МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»
Педагогический институт

Кафедра математики и методики ее преподавания

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИСТОРИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

АВТОРЕФЕРАТ
ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ
БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 4 курса 431 группы
направления 44.03.01 Педагогическое образование,
профиль подготовки «Математическое образование»
факультета физико-математических и естественно-научных дисциплин

Даниловой Анастасии Николаевны

Научный руководитель
доцент, к.п.н. ____________________ О. М. Кулибаба
подпись дата

Зав. кафедрой
к.п.н., доцент ____________________ И. К. Кондаурова
подпись дата

Саратов 2025

Введение. Согласно Федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования, одной из задач современной системы образования является формирование у учащихся целостного мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, учитывающего социальное, культурное, языковое и духовное многообразие современного мира. Одним из предметных результатов изучения школьного курса математики является формирование представлений о социальных, культурных и исторических факторах становления математической науки. Гармоничная интеграция историко-математического материала в процесс изучения математики школьниками отвечает поставленным задачам, поскольку позволяет учащимся проследить становление математики и узнать о математических достижениях человечества.

О необходимости использования исторического материала при обучении математике школьников писали многие педагоги и методисты: С. А. Северцов, Е. В. Ермакова, А. Е. Малых, Д. А. Степура, Н. И. Чиркова, И. Л. Мирошниченко и др.

При несомненной значимости проведенных исследований проблема использования исторического материала на уроках математики остается открытой для изучения.

Цель бакалаврской работы: теоретически обосновать и практически продемонстрировать возможности использования исторического материала на уроках математики.

Задачи бакалаврской работы:

1) охарактеризовать сущность понятие «исторический материал на уроках математики»;

2) рассмотреть классификацию способов включения исторического материала в урок математики;

3) обосновать целесообразность использования исторического материала на уроках математики;

4) выявить методические особенности использования исторического материала на уроках математики;

5) разработать план-конспект урока математики с использованием исторического материала.

Бакалаврская работа состоит из введения, двух разделов, заключения и списка использованных источников.

Во введении обоснована актуальность темы исследования, описана степень ее разработанности, сформулированы цель и задачи работы, описана структура бакалаврской работы.

В первом разделе «Использование исторического материала на уроках математики: теоретические аспекты» описана сущность понятия «исторический материал на уроках математики», приведена классификация способов включения исторического материала в урок математики и обоснована целесообразность его использования.

Во втором разделе «Использование исторического материала на уроках математики: методические аспекты» выявлены методические особенности использования исторического материала на уроках математики и разработан план-конспект урока математики на основе исторического материала.

В заключении сформулированы основные выводы по бакалаврской работе.

Список использованных источников содержит 22 наименования.

Основное содержание работы. Исторический материал на уроках математики – это материал, связанный с историей математики и включающий в себя представление об истории развития различных математических концепций, то есть это информация о развитии математических идей, теорий и методов, а также об открытиях и достижениях ученых-математиков. Исторические сводки позволяют учащимся увидеть, как формировалась и эволюционировала математика на протяжении тысячелетий, какие проблемы стояли перед учеными разных эпох и каким образом они решались. Например, к историко-математическому материалу относят исторические сведения о возникновении тех или иных понятий, теорем и методов решения в математике, информацию о становлении математических школ и разделов математики, старинные задачи, биографические данные о математиках, оказавших определенное влияние на развитие математической науки, анализ связи математики с другими науками и оценка влияния математических достижений на развитие связанных отраслей, различные первичные и вторичные математические источники (трактаты, труды ученых, старинные учебники и т.д.).

Интеграция исторического материала в процесс обучения математике – это органичное включение историко-математического материала в процесс обучения математике, с целью расширения знаний о прошлом науки, углубления понимания современных математических концепций, развития познавательного интереса и метапредметных навыков.

По характеру включения исторического материала выделяют эпизодическое, систематическое и интегрированное включение.

По характеру дидактических целей выделяют мотивационные, образовательные, воспитательные и развивающие способы включения исторического материала на уроках математики.

Включение исторического материала в урок математики – это не просто добавление интересных фактов в ход урока, которое не имеет особых педагогических последствий, а полноценный стратегический подход к обучению, который позволяет гуманизировать математику, развивать метапредметные навыки учащихся, упрощать понимание сложных математических концепций, формировать эстетическое восприятие математики, стимулировать исследовательскую деятельность, повышать познавательный интерес и мотивацию учащихся, обеспечивать углубленное понимание математических концепций и осуществлять личностное воспитание школьников.

Интеграция исторического материала в образовательный процесс, несмотря на свой значительный дидактический потенциал, требует от учителя строгого соблюдения определенных методических рекомендаций. Включение исторического материала должно основываться на принципах историзма, научности, доступности и целесообразности.

В контексте учебного занятия по математике исторический материал может быть органично включен посредством следующих дидактических приемов: использование интегрированных элементов, применение аутентичных исторических задач, использование старинных методов решения математических задач, подготовка учащимися исследовательских проектов и докладов, эвристические беседы и проблемные ситуации, подготовка мини-докладов, использование воспитательно-направленных исторических фрагментов. Были приведены примеры применения каждого из дидактических приемов для органичного включения исторического материала в уроки математики.

Также был разработан основанный на историческом содержании урок по теме «Квадрат суммы и квадрат разности» для учащихся 7 класса. Приведем содержание разработанного урока.

Цель: обучить применению формул сокращенного умножения.

Задачи:

Дидактические: повторить теорию, касающуюся разложения многочлена на множители; вывести формулы квадрата суммы и квадрата разности; сформировать умение использовать формулы квадрата суммы и квадрата разности;

Развивающие: развивать логическое мышление, формировать отношение к математике как к части общечеловеческой культуры;

Воспитательные: способствовать развитию математической речи; формировать коммуникативные навыки.

Специфические особенности методики: Макарычев, Ю. Н. Алгебра 7 класс / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова. – М. : Просвещение, 2024. – 257 с.

Оборудование: карточки с заданиями на повторение предыдущей темы, карточки с заданиями «Найди ошибку», презентация для дидактической игры.

Ход урока

I. Организационный момент – 1 минута.

II. Собственно урок.

2.1 Актуализация знаний (дидактическая игра – 5 минут)

ФИ ______________________________ класс ______

Разложите приведенные ниже многочлены на множители с помощью известных вам способов, а затем вычислите значение выражений при указанных значениях. Каждому полученному ответу ставьте в соответствие букву из таблицы. Какое слово у вас получилось?

1) $3x - 6x^2 - 10xy + 5y$, $x = 1$, $y = 0$

2) $-6xy + 9y^2$, $x = 100$, $y = -2$

3) $3x^3 - 21x^2 + 4x - 28$, $x = 7$

4) $4x^2 - 4x - 3$, $x = 0{,}5$

5) $4x^3 - 48x^2 + 5x - 60$, $x = -3$

6) $x^3 + 11x^2 + 5x + 55$, $x = -12$.

-4	1236	-149	-3	0	-585
Л	В	Д	Е	К	И

Запишите полученное слово: ________________________________

Ответы к заданиям:

1) -3;	2) 1236;	3) 0;	4) -4;	5) -585;	6) -149.

Зашифрованное слово: ЕВКЛИД.

После того, как работа над заданиями завершена и слово составлено, учитель сообщает, что имя этого математика еще прозвучит на сегодняшнем уроке и объявляет тему занятия: «Квадрат суммы и квадрат разности».

2.2 Изучение нового материала (объяснение учителя + беседа – 15 минут)

Пример. Возведите в квадрат сумму $(a+b)^2$. Каким правилом вы воспользуетесь для выполнения задания? Сформулируйте правило. *(При умножении многочлена на многочлен каждый одночлен одного многочлена умножают на каждый одночлен другого многочлена)* Ученики начинают выполнять умножение двух многочленов:

$$(a+b)^2 = (a+b)\,(a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Таким образом, $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Полученное тождество называют формулой квадрата суммы. Данная формула позволяет возводить в квадрат сумму любых двух выражений быстрее и проще, и поэтому она является одной из формул сокращенного умножения. Вместо выполнения умножения многочлена самого на себя по правилу умножения многочлена на многочлен, мы будем сразу использовать формулу сокращенного умножения.

Понимать формулу следует так: квадрат суммы двух выражений равен квадрату первого выражения плюс удвоенное произведение первого и второго выражений плюс квадрат второго выражения.

Пример. Возведите в квадрат сумму $(8x+3)^2$.

$$(8x+3)^2 = (8x)^2 + 2 \cdot 8x \cdot 3 + 3^2 = 64x^2 + 48x + 9$$

Замечание: во время возведения суммы в квадрат ученики проговаривают правило, которое применяют для выполнения задания.

Аналогично выводят формулу квадрата разности:

$$(a-b)^2 = (a-b)\,(a-b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Таким образом, $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

Понимать формулу следует так: квадрат разности двух выражений равен квадрату первого выражения минус удвоенное произведение первого и второго выражений плюс квадрат второго выражения.

Также формулу квадрата разности можно вывести иным способом: в формуле квадрата суммы вместо b взять $-b$. Получим:

$$(a+(-b))^2 = a^2 + 2a(-b) + (-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Пример. Возведите в квадрат разность $(10x-y)^2$.

$$(10x - y)^2 = (10x)^2 - 2 \cdot 10x \cdot y + y^2 = 100x^2 - 20xy + y^2$$

Возникновение формул сокращенного умножения уходит корнями в древние цивилизации. Первые представления, лежащие в основе создания формул сокращенного умножения, отражены в геометрии древнего мира. Древние греки, египтяне и вавилоняне активно использовали геометрические представления для решения алгебраических задач. Греки рассматривали алгебраические величины как длины отрезков, а их произведения – как площади прямоугольников и квадратов. Вы можете догадаться, как воспринималось древними греками выражение $(a+b)^2$. Выражение $(a+b)^2$ греки трактовали как площадь квадрата со стороной $(a+b)$, при этом квадрат можно разбить на два малых квадрата: первый со стороной a, второй со стороной b, и два прямоугольника со сторонами a и b. Попробуйте изобразить это разбиение у себя в тетрадях.

Откройте страницу 166 в учебнике и обратите внимание на рисунок 85.

Ваш рисунок может выглядеть немного иначе в зависимости от того, какими вы брали a и b по отношению друг к другу, но суть от этого не меняется. В «Началах» древнегреческого математика Евклида, чье имя сегодня уже звучало, справедливость равенства $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ демонстрируется геометрически с помощью приведенного чертежа. Можете ли вы объяснить более подробно, как с помощью чертежа получили формулу квадрата суммы?

Действительно, площадь большого квадрата можно записать двумя способами: через формулу площади квадрата ($(a+b)^2$) и через сумму двух малых квадратов и двух прямоугольников ($a^2 + b^2 + ab + ab$). Так, $(a+b)^2 =$
$= a^2 + 2ab + b^2$.

Как вы думаете, можно ли геометрически доказать формулу квадрата разности? Формулу квадрата разности действительно можно представить геометрически. Для этого изобразите квадрат со стороной a, его площадь равна a^2. Уберем от этого квадрата с одной и другой стороны по полоске шириной b, так мы уберем два прямоугольника площадью ab, но важно заметить, что область площадью b^2 вычитается дважды, поэтому один раз ее нужно прибавить обратно. Таким образом, $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

Со временем от геометрического представления тождеств люди перешли к алгебраической записи формул сокращенного умножения. Этот процесс связан с развитием способов решения уравнений, поскольку в решении уравнений математики использовали принципы формул сокращенного умножения. Так, дальнейшее развитие формулы сокращенного умножения получили в трудах Аль-Хорезми, Омар Хайяма и Аль-Караджи. Развитие алгебраической символики в XVI-XVII веках сыграло решающую роль в формировании формул сокращенного умножения в современном виде.

Современную символику алгебраические тождества получили благодаря двум французским математикам, Франсуа Виету и Рене Декарту. Сейчас формулы сокращенного умножения активно применяются в различных областях математики и являются неотъемлемой частью математического образования.

2.3. Усвоение изученного материала

2.3.1. Задание «Найди ошибку» (беседа с классом – 2 минуты)

Верно ли были выполнены приведенные задания? Если были допущены ошибки, объясните, в чем они заключаются, и исправьте.

Вариант 1	Вариант 2
<u>Задание.</u> Возвести в квадрат: а) $(2x+1)^2 = 4x^2 + 2x + 1$; б) $(10x-2)^2 = 100x^2 + 40x + 4$;	<u>Задание.</u> Возвести в квадрат: а) $(4y-5)^2 = 4y^2 - 40y + 25$; б) $(2m+8)^2 = 4m^2 + 32m + 64$;

2.4. Закрепление изученного материала

2.4.1. Решение тренировочных заданий (ответ у доски с комментарием – 7 минут).

№820. Преобразуйте выражение в многочлен:

а) $(7-8b)^2 = 49 - 112b + 64b^2$;

б) $(0{,}6+2x)^2 = 0{,}36 + 2{,}4x + 4x^2$;

в) $\left(\frac{1}{3}x - 3y\right)^2 = \frac{1}{9}x^2 - 2xy + 9y^2$;

г) $\left(4a + \frac{1}{8}b\right)^2 = 16a^2 + ab + \frac{1}{64}b^2$;

д) $(0{,}1m + 5n)^2 = 0{,}01m^2 + mn + 25n^2$;

е) $(12a - 0{,}3c)^2 = 144a^2 - 7{,}2ac + 0{,}09c^2$.

№833 (первая строчка). Упростите выражение:

а) $(x-3)^2 + x(x+9) = x^2 - 6x + 9 + x^2 + 9x = 2x^2 + 3x + 9$;

г) $(b-4)^2 + (b-1)(2-b) = b^2 - 8b + 16 + 3b - b^2 - 2 = 14 - 5b$.

№824 (первые три буквы). Представьте в виде многочлена квадрат двучлена:

а) $(-9a + 4b)^2 = 81a^2 - 72ab + 16b^2$;

б) $(-11x - 7y)^2 = 121x^2 + 154xy + 49y^2$;

в) $(-0{,}8x - 0{,}5b)^2 = 0{,}64x^2 + 0{,}8xb + 0{,}25b^2$.

2.4.2. Дидактическая игра (работа в группах – 13 минут)

Ученики делятся на две команды. Для решения командам предлагается 12 вопросов – по два вопроса шести различных категорий (в соответствии с таблицей 1). Команды по очереди выбирают вопросы. Если дан правильный ответ, команда зарабатывает определенное количество баллов. Если верный ответ озвучен не был, право дать ответ на выбранный вопрос переходит команде соперника. После решения новый вопрос выбирает вторая команда, затем очередность восстанавливается. Побеждает команда, набравшая большее количество баллов.

Таблица 1 – Категории для проведения дидактической игры

Квадрат суммы Каждое задание – 1 балл	История развития ФСУ Каждое задание – 2 балла	Найти ошибку Каждое задание – 2 балла
Решить уравнение Каждое задание – 3 балла	Квадрат разности Каждое задание – 1 балл	Упростить выражение Каждое задание – 3 балла

В плане-конспекте урока в выпускной квалификационной работе также приведены задания для каждой категории и ответы к ним.

III. Итог урока – 2 минуты.

3.1 Домашнее задание.

– Знать формулы квадрата суммы и квадрата разности;

– Решить номера из учебника №819; №823; №832.

№819. Преобразуйте выражение в многочлен:

а) $(2x+3)^2$; б) $(7y-6)^2$; в) $(10+8k)^2$; г) $(5y-4x)^2$; д) $(5a+\frac{1}{5}b)^2$;

е) $(\frac{1}{4}m-2n)^2$; ж) $(0{,}3x-0{,}5a)^2$; з) $(10c+0{,}1y)^2$; и) $(0{,}1b-10a)^2$.

№823. Докажите тождество:

а) $(a-b)^2=(b-a)^2$; б) $(-a-b)^2=(a+b)^2$.

№832. Представьте выражение в виде многочлена:

а) $18a+(a-9)^2$; б) $(5x-1)^2-25x^2$; в) $4x^2-(2x-3)^2$; г) $(a+2b)^2-4b^2$.

3.2 Целевой итог.

3.3 Результативный итог.

Заключение. В результате проведенного исследования получены следующие результаты.

1) Охарактеризована сущность понятие «исторический материал на уроках математики».

Исторический материал на уроках математики – это материал, связанный с историей математики и включающий в себя представление об истории развития различных математических концепций, то есть это информация о развитии математических идей, теорий и методов, а также об открытиях и достижениях ученых-математиков.

2) Рассмотрены классификации способов включения исторического материала в урок математики.

По характеру включения исторического материала выделяют эпизодическое, систематическое и интегрированное включение. По характеру дидактических целей выделяют мотивационные, образовательные, воспитательные и развивающие способы включения исторического материала на уроках математики.

3) Обоснована целесообразность использования исторического материала на уроках математики.

Использование исторического материала на уроках математики – это полноценный стратегический подход к обучению, который позволяет гуманизировать математику, развивать метапредметные навыки учащихся, упрощать понимание сложных математических концепций, формировать эстетическое восприятие математики, стимулировать исследовательскую деятельность, повышать познавательный интерес и мотивацию учащихся, обеспечивать углубленное понимание математических концепций и осуществлять личностное воспитание школьников.

4) Выявлены методические особенности использования исторического материала на уроках математики.

Использование исторического материала на уроках математики должно осуществляться в соответствии с четко сформулированными образовательными целями и задачами и основываться на определенных принципах (принцип историзма, принцип научности, принцип доступности, принцип целесообразности).

В контексте учебного занятия по математике исторический материал может быть органично включен посредством следующих дидактических приемов: использование интегрированных элементов; применение исторических задач; использование старинных методов решения математических задач; подготовка учащимися исследовательских проектов и докладов; эвристические беседы и проблемные ситуации; подготовка учащимися мини-докладов; использование воспитательно-направленных исторических фрагментов.

5) Разработан план-конспект урока алгебры для учащихся 7 класса по теме «Квадрат суммы и квадрат разности», применение которого должно осуществляться в соответствии с четко сформулированными образовательными целями и задачами с использованием исторического материала.