

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

**Влияние шума на химерные состояния в ансамбле систем ФитцХью –
Нагумо**

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

студента 4 курса 4061 группы
направления 11.03.02 Инфокоммуникационные
технологии и системы связи
Института физики
Иванова Дмитрия Геннадьевича

Научный руководитель,

доцент, к.ф.-м.н.

Н.И. Семенова

Зав. кафедрой радиофизики

и нелинейной динамики,

д.ф.-м.н., доцент

Г.И. Стрелкова

Саратов 2024 г.

Введение

В современной нейрофизиологии и нейродинамике значительное внимание уделяется исследованию влияния различных факторов на функционирование биологических нейронных сетей. Одним из ключевых аспектов в этом контексте является воздействие шума на нейронные ансамбли. Шум представляет собой неизбежное явление в биологических системах и может оказывать как положительное, так и отрицательное влияние на нейронную активность. Понимание влияния шума на динамику данной системы может способствовать раскрытию механизмов работы нейронных сетей в условиях реальных физиологических процессов. Для достижения поставленной цели будем рассматривать ансамбль систем ФитцХью – Нагумо при различных уровнях интенсивности шума и анализировать изменения в поведении нейронного ансамбля. В частности, в данной работе проводится детальное изучение воздействия шума на динамику химерных состояний.

Химерные состояния, характеризующиеся сосуществованием когерентной и некогерентной динамики в рамках одной системы, привлекают значительное внимание исследователей благодаря своей способности демонстрировать сложные и многогранные паттерны поведения.

Особенностью данного исследования является введение шума и зашумленного периодического импульсного воздействия в парциальные элементы сети, что позволяет оценить устойчивость и изменение характеристик химерных состояний под воздействием случайных внешних факторов. Тема анализа шума актуальна, поскольку биологические системы по своей сути неразрывно связаны со случайными процессами. Исследование ансамблей нейронных систем с учетом шума позволяет более точно моделировать реальные нейрофизиологические условия. В рамках данной работы предпринимается как качественная оценка влияния шума на формирование химерных состояний, так и количественный анализ изменений в их структуре с использованием численных методов моделирования и аналитических подходов. Исследование

направлено на улучшение понимания контролируемых и спонтанных переходов в химерных состояниях, что имеет важное значение как для теории динамических систем, так и для практических приложений в таких областях, как нейронаука и исследование мозга.

Цель бакалаврской работы была сформулирована следующим образом: показать устойчивость химерных состояний, наблюдаемых в ансамбле систем ФитцХью – Нагумо, в условиях шумового и зашумленного импульсного воздействия. Установить, какие интенсивности шумового воздействия являются критичными для химерных состояний, и в какие режимы они трансформируются. Для достижения поставленной цели было необходимо решить следующие задачи:

1) написать программу на языке программирования Python для моделирования ансамбля систем ФитцХью – Нагумо под внешним воздействием; 2) провести обзор литературы и найти значения параметров, при которых в системе наблюдается химерное состояние;

3) добавить белый гауссовский шум в систему, проверить при каких интенсивностях шума происходит разрушение химерных состояний;

4) предыдущий пункт сделать для случайных начальных условий и установившегося химерного состояния;

5) провести исследование системы в условиях зашумленного периодического импульсного воздействия, как коррелированного, так и некоррелированного. Показать, как интенсивность шума и период воздействия влияют на установившиеся режимы.

В основной части в разделе 1 «Теоретические сведения» была представлена теоретическая информация о видах связи между элементами ансамбля, был представлен численный метод используемый в работе. Также в этом разделе была дана информация о системе ФитцХью – Нагумо, представлены теоретические сведения про химерные состояния и определение шума.

В основной части в разделе 2 «Численное моделирование получившегося ансамбля» были представлены результаты численного моделирования. В подразделе 2.1 было показано влияние шума на химерное состояние наблюдаемое в ансамбле в колебательном режиме. В подразделе 2.1.3 было исследовано влияние шума на ансамбль до установления химерного состояния. В подразделе 2.1.4 было показано влияние шума на ансамбль в котором уже установилось химерное состояние. В подразделе 2.1.5 показано влияние последовательности зашумленных гауссовских импульсов (коррелированное воздействие и некоррелированное воздействие) на химерное состояние в ансамбле. В подразделе 2.2 продемонстрирован ансамбль в возбужденном режиме. В подразделе 2.2.2 показано влияние шумового воздействия на ансамбль в возбужденном режиме.

Основное содержание работы

Предметом исследования данной работы является изучение и понимание динамики ансамбля ФитцХью – Нагумо под внешним шумовым воздействием. Уравнение для ансамбля связанных нелокальной связью представляют собой:

$$\begin{aligned} \varepsilon \frac{du_i}{dt} &= u_i - \frac{u_i^3}{3} - v_i + \frac{\sigma}{2R} \sum_{j=i-R}^{i+R} [b_{uu}(u_j - u_i) + b_{uv}(v_j - v_i)], \\ \frac{dv_i}{dt} &= u_i + a + \frac{\sigma}{2R} \sum_{j=i-R}^{i+R} [b_{vu}(u_j - u_i) + b_{vv}(v_j - v_i)] + n(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где σ – сила связи, R – число связанных осцилляторов с каждой стороны от i -го осциллятора, $n(t)$ – внешнее шумовое воздействие, u и v — это быстроменяющаяся (активатор) и медленноменяющаяся (ингибитор) переменные соответственно, параметр a – это параметр, влияющий на то, какой режим (колебательный при $|a| < 1$ или возбужденный при $|a| > 1$) демонстрирует система, ε – характеризует разницу масштабов времени для быстрой и медленной переменных.

Уравнение (1) содержит не только прямые, но и перекрестные связи между быстроменяющейся (активатором) и медленноменяющейся (ингибитором) переменными, что задается с помощью вращательной матрицы:

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_{uu} & b_{uv} \\ b_{vu} & b_{vv} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\phi & \sin\phi \\ -\sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где $\phi \in [-\pi; \pi)$

В рассматриваемом ансамбле систем ФитцХью – Нагумо химерное состояние наблюдается в узком интервале параметра ϕ . В рамках данной работы для получения химерных состояний этот параметр будет зафиксирован как $\phi = \frac{\pi}{2} - 0.1$. Для более точного описания химерных состояний в данной работе используются мгновенные снимки пространственного профиля системы в определенный момент времени и пространственно временные диаграммы, а также параметр локального порядка Z_k , вычисляющийся по следующей формуле:

$$Z_k = \left| \frac{1}{2\delta} \sum_{|j-k| \leq \delta} e^{i\theta_j} \right|, \quad (3)$$

где δ – окно усреднения, $\theta_j = \arctan\left(\frac{v_j}{u_j}\right)$

Если параметр локального порядка имеет значение $Z_k = 1$, то можно сказать, что область принадлежит к когерентной части химеры, а $Z_k < 1$ соответствует некогерентной части.

Также в работе использовалась средняя фазовая скорость ω_k , которая вычисляется для каждого k -го осциллятора, и наличие в системе нескольких значений фазовой скорости может говорить о наличии некогерентного поведения в отдельно взятой области сети.

$$\omega_k = \frac{2\pi M_k}{\Delta T}, \quad (4)$$

где M_k - число полных оборотов вокруг начала координат, совершаемых k -ой системой за интервал времени ΔT .

Начальные условия для быстроменяющейся (u) и медленноменяющейся (v) переменных будем брать из следующей формулы, которая задает положение u и v на окружности радиуса 2:

$$u^2 + v^2 = 4, (5)$$

Остальные параметры ансамбля, соответствующие химерному состоянию:

$$\varepsilon = 0.05, a = 0.5, \delta = 12, \phi = \frac{\pi}{2} - 0.1, r = 0.35, \sigma = 0.1, R = N \cdot r$$

Используя программу, самостоятельно написанную на языке Python, было проведено численное моделирование ансамбля нейронов, состоящего из $N = 500$ систем ФитцХью – Нагумо, связанных нелокальной связью, для демонстрации динамики системы без внешнего шумового воздействия.

1. Воздействие шума на ансамбль до установления химеры

На Рис. 1 приведен режим, установившийся в системе со случайных начальных условий при наличии слабого белого гауссовского шума с интенсивностью $D=10^{-6}$. Из рисунка видно, что шум не повлиял на установившийся режим. Более того, положения когерентной и некогерентной частей осталось практически на том же месте, что и в системе без шума.

При увеличении интенсивности шумового воздействия на ансамбль наблюдается частичное разрушение химерного состояния.

На Рис. 2 приведен режим, установившийся в ансамбле при воздействии шума интенсивностью $D = 10^{-2}$. Из рисунка видно, что такая интенсивность шума разрушает химеру, которая установилась в ансамбле и осцилляторы под действием шума немного отклоняются от состояния равновесия. Из этого можно сделать вывод о том, что разрушение химерного состояния при помощи шума

происходит только при сравнительно большой интенсивности, в данной работе это значение $D = 10^{-2}$.

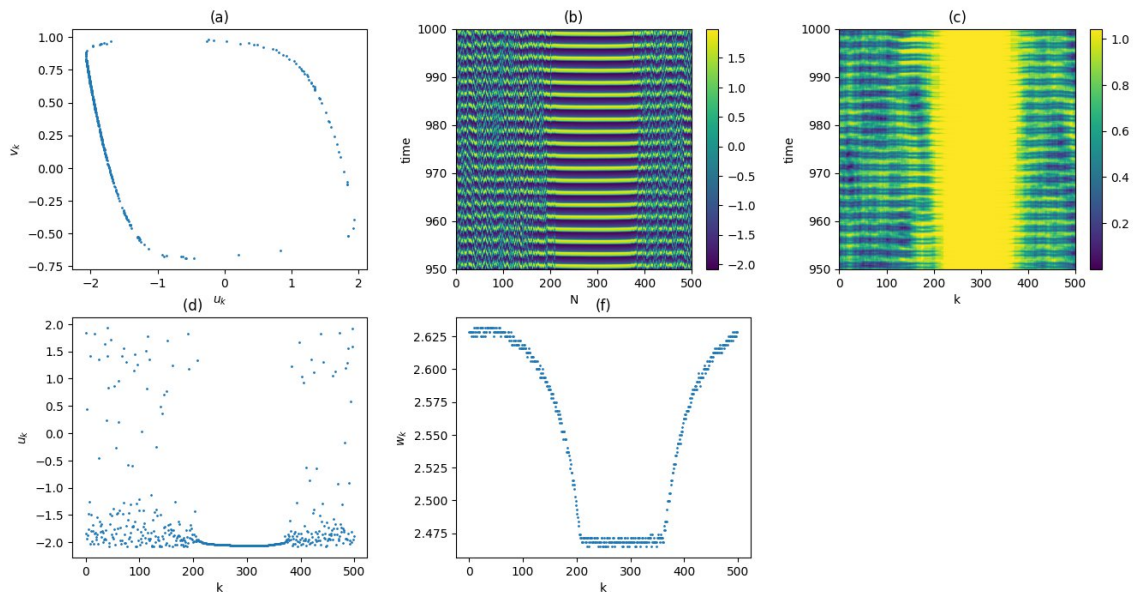


Рисунок 1. Воздействие шума на ансамбль до установления химеры при $D = 10^{-6}$. (a) – проекция значений u_k, v_k на фазовую плоскость в момент времени $t = 1000$, (b) – пространственно-временная диаграмма переменной u_k , (c) – параметр локального порядка Z_k , (d) – мгновенный снимок значений переменной u_k при $t = 1000$, (e) – средние фазовые скорости ω_k .

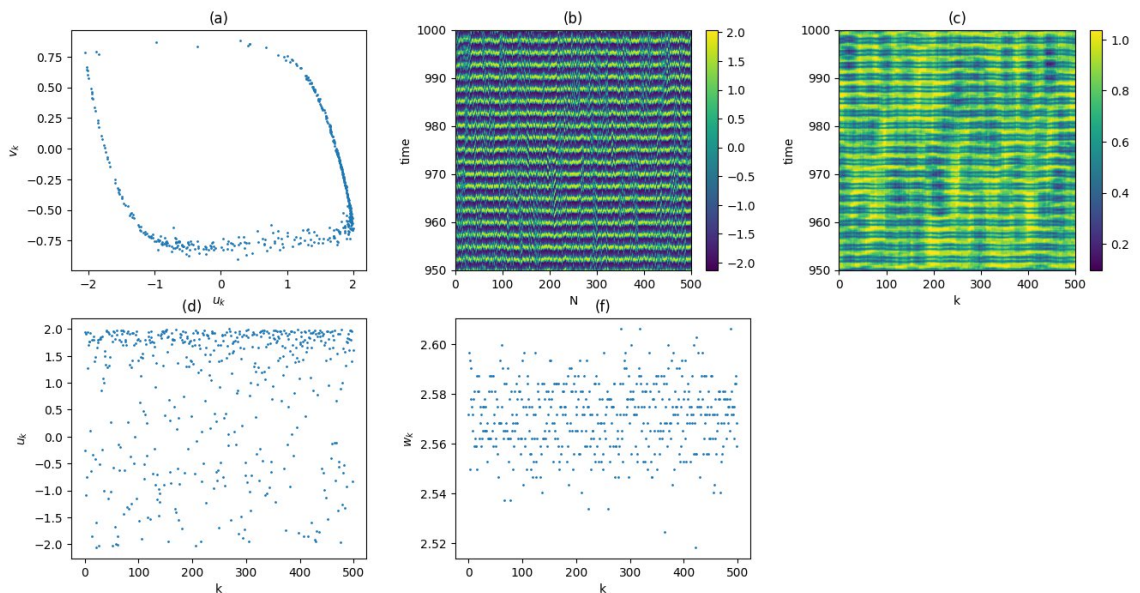


Рисунок 2. Воздействие шума на ансамбль до установления химеры. $D = 10^{-2}$. (a) – проекция значений u_k, v_k на фазовую плоскость в момент времени $t = 1000$, (b) – пространственно-временная диаграмма переменной u_k , (c) – параметр локального порядка

Z_k , (d) – мгновенный снимок значений переменной u_k при $t = 1000$, (f) – средние фазовые скорости ω_k .

2. Действие шума на уже устоявшееся химерное состояние.

На Рис. 3 изображено воздействие шума на химерное состояние, установившееся в ансамбле (1), интенсивность шума при этом была $D = 10^{-6}$. Как видно из рисунка, наблюдается химерное состояние, и особых отличий от случая с ансамблем, на который воздействовали до установления химерного состояния, при аналогичной интенсивности шума не наблюдается, кроме состояния равновесия. Как видно из Рис. 3 (a) в ансамбле наблюдается небольшое отклонение от предельного цикла, вызванное шумовым воздействием.

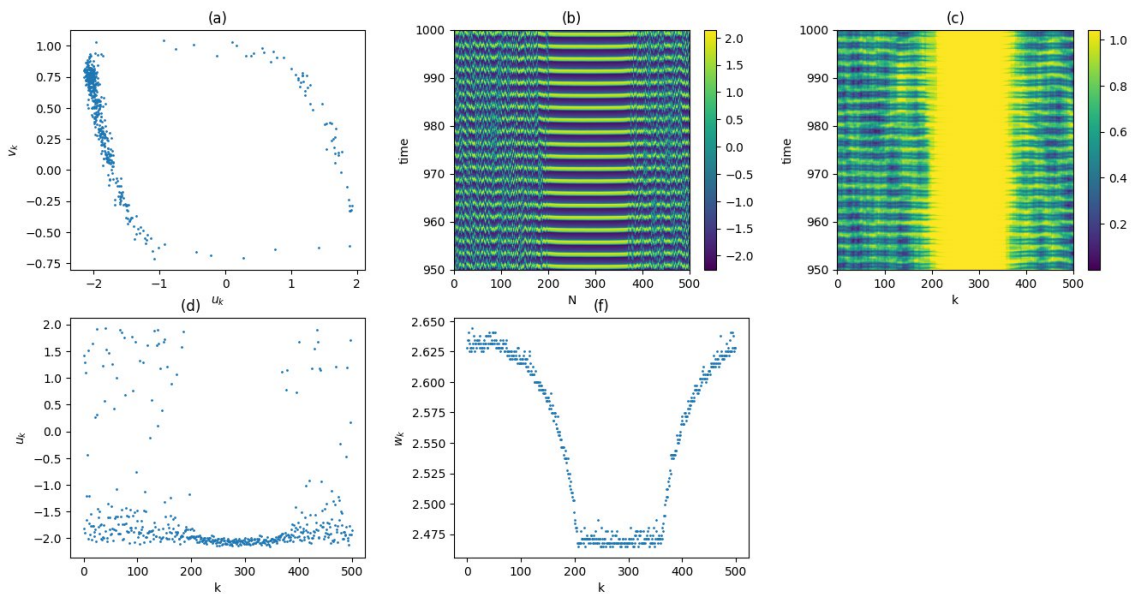


Рисунок 3. Воздействие шума на ансамбль после установления химеры. $D = 10^{-6}$. (a) – проекция значений u_k, v_k на фазовую плоскость в момент времени $t = 1000$, (b) – пространственно-временная диаграмма переменной u_k , (c) – параметр локального порядка Z_k , (d) – мгновенный снимок значений переменной u_k при $t = 1000$, (e) – мгновенный снимок значений переменной v_k при $t = 1000$, (f) – средние фазовые скорости ω_k .

При увеличении интенсивности шумового воздействия на ансамбль наблюдается частичное разрушение химерного состояния.

На Рис. 4 представлено воздействие на химерное состояние, установившееся в ансамбле при шумовой интенсивности $D = 10^{-2}$, и соответствии с рисунком, наблюдается полное разрушение химерного состояния.

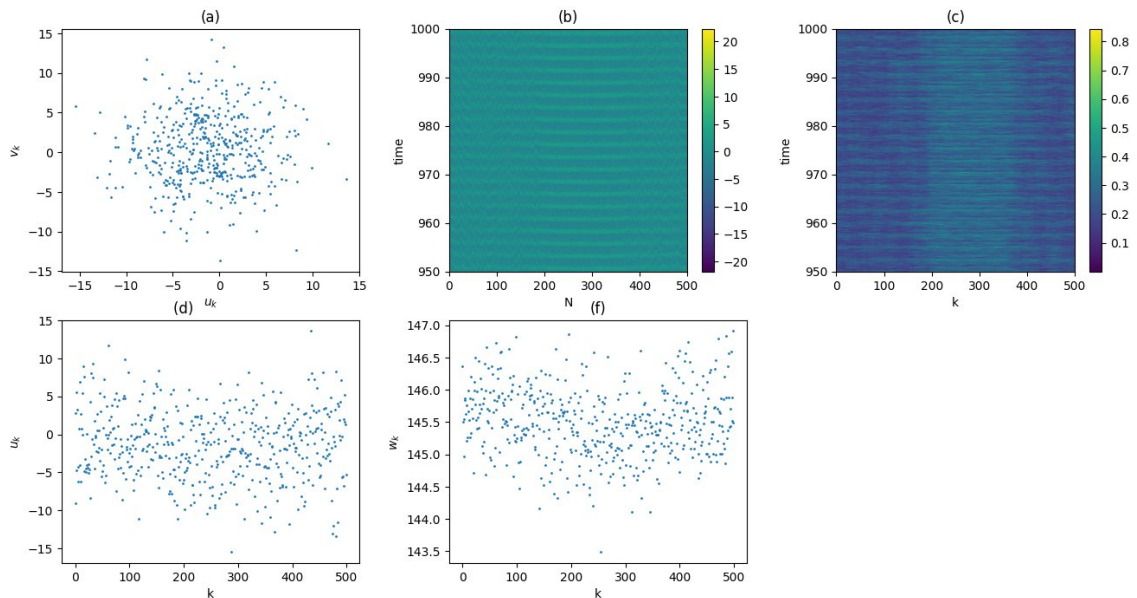


Рисунок 4. Воздействие шума на ансамбль после установления химеры. $D = 10^{-2}$. (a) – проекция значений u_k, v_k на фазовую плоскость в момент времени $t = 1000$, (b) – пространственно-временная диаграмма переменной u_k , (c) – параметр локального порядка Z_k , (d) – мгновенный снимок значений переменной u_k при $t = 1000$, (e) – средние фазовые скорости ω_k .

3. Влияние последовательности зашумленных гауссовских импульсов на химерное состояние.

Убрав из второго уравнения формулы (1) воздействие шума и добавив в первое уравнение формулы (1) зашумленное импульсное воздействие (коррелированное или некоррелированное) получим:

$$\varepsilon \frac{du_i}{dt} = u_i - \frac{u_i^3}{3} - v_i + I(t) + \frac{\sigma}{2R} \sum_{j=i-R}^{i+R} [b_{uu}(u_j - u_i) + b_{uv}(v_j - v_i)] ,$$

$$\frac{dv_i}{dt} = u_i + a + \frac{\sigma}{2R} \sum_{j=i-R}^{i+R} [b_{vu}(u_j - u_i) + b_{vv}(v_j - v_i)] ,$$
(6)

где $I(t)$ – зашумленное импульсное воздействие.

Как видно на Рис. 5, зеленым цветом обозначена области, где присутствуют химерные состояния, синим обозначены области переходных состояний, то есть в ней наблюдаются различные состояния, которые нельзя однозначно определить как химерные состояния. Желтая область — это область, в которой наблюдается полная синхронизация в случае коррелированного воздействия (см. Рис 5 (a)), а в случае некоррелированного воздействия желтая область это область, в которой наблюдается пространственная некогерентность (см. Рис 5 (b)). В обоих случаях воздействия можно сказать, что области не зависят от периода внешнего воздействия и зависят только от интенсивности шумового воздействия.

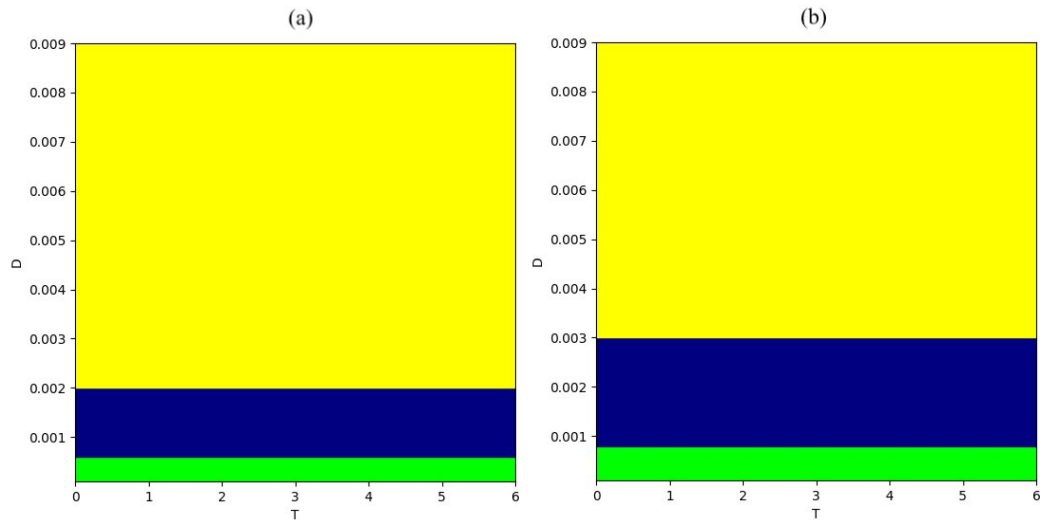


Рисунок 5. Карты режимов. Коррелированное воздействие (a). Некоррелированное воздействие (b). По оси абсцисс период воздействия, по оси ординат интенсивность шума.

Заключение

В рамках выпускной квалификационной работы было проведено исследование того, как влияет шум на химерные состояния в ансамбле систем ФитцХью – Нагумо. В качестве связи между системами была использована нелокальная связь. Были получены результаты воздействия шума на ансамбль при различных интенсивностях шума в различных режимах работы ансамбля.

1. Колебательный режим.

1.1. Действие шума до установления химерного состояния.

При малых значениях интенсивности шума порядка $D \leq 10^{-3}$ химерное состояние продолжает существовать несмотря на шумовое воздействие. При увеличении интенсивности шума и достижении его значения $D = 10^{-3}$, ансамбль демонстрирует частичное разрушение химерного состояния. При достижении интенсивности шума $D = 10^{-2}$ происходит разрушению химеры. Достаточно сильное интенсивное воздействие приводит к разрушению химеры в ансамбле.

1.2. Действие шума на уже устоявшееся химерное состояние.

Было показано, что при значениях интенсивности шума $D \leq 10^{-5}$ можно говорить о том, что химера продолжает существование и особых отличий от случая с воздействием шума до установления химеры не наблюдается. При интенсивности шума $D = 10^{-4}$ химерное состояние продолжает существовать. При достижении интенсивности шума $D = 10^{-2}$ так же, как и в предыдущем подпункте (1.1) происходит разрушение химеры.

2. Возбуждаемый режим.

По полученным результатам наблюдается, что при малом значении интенсивности шума $D \leq 10^{-4}$ все осцилляторы совершают нерегулярные колебания малой амплитуды около изначального состояния равновесия. При достаточно высокой интенсивности порядка $D = 10^{-3}$ наблюдаем единичные спайки, выходящие за пределы окрестности состояния равновесия, при этом фазовая точка каждого осциллятора описывает траекторию, похожую на предельный цикл, наблюдаемый в колебательном режиме. Колебания в ансамбле являются некогерентными. Химерных состояний при использовании параметров из колебательного режима не обнаружено.

3. Последовательность зашумленных гауссовских импульсов.

3.1. Коррелированное зашумленное импульсное воздействие.

Как можно было видеть на карте состояний, воздействие больших интенсивностей шума порядка $D \geq 3 \cdot 10^{-3}$ приводит ансамбль в синхронизацию, химерное состояние при этом разрушается, при значениях меньше этой интенсивности химера продолжает существовать. Так же на существование химеры и синхронизации не влияет период внешнего воздействия.

3.2. Некоррелированное зашумленное импульсное воздействие.

Было показано, что воздействие при больших интенсивностях шума порядка $D \geq 3 \cdot 10^{-3}$ приводит к пространственной некогерентности в ансамбле, соответственно и химерное состояние при этом разрушается. При значении $D \leq 3 \cdot 10^{-3}$ химерное состояние продолжает существовать. Так же, как и в случае с коррелированным шумом, период внешнего воздействия не влияет на пространственную некогерентность и химерное состояние.