

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра системного анализа и автоматического управления

**ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ  
СИСТЕМЫ**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 481 группы  
направления 27.03.03 — Системный анализ и управление  
факультета компьютерных наук и информационных технологий  
Шведова Алексея Павловича

Научный руководитель  
доцент, к. ф.-м. н.

\_\_\_\_\_

Е. П. Станкевич

Заведующий кафедрой  
к. ф.-м. н., доцент

\_\_\_\_\_

И. Е. Тананко

Саратов 2024

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы.** При планировании производства часто возникает потребность изучить различные возможности производственных мощностей с целью оптимизации или масштабирования. Однако внесение изменений в огромные заводы или машины может привести к непоправимым последствиям. Для таких целей можно использовать математические модели, которые следуют законам математики, не затрагивая реальный мир, и имитирующие поведение исследуемых объектов. Такие модели позволяют учесть сложные взаимодействия между различными компонентами производственного процесса. Качественная модель дает возможность менять параметры и наблюдать как происходят изменения, подбирая конфигурацию удовлетворяющую необходимым целям.

Бакалаврская работа содержит 3 раздела.

В первом разделе описывается модель производственной системы, принципы ее функционирования и метод нахождения основных характеристик.

Во втором разделе описан алгоритм анализа модели, структура программы, ее возможности и правила использования.

В третьем разделе представлен пример использования программы, построены графики зависимостей характеристик от некоторых параметров модели. На основе анализа зависимостей делаются соответствующие выводы.

**Цель бакалаврской работы** — исследовать математическую модель производственной системы.

Поставленная цель определила **следующие задачи**:

1. Изучить математическую модель производственной системы и метод ее анализа;
2. Разработать алгоритм и программу для анализа модели производственной системы;
3. Исследовать зависимость характеристик модели производственной системы от ее параметров.

**Методологические основы** исследования математической модели производственной системы представлены в работах W. J. Hopp, [1], W. Whitt [2, 3].

**Практическая значимость бакалаврской работы.** В ходе выполнения выпускной квалификационной работы был разработан алгоритм и про-

грамма анализа модели производственной системы, с помощью которого можно исследовать зависимости характеристик модели.

**Структура и объем работы.** Бакалаврская работа состоит из введения, 3 разделов, заключения, списка использованных источников и цифрового носителя в качестве приложения. Общий объем работы — 56 страниц, из них 40 страниц — основное содержание, включая 8 рисунков и 1 таблицу, список использованных источников информации — 20 наименований.

## КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Первый раздел «Модель производственной системы»** посвящен описанию производственной системы. В качестве модели производственной системы используется сеть массового обслуживания с несколькими классами требований. Описан процесс функционирования сети массового обслуживания, обработка требований и их маршрутизация.

В рассматриваемой производственной системе осуществляется производство различных видов изделий. Процесс изготовления каждого изделия включает в себя последовательную обработку на нескольких станциях, причем каждый вид изделия имеет свой маршрут обработки. Каждая станция обработки оборудована несколькими инструментами, что позволяет выполнять обработку нескольких изделий параллельно с одинаковой интенсивностью [4].

По завершении обработки на любой из станций изделие направляется на следующую станцию в соответствии с заранее определенным маршрутом. Каждая станция выполняет определенные операции или процессы обработки, которые специфицированы в маршруте для данного вида изделия.

В качестве математической модели производственной системы была использована открытая сеть массового обслуживания, в которой имеются несколько систем (станций), которые принимают и передают требования (изделия) по заданному маршруту. В каждой системе есть несколько обслуживающих приборов и очередь неограниченного размера, в которую попадают поступившие требования, не нашедшие свободный прибор.

Предполагается, что каждое изделие следует одному из  $K$  различных детерминированных маршрутов, посещая некоторые из  $N$  различных станций производственной системы. Каждая станция является частью маршрута хотя бы одного изделия.

Основные стационарные характеристики модели производственной системы вычисляются по формулам:

1. Математическое ожидание длительности пребывания требований в очереди системы [5]:

$$EW(\rho, c_a^2, c_s^2, m) \approx \phi(\rho, c_a^2, c_s^2, m) \left( \frac{c_a^2 + c_s^2}{2} \right) EW_{M/M/m},$$

где  $\rho$  - коэффициент использования системы,  $c_a^2$  - коэффициент изменчивости трафика в узле,  $c_s^2$  - коэффициент вариации эффективной длительности обслуживания в системе,  $m$  - количество обслуживающих устройств в системе,  $EW_{M/M/m}$  - математическое ожидание длительности пребывания требований в системе  $M/M/m$  [6, 7].

2. Общая ожидаемая задержка на шаге  $l$  маршрута  $k$ :

$$ET_{kl} = \frac{(mb_l - mb_{l-1})^+}{2mb_{l-1}} \frac{mb_{l-1}}{\hat{\lambda}_k r b_k \alpha_{k,l-1}} + EW(\rho_{n_{kl}}, ca_{n_{kl}}^2, ct_{n_{kl}}^2, m_{n_{kl}}) + \frac{\tilde{m}b_l - pb_{n_{kl}}}{2pb_{n_{kl}}} \tau_{kl} + \tau_{kl},$$

где  $mb_l$  - размер пакета перемещений на шаге  $l$ ,  $\hat{\lambda}_k$  - количество партий, выпускаемых на маршрут  $k$ ,  $rb_k$  - размер партий, выпускаемых на маршрут  $k$ ,  $\alpha_{k,l}$  - коэффициент выживаемости на  $l$ -м шаге маршрута  $k$ ,  $\tilde{m}b_l = \max(pb_{n_{kl-1}}, sb_{n_{kl}}, pb_{n_{kl}})$ ,  $sb_i$  - заданный размер группы (т.е. количество лотов поступивших на обработку) на станции  $i$ ,  $pb_i$  - максимальный размер обрабатываемой группы (в лотах) на станции  $i$ ,  $\tau_{kl}$  - эффективное среднее время обработки (для группы размером  $pb_k$  лотов) на  $l$ -м шаге маршрута  $k$ ,  $n_{kl}$  - номер станции на  $l$ -м шаге маршрута  $k$ .

**Второй раздел «Алгоритм анализа модели производственной системы»** посвящен алгоритму анализа модели производственной системы, который позволяет вычислить основные характеристики модели производственной системы.

В подразделе 2.1 описан алгоритм состоящий из нескольких основных блоков, каждый из которых отвечает за определённый этап анализа:

Блок 1. Ввод данных.

Блок 2. Вычисление среднего значения и коэффициента вариации длительности эффективных процессов.

Блок 3. Вычисление коэффициента выживаемости продукта.

Блок 4. Вычисление интенсивностей потоков между станциями.

Блок 5. Вычисление доли уцелевших лотов.

Блок 6. Вычисление интенсивностей входящих потоков на станции.

Блок 7. Вычисление среднего значения и коэффициента вариации длительности обслуживания агрегированных групп.

Блок 8. Вычисление размеров эффективных групп для станций.

Блок 9. Вычисление среднего значения и коэффициента вариации времени обработки агрегатной партии на станциях.

Блок 10. Вычисление среднего значения и коэффициента вариации времени обработки агрегатной партии, включая время обработки и наладки, на станциях.

Блок 11. Вычисление коэффициента вариации поступающих извне групп на каждую станцию и коэффициента эффективного использования на станциях.

Блок 12. Вычисление коэффициента изменчивости трафика на станции  $j$ .

Блок 13. Вычисление математического ожидания длительности пребывания в очереди станции  $j$ .

Блок 14. Вычисление общих задержек на каждом шаге маршрута.

Подраздел 2.2 посвящен структуре программы, используемых технологиях и инструментах. Здесь описаны функции и методы, содержащиеся в программе, а так же переменные и их обозначения в алгоритме.

Программа для анализа модели производственной системы состоит из нескольких основных модулей, каждый из которых реализует определённые этапы алгоритма:

1. Пользовательский интерфейс для ввода исходных данных;
2. Механизмы проверки корректности введённых данных и их предварительная обработка;
3. Реализация математических формул и алгоритмов для вычисления характеристик производственной системы;

4. Обработка промежуточных результатов и их сохранение для дальнейшего анализа;
5. Расчёт характеристик для каждой станции или шага маршрута;
6. Визуализация полученных результатов в виде графиков или вывод в виде списка;

В подразделе 2.3 описаны правила использования программы. Для корректного использования программы необходимо соблюдать следующие правила:

- вводить все необходимые данные необходимо в соответствующие поля пользовательского интерфейса;
- правильность введённых данных проверяется с помощью встроенного механизма валидации.

**Третий раздел «Результаты исследования модели производственной системы»** посвящен результатам проведенного исследования зависимостей характеристик модели от входных параметров.

В первом примере рассматривается открытая сеть с  $N = 2$  маршрутами и  $K = 4$  станциями. Количество обслуживающих устройств для каждой станции  $m = (20, 34, 32, 26)$ , что соответствует 20 приборам на первой станции, 34 приборам на 2 станции и т.д. Порядок станций в каждом маршруте  $n_{kl}$ ,  $k = 1, \dots, 4$ ,  $l = 1, 2$ : 1, 2, 3, 4 для первого продукта и 3, 2, 4 для второго продукта. В системе обслуживаются требования (продукты) двух классов, соответственно 2 маршрута. Для первого продукта  $L_1 = 4$  шага, для второго 3. Количество партий, выпускаемых на каждый маршрут  $\hat{\lambda}_1 = 4$ ,  $\hat{\lambda}_2 = 3$ . Размеры партий для каждого маршрута  $rb_1 = 4$ ,  $rb_2 = 5$ . Процент выживаемости на каждой станции (вероятность успешного завершения шага)  $\alpha_i$ ,  $i = 1, \dots, K$ : 1, 0.7, 0.95, 0.8. Исходное время процессов на каждом шаге первого маршрута  $\tau'_{1l}$ : 0.3, 0.2, 0.4, 0.4 и для второго маршрута  $\tau'_{2l}$ : 0.2, 0.5, 0.3. Максимальный размер передаваемой группы для каждой станции (включая источник)  $pb_i$ ,  $i = 0, \dots, K$ : 3, 6, 3, 4, 4. Размер группы, который прибывает на станцию  $sb_i$ : 3, 4, 2, 3, 2. Средняя длительность переналадки  $s_i$  на каждой станции и её коэффициент вариации  $cs_i$ : 2, 3, 1, 4 и 0.4, 0.5, 0.2, 0.3 соответственно. Так как каждая станция подвержена простоям из-за поломки и ремонта, запишем среднюю наработку на отказ  $\mu_f$  и ремонт  $\mu_r$ : 10 и 2 соответственно.

Были получены характеристики модели на основе введенных данных,

например:

1.  $EW_j$  - среднее значение длительности ожидания обслуживания на станции  $j$ :

0.016      0.031      0.025      0.025;

2.  $ET_{kl}$  - среднее значение длительности задержки на  $l$ -м шаге маршрута  $k$ :

0.856      0.622      0.684      0.552

0.794      0.616      0.552;

Во втором примере был проведен анализ зависимости математического ожидания длительности пребывания в очереди систем от количества обслуживающих приборов (рисунки 1, 2).

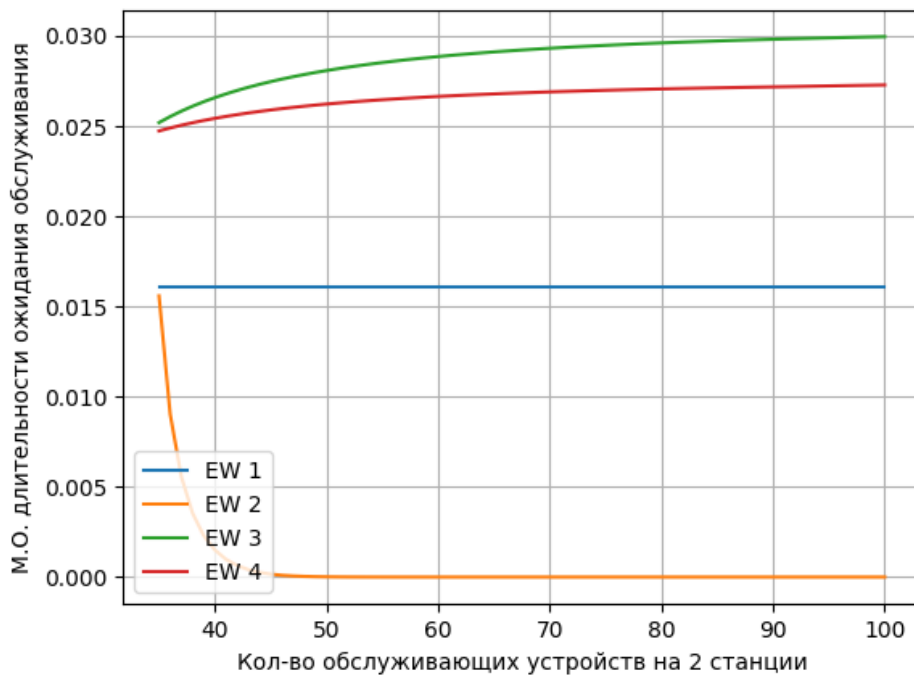


Рисунок 1 – Зависимость  $EW$  на станциях от  $m_2$

В третьем примере были изучены зависимости общих задержек  $ET_{kl}$  на шаге  $l$  маршрута  $k$  от максимального размера обрабатываемой партии  $pb$  на первой станции (Рисунок 3).

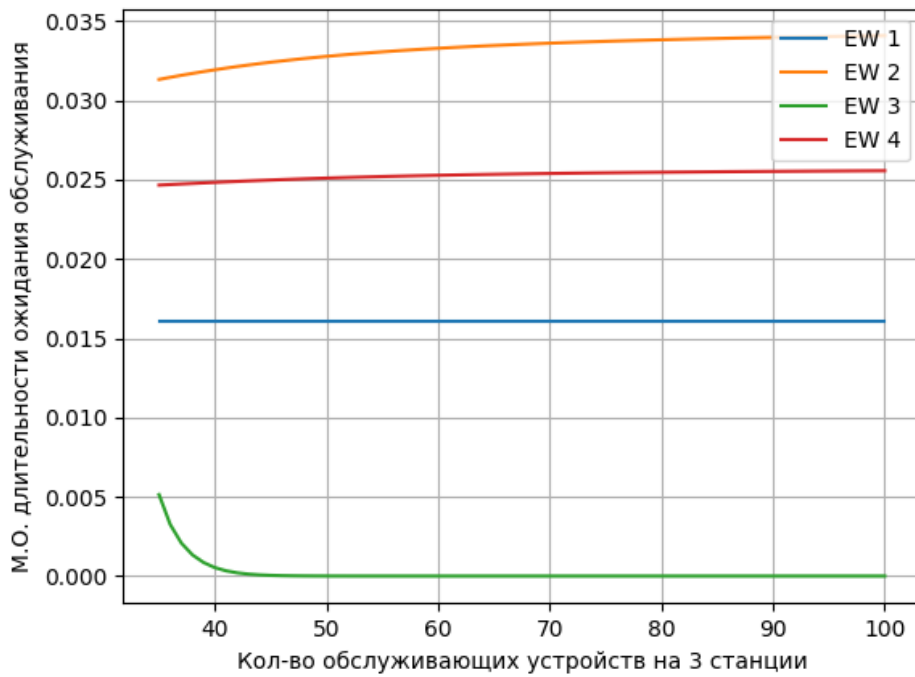


Рисунок 2 – Зависимость  $EW$  на станциях от  $m_3$

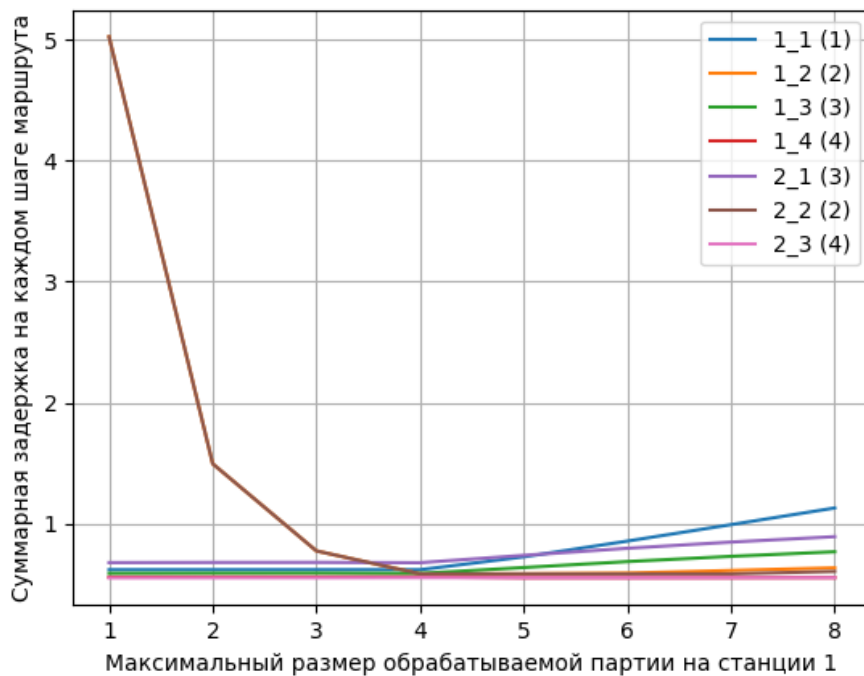


Рисунок 3 – Зависимость  $ET$  на разных шагах маршрута от  $pb_1$

Линиями на графике показаны суммарные задержки на каждом шаге каждого маршрута. Например, запись "2\_1 (3)" означает 2 маршрут, 1 шаг



на котором расположена 3 станция.

Так как в маршруте со станцией 1 связана только станция 2, на нее и оказывается наибольшее влияние при вариации значений. На графике видно, что значения  $ET$  для второго шага второго маршрута (2 станция) начали убывать, т.к. увеличивался максимальный размер обрабатываемой партии и с 1 станции на вторую начало поступать больше требований на обслуживание. Соответственно, системе необходимо меньше времени на сбор необходимого количества требований для начала обслуживания. Но затем, после точки  $pb_1 = 4$ , значения перестали значительно изменяться и, из-за большого количества обслуживающих устройств, требования успевают обслуживаться по мере поступления, суммарная задержка здесь состоит из небольшой задержки во время упаковки требований (около 0.05), математического ожидания длительности пребывания в очереди (около 0.00013) и длительности задержки из-за распаковки после окончания обслуживания (около 0.58), которые незначительно увеличиваются.

В то же время после точки  $pb_1 = 4$ , значения для остальных шагов первого и второго маршрутов начали увеличиваться из-за задержек во время пребывания требований в очереди и распаковки после обслуживания. Значения для 1\_4 и 2\_3 изменяются незначительно.

По выходным данным программы так же видно, что такие выводы следуют и для шага 2 маршрута 2, так как на этом шаге маршрута так же находится вторая станция.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной бакалаврской работе была рассмотрена производственная система с точки зрения теории массового обслуживания. Была изучена математическая модель, описывающая процессы функционирования производственной системы. Модель представляет собой открытую сеть систем массового обслуживания с несколькими классами требований. Был описан алгоритм для анализа модели, приведена его программная реализация и подробное описание. Реализация была осуществлена при помощи средств языка программирования Python. Для данной программы был также разработан графический интерфейс пользователя при помощи библиотеки PyQt5. Программа позволяет исследователю варьировать параметры исследуемой сети и получать результаты моделирования. Таким образом, с её помощью имеется возможность

проводить расчёты необходимых характеристик функционирования системы в определённых исследователем конфигурациях этой модели.

**Основные источники информации:**

1. Hopp, W. J. Using an optimized queueing network model to support wafer fab design / W. J. Hopp, M. L. Spearman, S. Chayet, K. L. Donohue, E. S. Gel - IIE Transactions - 2002. - Vol. 34 - P. 119-130.
2. Whitt, W. The queueing network analyzer. / W. Whitt // The Bell System Technical Journal - 1983. - Vol. 6 - P. 2779-2815.
3. Whitt, W. Approximations for the GI/G/m queue. Production and Operations Management / W. Whitt // AT&T Bell Laboratories - 1993. - Vol. 2 - P. 114-161.
4. Клейнрок, Л. Теория массового обслуживания / Пер. с англ. - Л. Клейнрок – М.: Машиностроение, 1979. – 432 с.
5. Kimura, T. Approximations for the waiting time in the GI/G/s queue / T. Kimura // Journal of the Operations Research - 1991 - Vol. 42 - P. 959-970.
6. Митрофанов, Ю.И. Анализ сетей массового обслуживания: учеб. пособие. / Ю. И. Митрофанов – Саратов: Научная книга, 2005. – 175 с.
7. Саати, Т. Элементы теории массового обслуживания и её приложения. / Т. Саати. — М : Издательство «Советское радио», 1965. — 510 с.