

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

**Пространственно-временная динамика сетей отображений при шумовой
модуляции параметров связей**

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 2 курса 2232 группы

направления 03.04.03 Радиофизика

Института физики

Никишиной Наталии Николаевны

Научный руководитель

профессор, д.ф.-м.н., профессор _____ Т.Е. Вадивасова

Зав. кафедрой радиофизики

и нелинейной динамики,

д.ф.-м.н., доцент _____ Г.И. Стрелкова

Саратов 2024 г.

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования

В последние годы изучение сложных многокомпонентных систем, таких как взаимодействующие ансамбли и многослойные колебательные сети, продолжает оставаться одним из актуальных направлений исследований нелинейной динамики. Причину столь высокого интереса можно объяснить тем, что сложные взаимодействующие системы весьма типичны в реальном мире, как в живой природе, так и в сферах деятельности человека. К таким системам относятся нервные волокна и кора головного мозга, сообщества живых организмов, электрические сети, транспорт, компьютерные сети, и т. д.

Одно из важных направлений динамики сложных систем связано с моделированием систем с динамическими, т. е. изменяющимися во времени, связями. Изменение связей между элементами сложной системы весьма характерно для реальных систем, где всегда имеют место различные случайные и закономерные факторы, влияющие на наличие и интенсивность связей. Модуляция параметров связи случайными сигналами вполне типична для реальных систем, поскольку схемы связи неизбежно содержат источники шума. В этом случае шум связи может способствовать установлению синхронного режима, даже если среднее значение шумовой составляющей равно нулю.

Сеть нелокально связанных хаотических отображений может демонстрировать формирование сложных пространственно-временных структур, таких как химерное состояние, когда сеть разбивается на кластеры осцилляторов с синхронным (когерентным) и асинхронным (некогерентным) поведением. В этом случае шум связи между элементами однослойной сети может существенно влиять на устоявшиеся сложные структуры, подавляя некогерентные кластеры, а шум межслойной связи (мультиплексный шум) может приводить к частичной синхронизации слоев. При этом важна как интенсивность шума, так и его спектрально-корреляционные свойства.

Ранее уже было исследовано пространственно-временное поведение двухслойной мультиплексной сети бистабильных кубических отображений, когда межслойная связь определялась цветным гауссовым шумом. Однако остается открытым и неисследованным вопрос, может ли мультиплексный шум способствовать синхронизации многослойной сети, состоящей более чем из двух слоев.

В соответствии с отмеченным выше были сформулированы следующие **цели** выпускной квалификационной работы:

- Установление особенностей эволюции химерных состояний в ансамблях нелокально связанных логистических и кубических отображений, а также модифицированных отображений Рикера при модуляции коэффициентов связи цветным гауссовым шумом и анализ возможности контроля пространственных структур посредством вариации параметров шумовой модуляции связей;
- Определение условий частичной и полной синхронизации сложной пространственно-временной динамики многослойных сетей хаотических отображений с нелокальной внутрислойной связью при шумовом характере межслойной связи. Выявление возможностей управления эффектами синхронизации слоев в многослойных сетях с помощью вариации характеристик шума межслойной связи.

Для достижения поставленных целей решались следующие **задачи**:

- Изучение эволюции пространственных структур в ансамбле (однослойной сети) хаотических отображений (логистических, кубических и отображений Рикера) при изменении управляющих параметров шумовой модуляции связи и построение карт режимов, отражающих влияние шумовой модуляции связи на пространственно-временную динамику ансамблей различных хаотических отображений.
- Изучение эволюции пространственных структур в трехслойной и стослойной мультиплексной сети кубических отображений с шумовой

межслойной связью при различных начальных состояниях в слоях сети, построение диаграмм распределения ошибки синхронизации в парах слоев сети при вариации параметров шумовой межслойной связи и определение области синхронизации пространственных структур во всех слоях.

Структура работы

В работе используются методы компьютерного моделирования, анализ мгновенных пространственных профилей и реализаций колебаний во времени, на основании которого строятся карты режимов на плоскости параметров для однослойной сети. Проводится построение мгновенных пространственных профилей слоя и пространственно-временных графиков, а также диаграмм распределения ошибок синхронизации для многослойных сетей.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения и списка литературы. Во **введении** проведен анализ состояния проблемы, показана ее актуальность и сформулирована цель работы. В **первой главе** приводятся модели и методы, а также результаты численного исследования для однослойной сети. Исследуемые ансамбли представляют собой кольцо логистических и кубических отображений, а также модифицированных отображений Рикера с нелокальным взаимодействием элементов при наличии случайной модуляции параметров связи. Рассматриваются два типа шумовой модуляции: 1) к каждому коэффициенту связи добавляется независимая случайная компонента; 2) все коэффициенты связи модулируются одним и тем же шумовым воздействием. Показана эволюция химерного состояния в однослойных кольцах отображений с независимыми источниками шумовой модуляции параметров связи, а также с общей шумовой модуляцией параметров связи. Построены карты режимов для каждой из систем и произведен сравнительный анализ влияния параметров связи и используемого в системе отображения на получаемые результаты. Во **второй главе** приводятся описание модели и метода исследования, а также результаты численного исследования для многослойной мультиплексной сети нелокально-связанных одномерных

кубических отображений с нелокальным внутрислойным взаимодействием, в которой сила межслойной связи моделируется источниками цветного гауссова шума. Приведены мгновенные-пространственные профили для трехслойной сети, а также диаграммы распределения ошибок синхронизации для трехслойной и стослойной сети. В **заключении** сформулированы главные результаты работы. Список цитирования включает 23 ссылки.

Апробация работы и публикации:

Результаты работы были доложены на следующих научных конференциях:

- **N.N. Nikishina**, T.E. Vadivasova « Dynamics of ensembles of coupled logistic and cubic maps with noise modulation of coupled parameters», THE XXVI Saratov Fall Meeting 2022, September 26 – September 30, 2022, Saratov, Russia (участие очное, стендовый доклад) (26 сентября – 30 сентября 2022)
- **N. Nikishina**, E. Rybalova, G. Strelkova, T. Vadivasova, «Chimera suppression in rings of maps with noise-modulated nonlocal coupling». XXVII Saratov Fall Meeting 2023, September 25 – September 29, 2023, Saratov, Russia. (очное участие, устный доклад)

Полученные в проведенных в рамках ВКР результаты, опубликованы в работах:

- N.N. Nikishina, E.V. Rybalova, G.I. Strelkova, T.E. Vadivasova, Destruction of cluster structures in an ensemble of chaotic maps with noise-modulated nonlocal coupling // Regular and Chaotic Dynamics. 2022. Vol.27, No.2. pp. 243–252.
- N. Nikishina, E. Rybalova, G. Strelkova, T. Vadivasova, Noise-modulated nonlocal coupling: Chimera suppression and beyond, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation 128 (2024) 107676.

Основное содержание работы

Исследовались три модели:

1. Ансамбль с независимыми случайными воздействиями на элементы связи, задаваемый уравнениями

$$x_{j(n+1)} = f(x_j(n)) + \frac{1}{2P} \left(\sigma + D \sqrt{1 - \frac{\gamma}{2}} y_j(n) \right) \sum_{k=j-P}^{j+P} [f(x_k(n)) - f(x_j(n))] \quad (1)$$

$$y_j(n+1) = (1 - \gamma)y_j(n) + \sqrt{2\gamma}\xi_j(n), j=0,1,\dots,N-1$$

где j – номер элемента ансамбля (дискретная пространственная координата), n – дискретное время, $x_j(n+1)$ – динамическая переменная, N – общее число элементов в ансамбле, $f(x_j(n))$ – функция, задающая одномерное отображение, описывающее динамику элементов в изолированном случае. Граничные условия являются периодическими: $x_{j\pm N}(n) = x_j(n)$. Каждый элемент системы нелокально связан с P соседями с каждой стороны. Коэффициент взаимной связи каждого элемента с его соседями характеризуется постоянной составляющей σ , одинаковой для всех элементов, и шумовой модуляцией, задаваемой независимыми источниками дискретного цветного шума $y_j(n)$ с одинаковой интенсивностью D . Все источники цветного шума определяются идентичными уравнениями, содержащими независимые источники дискретного белого шума $\xi_j(n)$ со стандартным гауссовым распределением (среднее значение распределения равно нулю, а дисперсия единице).

2. Система с общим случайным воздействием на связь, задаваемая уравнениями

$$x_j(n+1) = f(x_j(n)) + \frac{1}{2P} \left(\sigma + D \sqrt{1 - \frac{\gamma}{2}} y(n) \right) \sum_{k=j-P}^{j+P} [f(x_k(n)) - f(x_j(n))] \quad (2)$$

$$y(n+1) = (1 - \gamma)y(n) + \sqrt{2\gamma}\xi(n), j=0,1,\dots,N-1$$

Эта модель аналогична (1), однако дискретный цветной шум $y(n)$ является общим для всех элементов ансамбля и задается одним уравнением.

В обеих моделях элементы ансамбля при отсутствии связи описываются идентичными отображениями. Исследованы ансамбли логистических и кубических отображений, а также модифицированных отображений Рикера для которых функции $f(x)$ имеют вид:

$$f(x) = \alpha x(1 - x); f(x) = x(\alpha - x^2)\exp(-x^2/10); f(x) = \alpha|x|\exp(-x) \quad (3)$$

3. Многослойная мультиплексная сеть нелокально-связанных одномерных кубических отображений с нелокальным внутрислойным взаимодействием, в которой сила межслойной связи моделируется источниками цветного гауссова шума

$$\begin{aligned}
 x_{j,l}(n+1) = & f(x_{j,l}(n)) + \frac{\sigma}{2R} \sum_{v=j-R}^{j+R} [f(x_{v,l}(n)) - f(x_{j,l}(n))] + \\
 & + D\sqrt{1-\gamma/2} y_i(n) [f(x_{j,l+1}(n)) - f(x_{j,l}(n))] + \\
 & + D\sqrt{1-\gamma/2} y_i(n) [f(x_{j,l+1}(n)) - f(x_{j,l}(n))]; \tag{4}
 \end{aligned}$$

$$y_j(n+1) = (1 - \gamma)y_j(n) + \sqrt{2\gamma}\xi_j(n),$$

где $x_{j,l}(n)$ – динамические переменные, $j = 1, 2, \dots, N$ — номер узла в слое, $N = 1000$ – общее количество элементов в каждом слое, $l = 1, 2, \dots, L$ — номер слоя (мы исследуем два разных случая, когда $L = 3$ и $L = 100$), и n обозначает дискретное время. Граничные условия в каждом слое периодические, т.е. $x_j \equiv x_{j+N} \equiv x_{j-N}$. Границы многослойной сети стороны первого слоя и последнего открыты, т.е. слой $l = 1$ и слой $l = L$ связаны только с $l = 2$ и $l = L - 1$ соответственно.

Функция $f(x)$ описывает динамику отдельных элементов, задаваемую одномерными модифицированными кубическими отображениями, $f(x) = x(\alpha - x^2)\exp(-x^2/10)$.

Наблюдаемые в ансамблях химерные состояния достаточно устойчивы к слабой шумовой модуляции силы связи между элементами. В случае низкочастотного шума при независимых случайных источниках шума важны спектральные свойства шума: подавление некогерентных кластеров в кольце менее эффективно и, кроме того, в этой области могут возникать уединенные состояния. Использование общего шумового возбуждения наиболее эффективно для управления кластерными структурами в ансамблях хаотических отображений. При этом как при низкочастотном шуме, так и при белом шуме

некогерентные кластеры подавляются и формируется кусочно-гладкий, а затем и полностью гладкий профиль для любых исследуемых в рамках выпускной квалификационной работы отображений.

На рис.1 приведены карты режимов на плоскости параметров шумового воздействия, полученные для модели (1) в случае разных отображений, задающих динамику элементов.

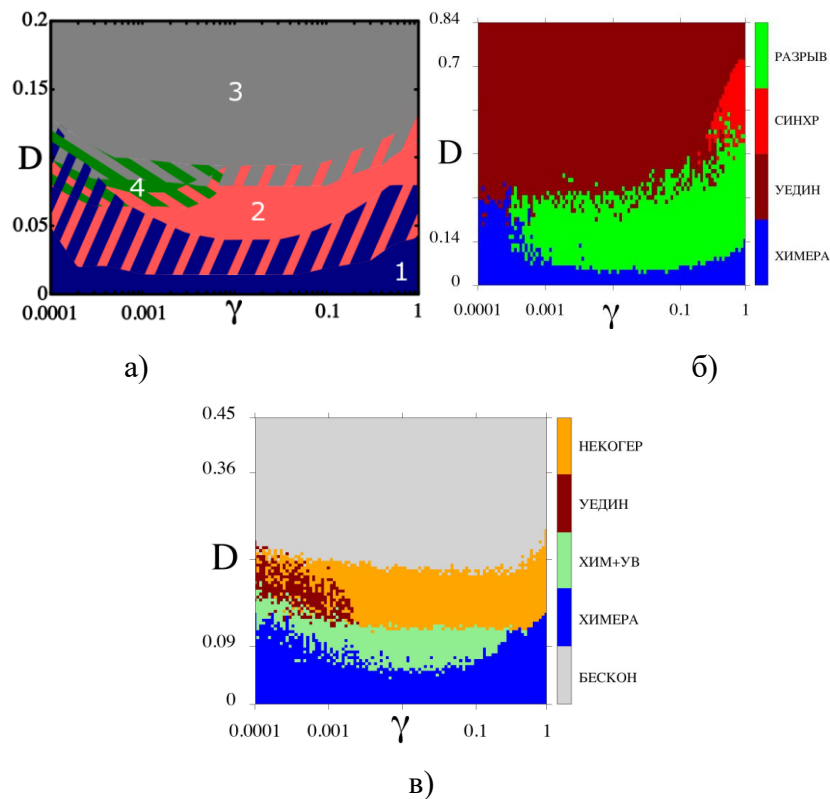


Рисунок 1. Карты режимов для кольца логистических (а), кубических (б) отображений и модифицированных отображений Рикера (в) при независимом случайном шумовом воздействии на коэффициент связи на плоскости параметров (γ , D)

Поведение кольца отображений Рикера в целом аналогично динамике кольца логистических отображений при наличии подобного шума. Существует большое разнообразие пространственно-временных структур в пределах одной и той же области при незначительном изменении интенсивности шума или его спектральных свойств, в частности при общем шумовом воздействии на связь. Сеть кубических отображений также демонстрирует мультистабильность и

структурную нестабильность при наличии общего источника шума достаточно большой интенсивности, особенно для низкочастотного шума, и ведет себя более стабильно в случае независимых источников шума. Другая подобная особенность заключается в появлении режима уединенных состояний, что наблюдается при сильном влиянии независимых источников шума. Хотя можно отметить, что уединенные состояния, вызванные модулированной шумом связью, также могут возникать в кольце кубических отображений при общем источнике шума. Карты режимов на плоскости параметров шума, построенные для модели сети (2) в случае различных отображений, описывающих динамику элементов сети, приведены на рис.2.

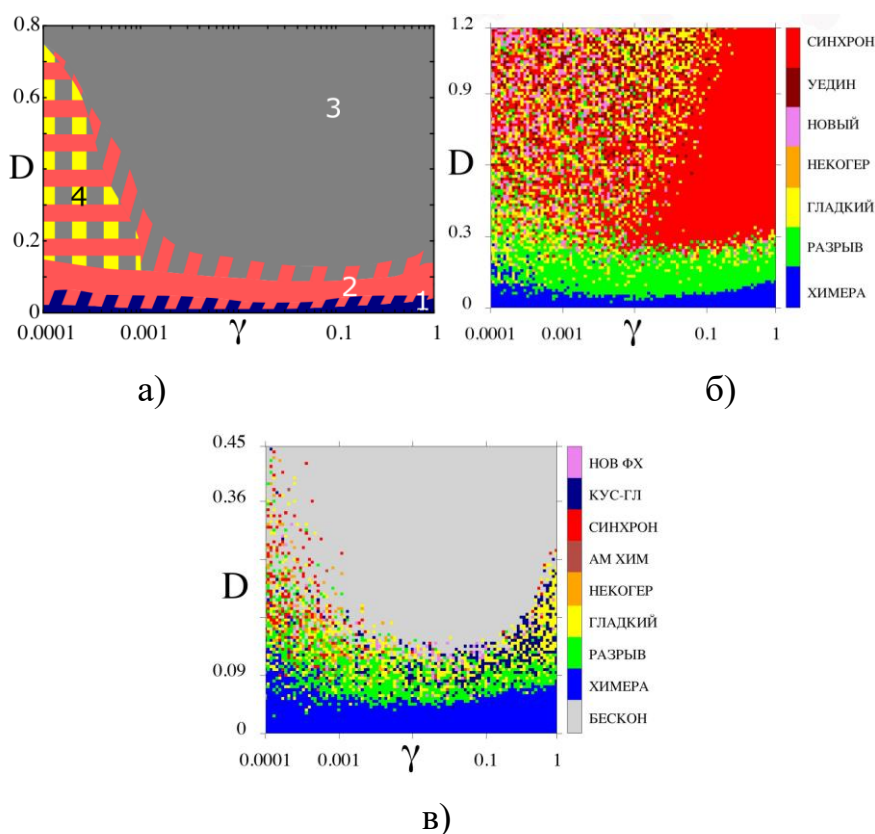


Рисунок 2. Карты режимов для кольца логистических (а), кубических (б) отображений и модифицированных отображений Рикера (в) при общем шумовом воздействии на коэффициент связи на плоскости параметров (γ , D)

Шумовая межслойная связь в многослойной сети может вызвать синхронизацию сложных пространственных структур в трехслойной сети, где изначально слои(без межслойной связи) демонстрируют достаточно разные

пространственные структуры. Поскольку элементы рассматриваемой сети, описываемые кубическими отображениями, обладают бистабильностью, эффекты частичной синхронизации структур связаны, прежде всего, с тем фактом, что все узлы слоя с одинаковыми номерами распределяются между распределены между одними и теми же потенциальными ямами. Под последними понимаются окрестности двух неподвижных точек кубического отображения. При этом полная синхронизация структур предполагает также полную идентичность внутрискважинной динамики.

На рис.3 приведены диаграммы, показывающие распределение ошибки синхронизации между слоями трехслойной сети (3) при изменении параметров шума связи.

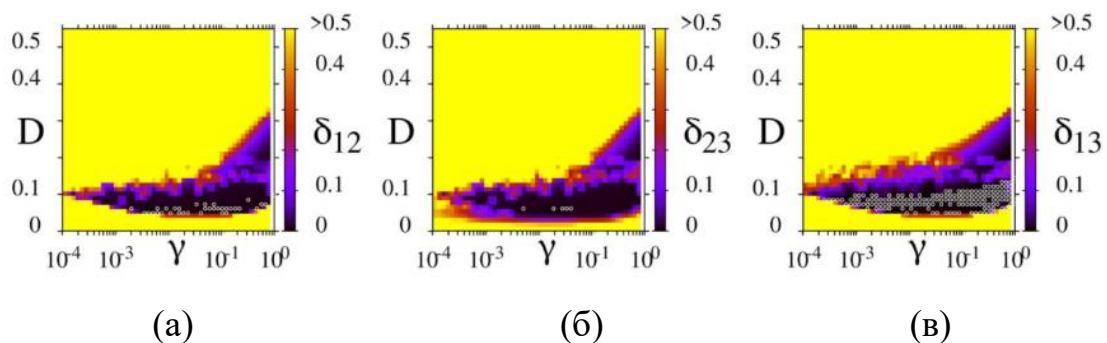


Рисунок 3. Распределение ошибки синхронизации между всеми парами слоев в трехслойной сети: (а) между 1-м и 2-м слоями, (б) 2-м и 3-м, (в) 1-м и 3-м, по плоскости параметров «ширина спектра шума – интенсивность шума». Белые точки соответствуют $\delta < 0.001$. Другие параметры: $\alpha = 2.4$, $\sigma = 0.42$, $R = 100$, $N = 1000$.

При наличии мультиплексного шума степень синхронизации структуры (т.е. их близость к идентичности) в трехслойной сети существенно зависит от характера и степени различия этих структур. Однако определенный эффект частичной синхронизации трех слоев наблюдается для всех выбранных и изученных пространственных структур. Область синхронизации в плоскости параметров мультиплексного шума («ширина спектра шума γ – интенсивность шума D ») имеет аналогичный вид для разных первоначальных структуры.

Синхронизация не происходит как при очень слабых, так и при достаточных сильном мультиплексного шуме и наблюдается в пределах некоторого ограниченного диапазона интенсивности шума. Этот диапазон расширяется по мере увеличения ширины спектра шума и становится широчайшим для белого шума. Кроме того, увеличение ширины спектра шума может улучшить качество синхронизации, которая в некоторых случаях может быть близка к полной (с погрешностью не более 0.001). Для некоторых исходных структур (например, при установлении некогерентности в среднем слое), синхронизация оказывается слабой (большая ошибка синхронизации), а область частичная синхронизации довольно мала.

Результаты исследования сети кубических отображений, состоящей из 100 слоев, проиллюстрированы на рис.4.

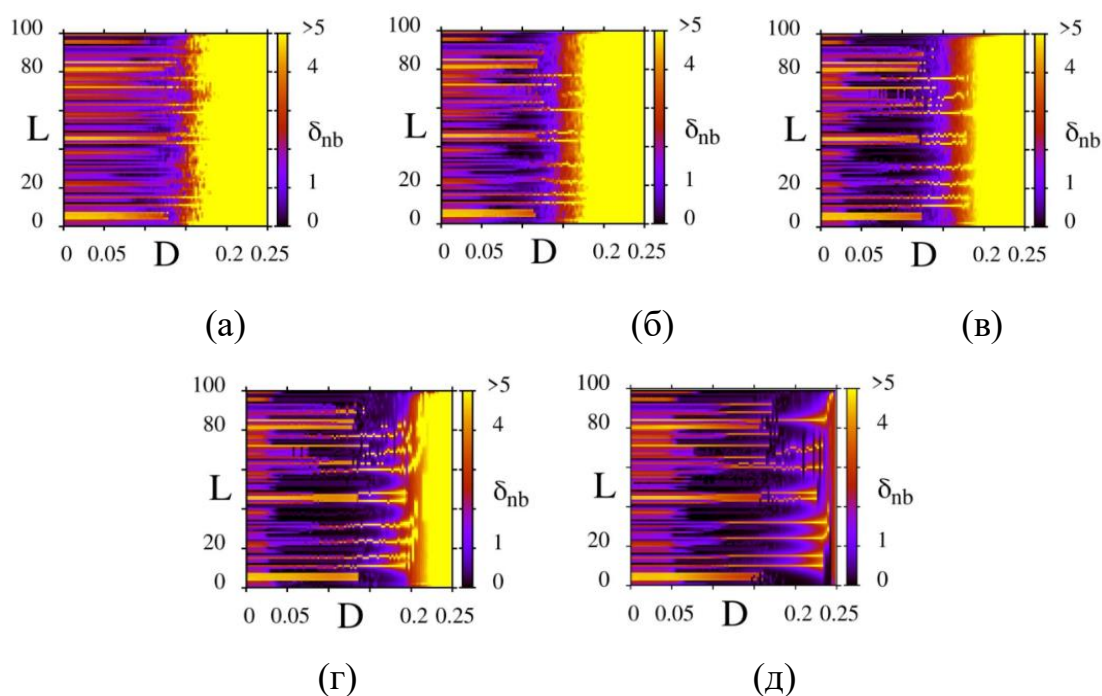


Рисунок 4. Зависимость средней ошибки синхронизации между соседними слоями δ_{nb} от интенсивности шума D и номера слоя L для различных значений ширины спектра: (а) $\gamma = 10^{-4}$, (б) $\gamma = 10^{-3}$, (в) $\gamma = 10^{-2}$, (г) $\gamma = 10^{-1}$, (д) $\gamma = 10^0 = 1$ (белый шум). Остальные параметры: $\alpha = 2.4$, $\sigma = 0.42$, $R = 100$, $N = 1000$.

Проведенное в работе численное моделирование показало, что все слои сто-слойной сети не могут синхронизироваться одновременно даже при большой

ошибки синхронизации. Однако увеличение интенсивности мультиплексного шума приводит к формированию групп кластеров полностью или частично синхронизированных слоев. Такие скопления особенно заметны у белых и близких к белым шум. Более того, если двигаться по слоям сети, фиксируя номер узла, мы можем наблюдать не только синхронные кластеры в той или иной потенциальной яме, но и кластеры с некогерентным поведением. Этот результат позволяет сделать вывод о возможности существования химерного состояния в сечении сети. Когда шум становится сильнее, синхронизированные кластеры разрушаются из-за появления набора несинхронизированных одиночных узлов на всех сетевых уровнях.

Основные результаты работы

В результате проведенных исследований получены следующие основные результаты:

- Модулированная шумом нелокальная связь между элементами в однослойной сети приводит в определенной степени к увеличению эффективного значения силы связи. Этот факт дает возможность контролировать тип пространственных структур за счет изменения спектральных свойств и интенсивности параметрического шума.
- Как в случае трехслойной, так и многослойной сети бистабильных кубических карт, можно сделать вывод, что существуют оптимальные характеристики мультиплексного шума, обеспечивающие достижения наиболее сильного эффекта синхронизации. В целом проведенные исследования показывают, возможность управления динамикой многослойных сетей путем изменения параметров мультиплексного шума.