

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

**Динамика одиночных и связанных дискретных  
моделей нейронов под воздействием шума**

**АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ**

студента 4 курса 4032 группы  
направления 03.03.03 Радиофизика  
Института физики  
Рябова Алексея Андреевича

Научный руководитель  
зав. кафедрой, д.ф.-м.н., доцент

\_\_\_\_\_ Г.И. Стрелкова

Заведующий кафедрой  
д.ф.-м.н., доцент

\_\_\_\_\_ Г.И. Стрелкова

Саратов 2024 г.

## **Введение**

Обоснована актуальность темы выпускной квалификационной работы, указаны её цели и задачи.

Даже несмотря на то, что были проведены различные исследования по изучению существования, механизма и особенностей возникновения когерентного резонанса в одиночных динамических системах и сетях связанных систем с непрерывным временем, исследование когерентного резонанса мало изучен в дискретных динамических системах (отображениях). Существует всего несколько работ, в которых рассматривался когерентный резонанс в нейронных моделях с дискретным временем, а точнее в отображениях Рулькова, при этом в целом исследования когерентного резонанса вызванного шумом Леви в нейронной модели отображения Рулькова не было. Для того, чтобы заполнить данный пробел в исследовании когерентного резонанса в нейронной модели, в отображение Рулькова — в этой выпускной квалификационной работы был исследован когерентный резонанс в различных нейронных моделях на основе отображений, подверженных шуму Леви. В численном моделировании были использованы отображение Рулькова, отображение Чиалво и отображение Курбажа-Некоркина-Вдовина в возбуждимом режиме и проанализированы характеристики когерентного резонанса, а именно нормированное стандартное отклонение межспайковых интервалов и оптимальная интенсивность шума в зависимости от индекса устойчивости шума Леви и параметра асимметрии. Также было изучено и проведено сравнение особенностей когерентного резонанса в рассматриваемых нейронных картах.

**Целью** данной выпускной квалификационной работы является подробное и систематическое исследование динамики дискретных нейтронов под воздействием шума.

Для достижения цели были поставлены следующие **задачи**:

1. Исследовать динамику одиночных и связанных дискретных моделей нейронов под воздействием шума

2. Проанализировать полученные результаты динамики моделей нейронов под воздействием шума

3. Сравнить полученные результаты между собой и сделать вывод

Для выполнения поставленных задач в дипломной работе применялось компьютерное моделирование, в которое входило написание программного кода на языке программирования C, и визуализация полученных данных с помощью программы Gnuplot.

**Актуальность** представленного исследования и полученных результатов обосновывается:

1. Воздействие шума на динамику различных систем исследуется в различных системах, включая не только компьютерные эксперименты, но и системы реального мира. Шум, его роль в таком эффекте как когерентный резонанс, играет решающую роль в передаче информации в нейронных сетях мозга. Это явление усиливает передачу информации между нейронами, особенно при слабых сигналах. Поэтому важно более подробно исследовать это явление численно, используя различные нейронные модели и принимая во внимание различные условия, которые влияют как на исследуемую систему, так и на воздействие внешнего шума.

2. Системы с дискретным временем требуют меньших вычислительных мощностей и времени расчета, что облегчает изучение различных явлений с их помощью. Эти системы демонстрируют ту же динамику, что и системы с непрерывным временем, а иногда даже более богатую, соответствующую системам реального мира. Следовательно, необходимо понимать значения управляющих параметров этих систем и то, как внешний шум влияет на возникновение различных типов резонанса. Кроме того, важно проанализировать зависимость характеристик явления когерентного резонанса от выбранной системы.

3. Недавние исследования в области нейродинамики показали, что шумовые явления в нейронных сетях характеризуются распределением случайных величин, которое отличается от гауссовского распределения. Это

связано с тем, что они включают редкие высокоамплитудные выбросы. Среди различных типов шума, используемых для моделирования процессов в нейронных сетях, шум Леви считается наиболее актуальным. Однако в настоящее время существует довольно малое количество исследований на тему когерентного резонанса, вызванного шумом Леви. Кроме того, нет исследований когерентного резонанса, вызванного шумом Леви, в динамических нелинейных системах с дискретным временем.

### **Основное содержание работы**

Были описаны модели и методы исследования, а также приведены системы уравнения отображения Рутькова

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= f(x_n, y_n + \beta_n), \\ y_{n+1} &= y_n - \mu(x_{n+1}) + \mu\sigma_n + \eta(n)\end{aligned}$$

с нелинейной функцией:

$$f(x, y) = \begin{cases} a/(1-x) + y, & x \leq 0, \\ a+y, & 0 < x < a+y, \\ -1, & x \geq a+y. \end{cases}$$

здесь  $x_n, y_n$  – динамические переменные, где переменная  $x_n$  представляет собой быструю переменную и описывает взаимодействие токов «быстрых» ионов калия и натрия,  $y_n$  – медленную переменную, носящую ответственность за «медленный» ток кальция, и  $n$  – дискретное время. Параметр  $\mu$  отвечает за разделение во времени между быстрыми и медленными переменными, то есть  $x_n, y_n$ , при исследовании динамики отображения Рутькова он был зафиксирован на уровне  $\mu = 0.001$ .

Также приведена диаграмма бифуркации (рисунок 1), временная реализация и аттрактор отображения Рутькова (рисунок 2).

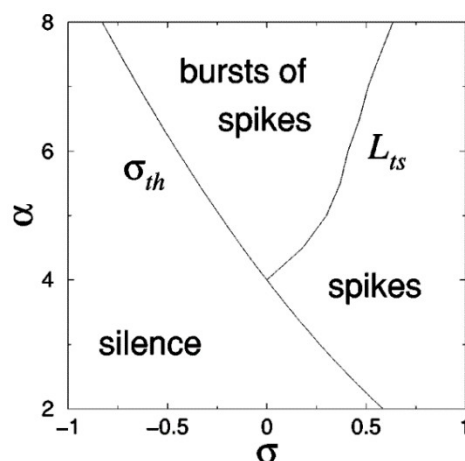


Рисунок 1: Диаграмма бифуркации на плоскости параметров (  $\sigma$ ,  $\alpha$  )

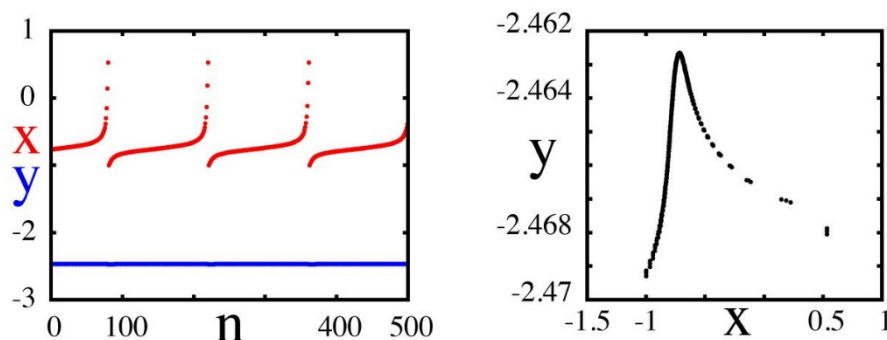


Рисунок 2: Временная реализация и аттрактор отображения Рулькова в колебательном режиме при отсутствии внешнего шумового воздействия при  $\mu = 0.001$ ,  $\beta = 0$ ,  $\alpha = 3$  и  $\sigma = 0.28$ .

Кроме рассмотрения отображения Рулькова в первой главе приведены системы уравнения отображения Чиалво:

$$x_{n+1} = x_n^2 \exp(y_n - x_n) + k,$$

$$y_{n+1} = a y_n - b x_n + c + \eta(n)$$

где  $x_n$  — переменная активации, соответствующая динамике мембранного потенциала,  $y_n$  — переменная, подобная восстановительной (восстанавливающая переменная), и  $n$  — дискретное время. Эта карта имеет четыре управляющих параметра:  $k$  — параметр постоянного смещения или внешнего влияния (например, внешним током);  $a < 1$  — постоянная времени восстановления;  $b < 1$  — определяет зависимость восстановления от уровня

активности ( $y_n(x_n)$ );  $c$  — смещение. На рисунке 3 приведены временная реализация и аттрактор отображения Чиалво.

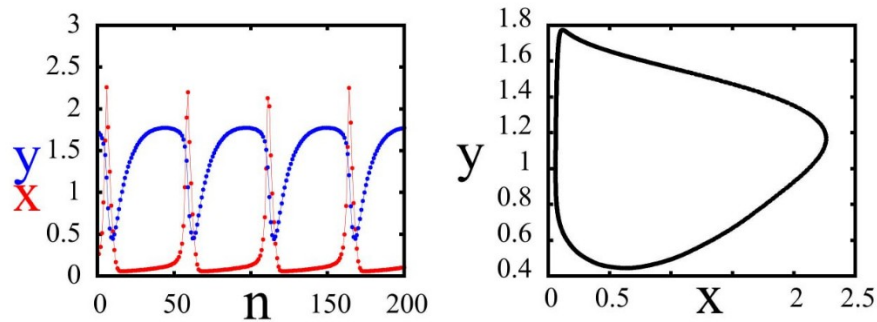


Рисунок 3: Временная реализация и аттрактор отображения Чиалво в колебательном режиме при отсутствии внешнего шумового воздействия

$$a = 0.9, b = 0.2, k = 0.05, c = 0.2.$$

Последней рассмотренной системой было отображение Курбажа-Некорника-Вдовина:

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= x_n + x_n(x_n - a)(1 - x) - y_n - \beta H(x_n - d) \\ y_{n+1} &= y_n + \varepsilon(x_n - J) + \eta(n) \end{aligned}$$

где  $x_n$  и  $y_n$  — это соответственно быстрые и медленные переменные. Параметр  $x_n$  соответствует изменению потенциала клеточной мембраны, а  $y_n$  — это динамика ионных токов (переменная восстановления), а  $n$  является дискретным временем.

На рисунке 4 приведены временная реализация и аттрактор данного отображения.

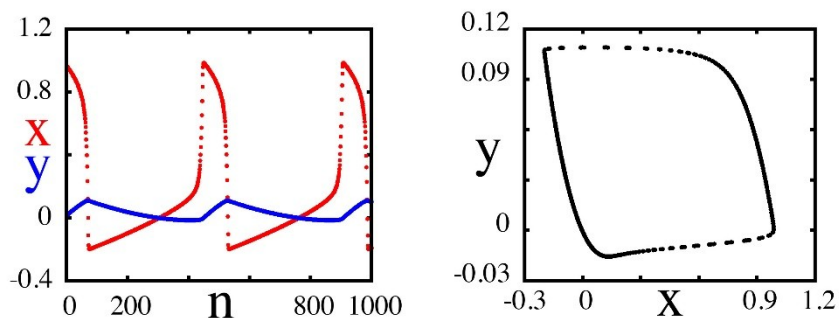


Рисунок 4: Временная реализация и аттрактор отображения Курбажа-Некоркина-Вдовина в колебательном режиме при отсутствии внешнего шумового воздействия при  $\varepsilon = 0.002$ ,  $d = 0.5$ ,  $a = 0.25$ ,  $\beta = 0.01$ ,  $J = 0.22$

Кроме того в первой главе описывается источник шума Леви (алгоритм Давинки-Верона) и метод анализа степени когерентного резонанса (нормированное стандартное отклонение межспайковых интервалов):

$$R = \frac{\sqrt{\langle T^2 \rangle - \langle T \rangle^2}}{\langle T \rangle}$$

Где  $\langle T \rangle = \frac{1}{N} \sum (t_i - t_{i-1})$   $\langle T^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum (t_i - t_{i-1})^2$  В приведенной формуле  $N$  представляет собой количество спайков,  $t_i$  — время, в которое происходят данные спайки

Так же далее рассматривается влияния параметра устойчивости шума Леви на когерентный резонанс. Исследуется влияние индекса устойчивости  $\alpha^L$  на оптимальное значение параметра масштаба  $\sigma^L$  при котором наблюдается когерентный резонанс в системе, то есть когда величина  $R$  достигает минимального значения. При этом всем изучение динамики был зафиксирован параметр асимметрии распределения шума Леви на уровне  $\beta^L = 0$ .

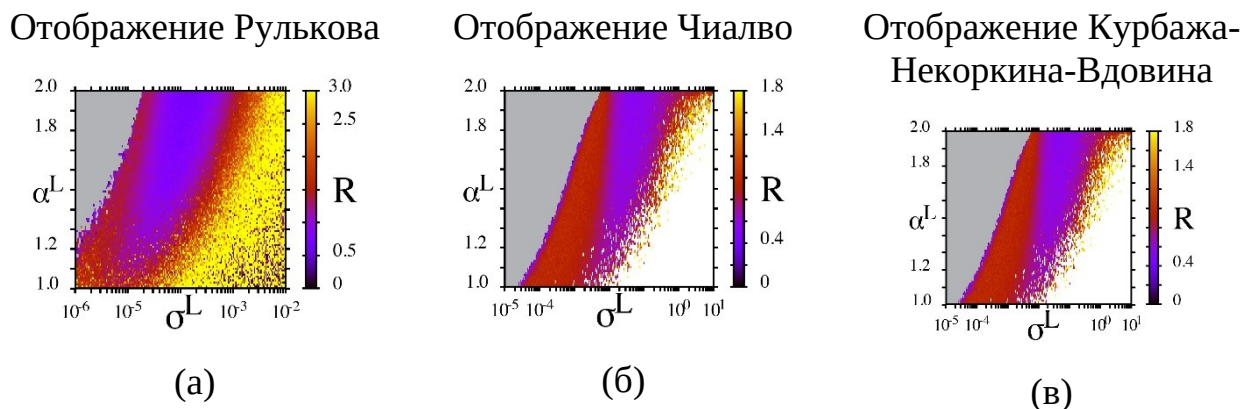


Рисунок 5: Распределение нормированного стандартного отклонения межспайковых интервалов  $R$  на плоскости параметров  $(\sigma^L, \alpha^L)$  при  $\beta^L = 0$ . Серые области соответствуют случаю, когда значение  $\sigma^L$  недостаточно для возбуждения колебаний в системах. Белые области соответствуют случаю, когда траектории уходят на бесконечность. Другие параметры: (a)  $a = 3$ ,  $\sigma = 0.265$ ,  $\mu =$

0.001,  $\beta = 0$ , (б)  $a = 0.9, b = 0.2, k = 0.05, c = 0.19$  и (в)  $a = 0.25, \beta = 0.01, d = 0.5, \varepsilon = 0.002, J = 0.11$ .

Кроме рассмотрения параметра устойчивости рассматривается ещё влияние параметра асимметрии шума Леви. Переходя от влияния параметра устойчивости шума Леви к параметру асимметрии  $\beta^L$  распределения шума Леви можно рассмотреть как данный параметр влияет на оптимальную интенсивность шума (значение параметра масштаба  $\sigma^L_{opt}$ ) при наблюдении когерентного резонанса в рассматриваемых нейронных отображениях. Для этого при численном моделировании фиксировался параметр стабильности  $a^L$  на уровне 1.8

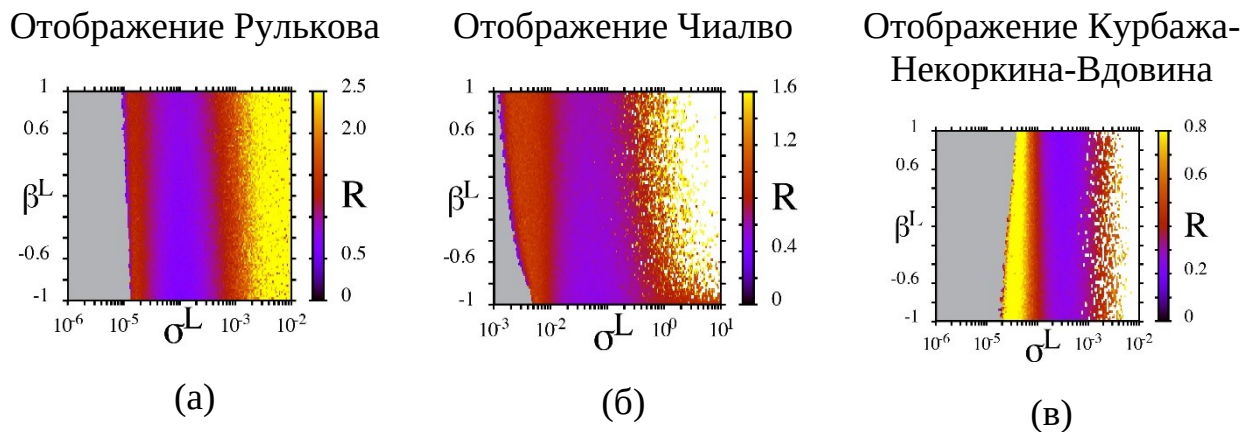


Рисунок 6: Распределение нормированного среднеквадратичного отклонения межспайковых интервалов  $R$  на плоскости параметров  $(\sigma^L, \beta^L)$  при  $a^L = 1.8$ .

Серые области соответствуют случаю, когда значение  $\sigma^L$  недостаточно для возбуждения колебаний в системах. Белые области соответствуют случаю, когда траектории уходят на бесконечность. Другие параметры: (а)  $a = 3, \sigma = 0.265, \mu = 0.001, \beta = 0$ , (б)  $a = 0.9, b = 0.2, k = 0.05, c = 0.19$  и (в)  $a = 0.25, \beta = 0.01, d = 0.5, \varepsilon = 0.002, J = 0.11$ .

Далее от динамики одиночного отображения рассмотрение переходило к динамике ансамбля нелокально связанных отображений Рулькова под



воздействием шумом Леви. Данная система описывается следующими уравнениями:

$$x_1(n+1) = f(x_i(n), y_{i_i}(n)) + \frac{c}{2P} \sum_{j=i-P}^{i+P} [f(x_j(n), y_{j_j}(n)) - f(x_i(n), y_{i_i}(n))]$$

$$y_1(n+1) = g(x_i(n), y_{i_i}(n)) + \eta_i^{\alpha^L, \beta^L}(\sigma^L, n)$$

где  $x$  и  $y$  – быстрая и медленная переменная выбранного отображения,  $f(x, y)$  и  $g(x, y)$  – правые части уравнений, описывающих динамику быстрых и медленных переменных.

В ходе исследования данной системы была построена карта режимом кольца нелокально связанных отображений Рутькова на плоскости параметров «радиус связи — сила связи» (рис.7). Показано, что в такой системы могут существовать как классические уединенные состояния, так и химеры уединенных состояния, количество некогерентных кластеров, которых зависит от радиуса связи.

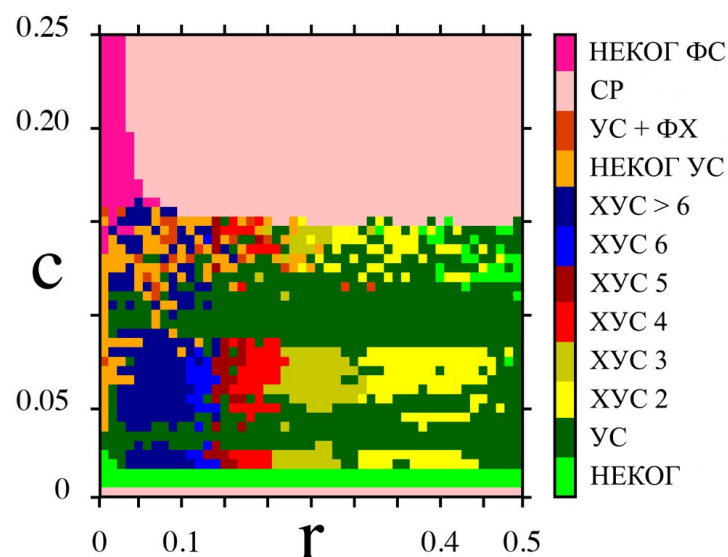


Рисунок 7. Карта режимов нелокально связанных отображений Рутькова на плоскости параметров «радиус связи – сила связи» .  
 Обозначения: НЕКОГ — некогерентность, УС — уединенные состояния, ХУС — химера уединенных состояний (цифра отвечает за количество

некогерентных кластеров), НЕКОГ УС — некогерентные уединенные состояния, УС+ФХ — уединенные состояния с фазовой химерой, СР — состояние равновесия, НЕКОГ ФС — некогерентный резонанс с фазовым сдвигом. Другие параметры:  $a^L = 2.0$ ,  $\sigma^L = 0.0002$ ,  $\beta^L = 0$ ,  $a = 3$ ,  $\sigma = 0.265$ ,  $\mu = 0.001$ ,  $\beta = 0$ .

### **Заключение**

Было численно исследовано влияние шума Леви на колебательную динамику нескольких нейронных моделей с дискретным временем. В работе использовались отображение Рутькова, отображение Чиалво и отображение Курбажа-Некоркина-Вдовина в режиме возбуждения. Так же было подробно проанализировано, как различные параметры шума, а именно: параметр стабильности и параметр асимметрии, могут влиять на вызванные шумом колебания в исследуемых системах и как изменяются характеристики когерентного резонанса, то есть нормированное стандартное отклонение межспайковых интервалов  $R$  и оптимальная интенсивность шума  $\sigma^L$ , в зависимости от их вариации.

Полученные исследования показали, что когерентный резонанс проявляется качественно сходным образом в рассматриваемых отображениях и отличается только количественно в отношении величины  $R$  и параметра масштаба  $\sigma^L$ . Было показано, что вызванные шумом колебания наиболее когерентны в отображении Курбажа-Некоркина-Вдовина и менее когерентны в отображении Рутькова. Однако когерентный резонанс в отображении Рутькова возникает при более низкой оптимальной интенсивности шума, чем в двух других отображениях.

При фиксированном значении параметра асимметрии  $\beta^L = 0$  и при уменьшении показателя устойчивости  $a^L$  зависимости  $R(\sigma^L)$  для каждого отображения сдвигаются в сторону меньших значений  $\sigma^L$ . Это означает, что для достижения когерентного резонанса в нейронных отображениях требуется

меньшая интенсивность шума, даже при увеличении числа высокоамплитудных случайных величин. Однако в этом случае соответствующее значение  $R_{min}$  изменяется (увеличивается) лишь незначительно для отображения Курбажа-Некоркина-Вдовина и для отображения Чиалво, в то время как для отображения Рулькова значение  $R_{min}$  заметно увеличивается.

Полученные в ходе выпускной классификационной работы результаты показывают, что асимметричная форма функции плотности вероятности источника шума Леви (ненулевой параметр асимметрии  $\beta^L$ ) не влияет на характер колебаний, вызванных шумом: в отображение Курбажа-Некоркина-Вдовина они более когерентны, чем в отображение Рулькова и Чиалво. Однако существуют определенные различия в проявлении когерентного резонанса. Минимальное значение нормированного стандартного отклонения межспайковых интервалов  $R_{min}$  достигается при отрицательных значениях  $\beta^L$  в отображение Рулькова и Чиалво, в то время как для отображение Курбажа-Некоркина-Вдовина при положительных значениях  $\beta^L$ .

Таким образом полученные результаты становятся ярким доказательством усиленной шумом Леви когерентности колебаний в нейронных моделях на основе выбранных отображений и помогут в дальнейшем выбрать оптимальные значения управляющих параметров, как для самих отображений, так и для источников шума, для изучения динамики сетей нейронных отображений в присутствии шума Леви.

Исследования динамики кольца нелокально связанных отображений Рулькова под воздействием шума показало, что в этой системе возможно установление различных пространственно-временных режимов, в том числе химерных и уединенных состояний. При этом уединенные состояния могут сформировать химерные состояния, когда уединенные узлы сбиваются в отдельные кластеры. Количество этих кластеров зависит от радиуса связи. Таким образом шум в такой системе способствует возбуждению абсолютно новых режимов.

По итогам проведенного в выпускной квалификационной работе исследования была написана статья и принята к публикации в журнале Chaos, Solitons and Fractals:

Rybalova E., Ryabov A., Muni S., Strelkova G. Levy noise-induced coherence resonance in neural maps //Chaos, Solitons & Fractals. - 2024.