

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Балашовский институт (филиал)

Кафедра математики, информатики, физики


МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ РЕШЕНИЯ ПЛАНИМЕТРИЧЕСКИХ  
ЗАДАЧ ГЕОМЕТРИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 5 курса 152 группы  
направления подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя  
профилями подготовки)»,  
профили «Математика и физика»,  
факультета математики и естественных наук  
Добрыниной Алены Михайловны

Научный руководитель

доцент кафедры математики,  
информатики, физики

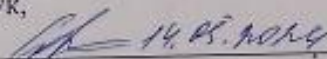
 14.05.2024

Н. В. Бурлак

(подпись, дата)

Зав. кафедрой математики, информатики, физики  
кандидат педагогических наук,

доцент

 14.05.2024

Е.В. Сухорукова

(подпись, дата)

Балашов 2024

**Введение:** со времён зарождения геометрии учёные пытались найти решение различных задач. По мере развития геометрической науки и наполнения её новыми фактами появились новые задачи, требующие новых методов решения.

В основном геометрические задачи решаются по определённым общим идеям, но не во всех можно найти что-то общее. Одними из таких задач являются задачи, требующие дополнительных построений при их решении, которые достаточно распространены в школьном курсе. Благодаря дополнительным построениям при построении чертежа задача приобретает видимое решение. Так же примерами таких задач будут, те, которые решаются при применении формул площадей, но в нестандартном виде.

Данная тема представляет особый интерес для изучения, так как играет важную роль в развитии понимания решения всех геометрических задач школьниками. Так же данный тип задач часто встречается во второй части экзамена по математике. Развитие данного метода решения задач может способствовать улучшению понимания и усвоения остального геометрического материала.

Тема дополнительных построений и метод площадей рассматривается в школьном курсе, но не во всех учебниках представлена подробно. Развитием и описанием дополнительных построений при решении планиметрических задач занимались такие учёные как И. Ф. Шарыгин, Л. С. Атанасян, Т. В. Бежану, Н. А. Казаков, Т. И. Кузнецова и другие. Изучением метода площадей такие учёные как О. П. Зеленьяк, Е. С. Смирнова, С. И. Якуш.

**Цель работы:** сформулировать основные принципы методики работы при решении планиметрических задач, требующих геометрического решения.

Достижение цели требует выполнение следующих **задач:**

1. Изучить учебники школьного курса геометрии на наличие методов дополнительного построения, площадей, ключевого треугольника.

2. Рассмотреть общие вопросы по методике решения планиметрических задач.

3. Определить оптимальные способы решения планиметрических задач методами дополнительных построений, площадей, ключевого треугольника.

4. Сформулировать принципы работы с некоторыми геометрическими методами решения задач;

5. Подобрать примеры задач, решаемые при помощи рассматриваемых методов;

6. Подобрать вспомогательные средства обучения, для облегчения понимания решения планиметрических задач.

**Объект исследования:** методика обучения геометрии

**Предмет исследования:** методика обучения решению планиметрических задач

**Практическая значимость:** изучение некоторых геометрических методов можно использовать не только на элективных курсах при подготовке к экзаменам, но и в качестве темы исследования на кружках по математике. Также могут послужить основой при построении дополнительного курса по геометрии. Материалы данного исследования могут быть полезны учителям математики при первичном введении методов дополнительного построения, ключевого треугольника, площадей при решении задач и так же при подготовке к экзамену по математике.

Также умение решать более сложные планиметрические задачи при помощи дополнительных построений и применений формул площадей пригодятся в задачах, выходящих за школьный курс, на конкурсах и олимпиадах.

Бакалаврская работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка использованных источников, приложений.

**В первой главе** говорится о развитии и месте геометрии, а также решении задач в школьном курсе математики. Геометрия как отдельная составляющая образовалась достаточно давно, начало было положено во многих странах древности: Египте, Вавилоне, Индии. Но большой вклад внесли древние греки, они смогли систематизировать накопленный материал и выделить в геометрии теоретическую составляющую, перестав опираться только на её практическую часть. После чего геометрия начала становиться самостоятельной наукой.

В период 11-17 веков, церковь сильно препятствовала изучению геометрии. В 17 веке со скачком в изучении алгебры, геометрия так же начала развиваться, алгебраические знания стали применять при решении геометрических задач. В 18 веке стали открываться учебные заведения, в которых начала преподаваться геометрия, появились первые учебники по геометрии. Методическая сторона геометрии начала формироваться в 19 веке и в начале 20 века приобрела большое значение в системе образования.

В настоящее время геометрия является неотъемлемой частью школьной программы, и её элементы встречаются с самого начала обучения ребёнка в школе и до 11 класса.

Изучение геометрии в школе контролируется федеральной основной образовательной программой основного общего образования, в ней прописаны: содержание курса по классам; цели; личностные, метапредметные и предметные образовательные результаты; количество часов, рекомендуемых для изучения предмета; универсальные учебные действия, которые будут сформированы в процессе изучения предмета.

Целью изучения курса геометрии в 5-6 классе является формирование основных понятий и развитие обучающегося, его интеллектуальных и творческих способностей. В 7-9 классе целью становится использование полученных геометрических знаний для решения математических и практических задач, встречающихся в реальной жизни. Кроме основных

целей важно также подчёркивать влияние и связь геометрии с другими науками при решении задач практического характера.

Геометрические задачи играют огромную роль в изучении материала, они помогают не только усвоить его, но и развить основные математические умения. Решение задач всегда волновало умы учёных. В процессе открытия новых математических знаний задачи постоянно менялись и пополнялись их виды, а значит, нужно было совершенствовать и методы их решения.

В основном в геометрии можно выделить задачи на доказательство, требующие доказать какое-либо утверждение, используя различные аксиомы, теоремы, признаки, свойства и следствия геометрии; на вычисление, в которых необходимо найти числовую характеристику одного или нескольких элементов фигуры, по предложенному условию задачи; на построение, где необходимо построить некоторую фигуру, при помощи циркуля и линейки по заданным параметрам. Методы решения задач можно разделить в зависимости от их основной идеи. Выделяют: аналитические, геометрически и комбинированные методы.

Школьный курс геометрии всегда был и остаётся одной из проблемных точек методики преподавания математики. В разное время высказывались различные суждения по поводу изучения геометрии и ее места в системе школьного образования. А также о размещении и наполнении геометрическим материалом школьных учебников.

В федеральной образовательной программе основного общего образования по математике базового и углубленного уровней не предусмотрено содержанием изучение метода площадей, и прописан только один из методов дополнительного построения, удвоение медианы, при решении планиметрических задач. В предметных результатах не прописано использования ни метода площадей, ни метода дополнительных построений для решения задач. Способы решения задач не имеют стандартов, автор каждого учебника и учитель самостоятельно выбирают более подходящие на их взгляд способы.

Проанализировав учебники некоторых авторов, было выявлено, что дополнительные построения и метод ключевого треугольника используются для доказательства теорем и пояснения решения задач, но только в учебнике И. Ф. Шарыгина есть теоретический материал по данной теме. Так же при решении некоторых задач во всех учебниках требуются те или иные дополнительные построения, но теоретических данных или примеров не хватает для формирования умения решать задачи такими методами. Метод площадей присутствует в явном виде у И. Ф. Шарыгина, в виде следствий у Л. С. Атанасян. Но данный метод по учебнику не может войти в систему знаний обучающихся, если на нём намерено не концентрировать внимание.

**Во второй главе** были прописаны основные приёмы и методические рекомендации применимые для изучения геометрических методов. Школьный курс геометрии не предусматривает систематическое изучение методов: дополнительного построения, ключевого треугольника, площадей при решении задач. Большинство методов решения учащиеся должны брать на заметку самостоятельно при решении задач в процессе обучения. Учителя могут в процессе всего курса геометрии акцентировать внимание на новых методах решения задач или на дополнительных курсах при подготовке к экзаменам изучать, как один из методов решения задач второй части. Но данный подход не позволяет ребёнку вникнуть в суть решения задач ни одним из методов, так как они не имеют определённого алгоритма и в основном понимание зависит от количества решённых заданий.

Увидеть дополнительные построения могут далеко не все дети, а часто такие построения выполняются вслепую. Из-за чего решение задачи никак не продвигается, и учащиеся отказываются продолжать её решать.

В целом для большей эффективности стоит попробовать внедрять метод дополнительного построения, используя следующие принципы:

1. Уделять внимание даже самым простым построения, по типу проведения высоты или медианы, акцентировать на них внимание, говоря о дополнении чертежа, как о методе.

2. Встречая какие-либо дополнительные построения при доказательстве теорем и объяснения задач, называть определённый метод, благодаря которому была решена поставленная в них проблема.

3. После того, как простейшие задачи перестанут вызывать сложности, перейти к целенаправленному ознакомлению с основными методами дополнительных построений, включая их в процесс отработки полученных знаний по различным темам.

4. При достаточном количестве решённых задач, провести систематизацию методов дополнительного построения с кратким примером для каждого.

5. Необходимо постоянно повторять методы дополнительного построения, путём включения задач решаемые данными методами в ход урока, при возможности иногда выделять целый урок, а в 9 классе элективных курсах на решение таких задач.

Вышеуказанные принципы будут наиболее эффективны, если их начать придерживаться с самого начала геометрии и закреплять в последующих классах.

Метод ключевого треугольника очень схож с методом дополнительных построений, но его применение позволяет немного упростить выбор нужного метода при решении задач, хотя не во всех случаях он подходит.

Из-за особенностей данного метода, при его изучении стоит придерживаться следующих принципов:

1. Следует выделять и называть используемый метод, как при доказательстве теорем, так и при решении задач;

2. Задать установку, что во всех фигурах мы ищем треугольники или разбиваем, достраиваем фигуру, чтобы получить треугольник;

3. После ознакомления с методом, следует начать с простых задач, желательно которые не будут требовать дополнительных построений;

4. Когда метод будет понятен и отработан на простых задачах, следует перейти к задачам требующих изменения чертежа, но минимальное, например проведение высоты, биссектрисы или радиусов;

5. После того, как будет решено достаточное количество задач, если уровень класса позволяет, перейти к более сложным задачам, если нет, то разобрать несколько сложных задач, а после вернуться к решению более простых;

6. Необходимо регулярно включать данный метод в решение задач на уроках, а в 9 классе на элективных курсах можно выделять занятия, на которых все задачи будут решаться, только методом ключевого треугольника.

При таком построении метод ключевого треугольника войдёт в систему знаний ученика и достаточно отработается.

Метод площадей отличается процессом введения, так как площади в систематическом курсе начинают проходить только в 8 классе. Из-за этого, при ознакомлении с методом возникает сложность с распределением времени не только на изучение самого метода, но и на введение формул площадей в систему знаний обучающихся.

Для большей продуктивности метод площадей стоит попробовать внедрять, пользуясь данными принципами:

1. Изучить площади основных фигур в 5-6 классе и решать задачи на применение данных формул;

2. С 7 класса ввести в ход урока повторение уже известных формул площадей и использовать их при решении задач, делая это периодически;

3. После того, как формулы хорошо запомнятся и будут поняты учащимся, ввести простые задачи, основанные на получение площади целой фигуры, путём сложения площадей составных фигур;

4. После того, как будут изучены оставшиеся формулы площадей, необходимо ввести метод площадей в двух формах: площадь одной фигуры может быть записана разными формулами, площади фигур, имеющих



одинаковую (общую) высоту, относятся как основания, к которым она проведена;

5. Отработать метод при решении простых задач, после чего перейти к более сложным;

6. Необходимо постоянно применять метод площадей, путём включения задач решаемых данным методом в ход урока, при возможности иногда выделять целый урок, а в 9 классе на элективных курсах проводить решение таких задач.

Вышеуказанные принципы позволят ввести изучаемые формулы площадей в систему знаний, а также отработать применение изученных формул при решении задач. Такой подход позволит учащимся легче работать с формулами площадей и проще применять их при решении задач.

Каждый метод имеет свои особенности при решении задач. Задач, решаемых методом дополнительных построений, огромное множество. Для каждой фигуры присущи свои основные дополнительные построения. Например для треугольника это проведение параллельной прямой данной, удвоение медианы, достраивание одной фигуры до другой, продолжение отрезка до пересечения с заданной прямой, использование вспомогательной окружности. Для трапеции характерно проведение перпендикулярных и параллельных прямой данной, достраивание одной фигуры до другой, использование вспомогательной окружности. В параллелограмме чаще всего продолжают отрезок до пересечения с заданной прямой, проводят перпендикулярные и параллельные данной прямые, используют вспомогательную окружность. В окружности проводят радиус, диаметр, вспомогательные хорды, иногда проводят касательную к окружности.

Задачи, решаемые методом ключевого треугольника, часто относят к задачам на методы дополнительных построений. Но не во всех задачах необходимы дополнительные построения, многие требуют рассмотрения уже имеющихся треугольников. Данный метод применим ко всем фигурам и также имеет более характерные применения: в треугольниках и окружностях,

обычно стараются выделить прямоугольные треугольники или равнобедренные; в трапециях и параллелограммах рассматривают треугольники, получившиеся при проведении диагоналей.

Задачи, решаемые методом площадей, часто плохо решаются, так как формулы площадей сложно вспоминаются школьниками. Данный метод применим ко всем фигурам, но чаще всего применяется при решении задач на треугольники. Всего есть два основных принципа применения метода площадей: выражение площади одной и той же фигуры разными формулами и использование отношений площадей в зависимости от общей высоты, стороны или угла.

Решение задач всегда было трудным делом, особенно геометрических, только малая часть обучающихся может легко решать геометрические задачи. Возникают сложности, связанные не только со знанием материала и его применением, но и с возможностью правильно выполнить чертёж, что очень важно при решении планиметрических задач, а также увидеть необходимый метод решения задач, особенно если он требует именно геометрических знаний.

Для решения данной проблемы и облегчения понимания учащимися материала, можно воспользоваться различными средствами обучения, которые облегчат восприятие и запоминание рассматриваемых методов. Можно использовать как печатные, вспомогательные, так и электронные средства обучения. Это могут быть памятки и алгоритмы, которыми учащиеся будут пользоваться на этапе формирования умений, для закрепления правильного алгоритма действий. Электронные ресурсы, помогут изменять чертёж и при этом изобразить на нём несколько дополнительных построений, которые можно скрыть или удалить в дальнейшем, выделить фигуры цветом, что поможет акцентировать внимание на каком-либо объекте.

**Заключение:** в рамках проделанной работы была изучена и описана история возникновения геометрии, как школьного предмета и изменение

отношения к ней. Место и роль геометрии в современном образовании и документ, регламентирующий её изучение в настоящее время. Приведены основные достоинства решения геометрических задач, а также методы решения, включающиеся в себя три основные группы: аналитические, геометрические, комбинированные.

Были изучены и проанализированы учебники геометрии трёх авторов, в которых были выделены моменты, связанные с подачей теоретического материала по методам дополнительных построений, ключевого треугольника, площадей и предоставлена информация о наличии рассматриваемых методов в каждом из них.

Прописаны основные принципы и методы, на которые стоит обратить внимание при введении основных методов рассматриваемых в работе при решении задач в школьный курс, и то на какие моменты стоит обратить внимание.

Приведена подборка планиметрических задач для каждого из методов, включающая в себя более простые задачи, позволяющие ознакомиться с изучаемыми методами. Также были рассмотрены средства обучения позволяющие облегчить изучение и понимание, сэкономить время и рассмотреть большее количество применяемых на уроке методов.

Материалы данной работы могут быть полезны в школах, а также студентам вузов при изучении особенностей методической работы с планиметрическими задачами, использующие при решении методы дополнительных построений, ключевого треугольника, площадей.

14.05.2024 А.В. Коуриница А.М.