используются для моделирования задач, где важно учитывать связи между элементами. Точки (вершины) графа обозначают объекты, а линии (ребра) – отношения между ними.

5. Формулы – обеспечивают точный расчёт для стандартных задач:

– перестановки:  $P_n = n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 1$ ;

– размещения:  $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ ;

– сочетания:  $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ ;

– принцип включения и исключения:  $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$ .

Для каждого метода были разработаны задачи, у каждого метода выявлены свои преимущества и недостатки. Сделан вывод, что выбор оптимального подхода к решению требует тщательного анализа структурных характеристик конкретной задачи, включая природу комбинаторных объектов, наличие ограничений и требований к результату.

Во втором разделе «Методика изучения комбинаторики в основной школе: практические аспекты» решались оставшиеся задачи бакалаврской работы.

Проанализированы информативная база и структура изучения. Согласно обновлённому ФГОС (приказ Минпросвещения №287 от 31.05.2021), комбинаторика изучается в рамках модуля «Вероятность и статистика» с 7 по 9 классы. Эта тема становится фундаментом для понимания вероятностных концепций, так как расчёт вероятностей требует умения подсчитывать возможные исходы с помощью различных комбинаторных методов.

Пропедевтика комбинаторики начинается уже в 5-6 классах через решение элементарных задач на перебор вариантов. Например, в учебнике Виленкина для 5 класса предлагается задача на составление трёхзначных чисел из цифр 3 и 5, которая решается как перебором, так и с помощью дерева вариантов. Такой подход позволяет сформировать базовые навыки систематического анализа.

Значимость комбинаторики подтвердилась её включением в ОГЭ и ЕГЭ. В ОГЭ это преимущественно вероятностные задачи с элементарным перебором, тогда как в профильном ЕГЭ встречаются более сложные задания на перестановки и сочетания. Такая дифференциация отражает поэтапное усложнение материала в школьной программе.

#### Ключевые методические принципы.

1. Наглядность: использование графических моделей (деревьев вариантов, таблиц, графов) помогает преодолеть абстрактность комбинаторных понятий.
2. Практическая направленность: решение задач из повседневной жизни (распределение бюджета, составление расписаний), что повышает мотивацию учащихся.
3. Межпредметные связи: интеграция с теорией вероятностей и информатикой демонстрирует универсальность комбинаторных методов.
4. Дифференцированный подход.

Методика преподавания должна учитывать разный уровень подготовки:

- для базового уровня достаточно освоения систематического перебора и основных правил;
- углублённый уровень требует владения комбинаторными формулами и их доказательствами.

Контроль и оценка. Эффективное усвоение материала обеспечивается системой разноуровневых заданий – от репродуктивных задач до исследовательских проектов. Особое внимание уделяется профилактике типичных ошибок, таких как пропуск вариантов при переборе или путаница между типами комбинаций.

Таким образом, методика преподавания комбинаторики должна сочетать строгую логику математического подхода с развитием творческого мышления, постепенно подводя учащихся от простого перебора к сложным комбинаторным моделям.

Разработаны: плана-конспекта урока по теме «Графы в нашей жизни» для учащихся 7 класса, плана-конспекта урока по теме «Правило умножения в комбинаторике» для учащихся 8 класса.

**Заключение.** Основные результаты бакалаврской работы:

- 1) Проанализирована история становления и развития комбинаторики, ее внедрения в школьный курс математики.
- 2) Рассмотрены основные теоретические аспекты комбинаторики.
- 3) Охарактеризованы различные методы решения комбинаторных задач (метод перебора, табличный метод, методы построения дерева возможных вариантов и использование граф-схем, метод решения комбинаторных задач с использованием формул).

Универсального метода решения комбинаторных задач нет. Выбор оптимального подхода к решению требует тщательного анализа структурных

характеристик конкретной задачи, включая природу комбинаторных объектов, наличие ограничений и требований к результату.

4) Выявлены методические особенности изучения комбинаторики в основной школе.

Основными аспектами методики преподавания комбинаторики в основной школе являются: принцип наглядности и визуализации, принцип постепенного усложнения, практико-ориентированный подход, межпредметные связи, дифференциация обучения.

Методика преподавания комбинаторики должна сочетать строгую логичность математического подхода с развитием творческого мышления учащихся. Особое значение имеет правильное соотнесение теоретического материала с возрастными познавательными возможностями школьников, что позволяет сформировать прочные комбинаторные умения, необходимые как для дальнейшего изучения математики, так и для применения в реальной жизни.

5) Разработаны планы-конспекты уроков по темам «Графы в нашей жизни» для учащихся 7 класса, «Правило умножения в комбинаторике» для учащихся 8 класса.