МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра физики открытых систем

Исследование обобщенной синхронизации систем с различными динамическими режимами

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

Студента 2 курса 2241 группы
направления 09.04.02 «Информационные системы и технологии»
код и наименование направления (специальности)

института физики
наименование факультета, института, колледжа

Агаширинова Абдуллаха Ильмановича
фамилия, имя, отчество

Научный руководитель
доцент кафедры физики
открытых систем, к.ф.-м.н. ____________ А.О. Сельский
должность, уч. степень, уч. звание — дата, подпись — инициалы, фамилия

Заведующий кафедрой
физики открытых систем
д.ф. – м.н., профессор ____________ А.А. Короновский
должность, уч. степень, уч. звание — дата, подпись — инициалы, фамилия

Саратов 2023 год

Введение

Явление хаотической синхронизации динамических систем имеет большую теоретическую и практическую роль в науке в связи с чем пользуется вниманием большого числа исследователей и представляет из себя одно из важнейших нелинейных явлений. Данное явление прослеживается во множестве различных системах, например в физиологических, биологических, химических, социальных, физических, радиофизических, а также в многих других системах. Большая актуальность исследования хаотической синхронизации обусловлена тем, что она может применяться при скрытой передаче информации с помощью хаотических сигналов, при исследовании динамики биологических и физиологических систем или при управлении системами сверхвысокочастотной электроники, а также в других не менее интересных сферах.

Существует немалое количество различных типов синхронного поведения хаотических осцилляторов: полная синхронизация, фазовая синхронизация, обобщенная синхронизация, синхронизация временных масштабов и синхронизация с запаздыванием [2]. Также известен такой универсальный вид хаотической синхронизации, включающий в себя ранее указанные виды хаотической синхронизации, которые могут трактоваться, как различные варианты одного и того же режима. Данный вид синхронизации называется синхронизацией временных масштабов. При этом режим обобщенной синхронизации выделяется среди других известных типов синхронного поведения.

О режиме обобщенной синхронизации для хаотических осцилляторов с однонаправленной связью говорят в том случае, если имеет место определенная функциональная зависимость $F[\bullet]$ между ведущей $x_d(t)$ и ведомой $x_r(t)$ системами такого рода, что сразу вслед за окончанием переходного процесса устанавливается соотношение $x_r(t) = F[x_d(t)]$. Вид данной зависимости $F[\bullet]$ может быть достаточно сложным, в том числе фрактальным, а процедура ее нахождения не совсем простой [1]. Необходимо подчеркнуть, что в роли осцилляторов могут быть две отличные друг от друга системы, в числе прочего и с различной размерностью фазового пространства.

Имеется ряд методов для исследования режима обобщенной синхронизации. Наиболее распространенные из которых это метод ближайших соседей, метод расчета условных ляпуновских экспонент и используемый в большинстве случаев метод вспомогательной системы. Метод вспомогательной системы сводится к тому, что в пару ведущей и ведомой систем добавляется вспомогательная система аналогичная ведомой такая, что ее стартовое состояние отличается от стартового состояния ведомой системы, в то же время находящимся в бассейне притяжения порождающее траектории, притягиваемые тем же хаотическим аттрактором. Условием наличия обобщенной синхронизации между ведущей и ведомой системами является установление в ведомой и вспомогательной системах в следствии завершения переходного процесса идентичной динамики.

Несмотря на то, что границы режима обобщенной синхронизации изучены достаточно хорошо для модельных систем. Тем не менее, по большей части, обычно рассматривается синхронизация между взаимодействующими идентичными системами, в то время как в реальной жизни чаще встречаются неидентичные системы. К тому же, нужно исходить из того, что состояния взаимодействующих реальных систем могут находиться в разных динамических режимах.

В рамках настоящей работы предлагается освоить написание программы для моделирования динамики систем с потоковым временем, с помощью метода Рунге-Кутта 4 порядка точности и исследовать методом вспомогательной системы, границы детектирования режима обобщенной синхронизации в неидентичных модельных системах, находящихся в разных динамических режимах на примере двух однонаправленно связанных пар систем Лоренц – Ресслер, Чуа – Ресслер и Лоренц - Чуа.

Основное содержание работы

Описание работы программы. В ходе работы была написана программа на основе языка программирования freepascal, в открытой среде разработки программного обеспечения lazarus для моделирования динамики систем с потоковым временем, с помощью метода Рунге-Кутты 4 порядка с целью исследования явление обобщенной синхронизации в неидентичных динамических системах методом вспомогательной системы. Все данные визуализируются в свободной программе для создания двух- и трёхмерных графиков gnuplot.

В первую очередь задаются две однонаправленно связанные системы: ведущая и ведомая. Для исследования явления обобщенной синхронизации используется метод вспомогательной системы, когда наряду с ведомой задается схожая ей также однонаправленно связанная вспомогательная система, с идентичными значениями параметров, но отличными начальными условиями.

Сначала программа при заданном начальном значении управляющего параметра ведущей системы и при заданном начальном значении параметра связи ε методом Рунге-Кутты 4 порядка точности просчитывает необходимый переходный процесс по времени порядка 90000 итераций с шагом равным $h_1 = 0.01$, чтобы выйти на аттракторы систем. После выхода на аттракторы программа проводит еще порядка 10000 итераций в процессе которых вычитает реализацию ведомой системы из реализации вспомогательной системы, и выдает показатель сигма Σ (сумма модулей разностей сигналов за определенный временной интервал). Данный показатель характеризует величину сходства между ведомой и вспомогательной системами. Когда показатель сигма Σ устремляется к нулю, при увеличении параметра связи ε, это значит, что ведущая система достаточно влияет на ведомую и вспомогательную системы, чтобы их поведение было одинаковым. В этом случае делается вывод о диагностировании режима обобщенной синхронизации между ведущей и ведомой системами.

Далее на основе полученных данных о наступлении обобщенной синхронизации в зависимости от значения конкретного управляющего параметра строится график границы обобщенной синхронизации зависимости различных значений параметра связи ε от различных значений управляющего параметра ведущей системы.

Система Лоренца – система Ресслера

$$\begin{aligned} \dot{x}_d &= \omega_d \sigma(y_d - x_d) \\ \dot{y}_d &= \omega_d x_d(r - y_d) - y_d \\ \dot{z}_d &= x_d y_d - b y_d \end{aligned} \qquad (1)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_r &= -\omega_r y_r - z_r + \varepsilon(x_d - x_r) \\ \dot{y}_r &= \omega_r x_r + a y_r \\ \dot{z}_r &= b + z_r(x_r - c) \end{aligned} \qquad (2)$$

Где $\dot{x}_d, \dot{y}_d, \dot{z}_d$ – это ведущая система Лоренца, а $\dot{x}_r, \dot{y}_r, \dot{z}_r$ – это ведомая система Ресслера.

Влияние состояния ведущей системы на состояние ведомой рассматривается при разных динамических режимах ведомой системы (периодический $b = 1$ и хаотический $b = 0.6$). Управляющие параметры a и c ведомой системы фиксированы: $a = 0.2$, $c = 5.7$, а параметр b выбирается в зависимости от необходимого динамического режима. Частота ведомой системы равна $\omega_r = 1$. Начальные условия ведомой системы: $x_r, y_r, z_r = 0.001$, вспомогательной системы: $x_a, y_a, z_a = 0.005$. Переходный процесс равен $t_{\text{переход.}} = 90000$. Время счета: $t_{\text{счета}} = 10000$. Шаг по времени: $h_t = 0.01$. Шаг по параметру связи: $h_\varepsilon = 0.01$.

Для ведущей системы управляющие параметры имеют значения: $\sigma = 10$, $b = 8/3$, параметр r отвечает за перестройку режима ведущей системы, который с небольшим шагом постепенно меняет от хаотического

($r = 28$) состояния к периодическому ($r = 90$). Частота ведущей системы равна $\omega_d = 0.95$. Начальные условия $x_d, y_d, z_d = 0.1$.

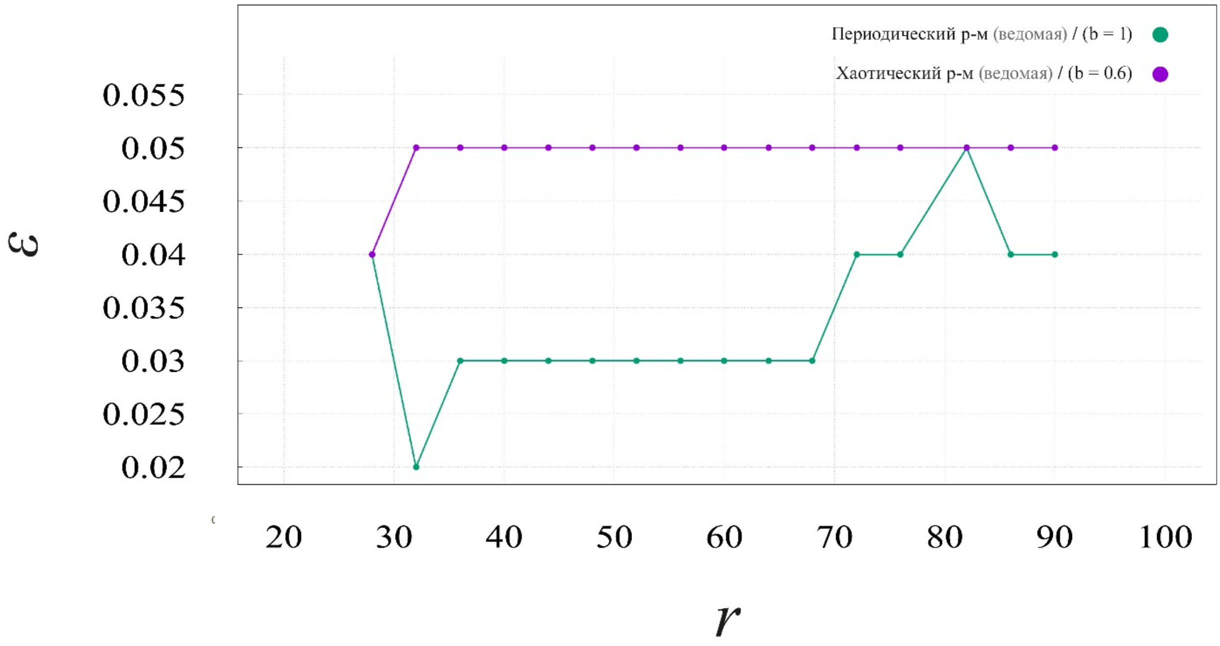

Рисунок 1 – Границы обобщенной синхронизации пары система Лоренца (ведущая) – система Ресслера (ведомая) при различных динамических режимах.

По полученным результатам на рисунке 1 видно, что при перестройке динамического режима ведущей системы, когда ведомая система в хаотическом режиме, граница обобщенной синхронизации изменяет в самом начале значение параметра связи ε в большую сторону, а дальше стабилизируется и не изменяется.

Для ведомой системы, демонстрирующей периодическую динамику при сдвиге значения управляющего параметра ведущей системы, граница обобщенной синхронизации напротив становится довольно чувствительной. Также можно заметить, что для периодического режима, что для хаотического режима ведомой системы, при хаотическом режиме ведущей системы, обобщенная синхронизация наступает при одном и том же значении параметра связи $\varepsilon = 0.04$.

При этом для ведомой системы периодического режима среднее значение параметра связи необходимого для синхронизации систем меньше, чем для хаотического режима.

Система Чуа – системаРесслера

$$\dot{x}_d = \omega_d \alpha\big(y_d - x_d - h(x_d)\big) \qquad \dot{x}_r = -\omega_r y_r - z_r + \varepsilon(x_d - x_r)$$

$$\dot{y}_d = \omega_d x_d - y_d + z_d \quad (3) \qquad \dot{y}_r = \omega_r x_r + a y_r \quad (4)$$

$$\dot{z}_d = -\beta y_d \qquad \dot{z}_r = b + z_r(x_r - c)$$

Где $h = m_1 x + {}^1/_2\,(m_0 - m_1(|x+1| - |x-1|)$, а $\dot{x}_d, \dot{y}_d, \dot{z}_d$ – это ведущая система Чуа, а $\dot{x}_r, \dot{y}_r, \dot{z}_r$ – это ведомая система Ресслера.

Для систем Чуа – Ресслер ведомая система не подверглась изменениям, а ведущая система заменена на систему Чуа, управляющие параметры которой имеют вид: $m_0 = 8/7$, $m_1 = 5/7$, $\beta = 14$, параметр α, который отвечает за перестройку динамического режима системы с небольшим шагом постепенно изменяется от периодического состояния ($\alpha = 7.6$) к хаотическому ($\alpha = 8.8$). Частота равна $\omega_r = 1$. Начальные условия ведомой системы: $x_r, y_r, z_r = 0.001$, вспомогательной системы: $x_a, y_a, z_a = 0.005$. Переходный процесс равен $t_{\text{переход.}} = 90000$. Время счета: $t_{\text{счета}} = 10000$. Шаг по времени: $h_t = 0.01$. Шаг по параметру связи: $h_\varepsilon = 0.01$.

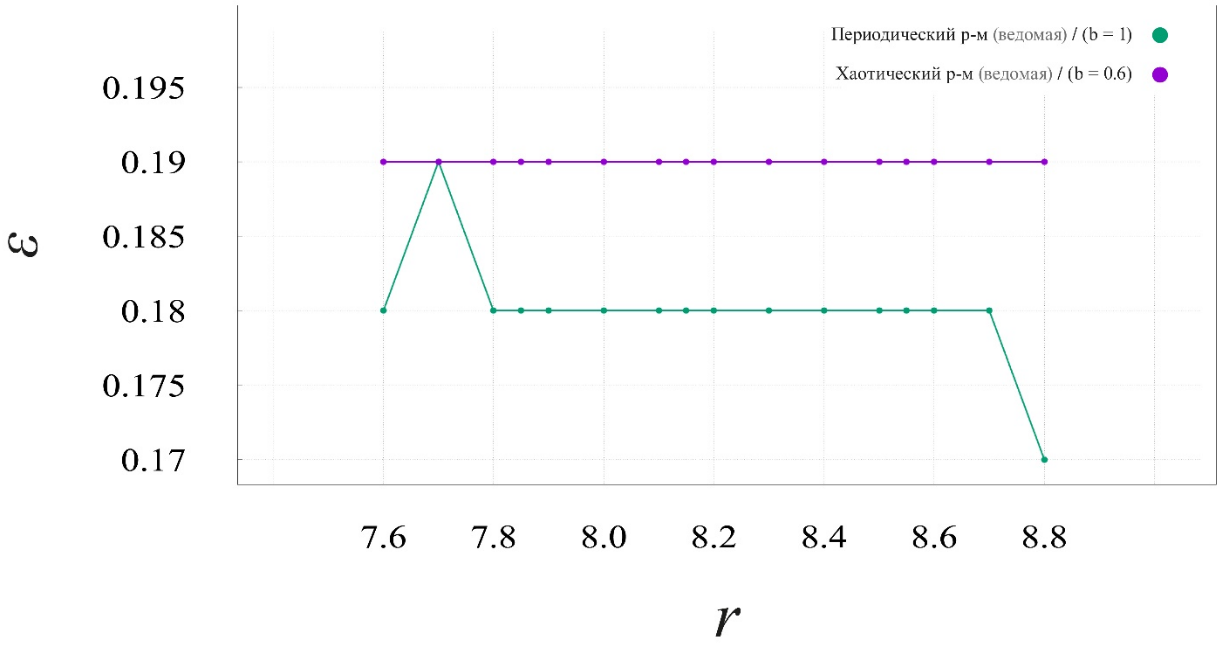

Рисунок 2 – Границы обобщенной синхронизации пары система Чуа (ведущая) – система Ресслера (ведомая) при различных динамических режимах.

На рисунке 2 видна некоторая схожесть представленных результатов с полученными ранее для систем Лоренц – Ресслер. При перестройке динамического режима ведущей системы для ведомой системы в хаотическом режиме граница не изменяется. Для ведомой системы в периодическом режиме граница чувствительна к изменению управляющего параметра ведущей системы и меняет свое значение то в большую, то в меньшую сторону. При этом для периодического режима ведущей системы в случае, когда ведомая система также демонстрирует периодическую динамику, значение параметра связи необходимого для синхронизации систем больше, чем для хаотического режима ведущей системы.

Среднее значение параметра связи необходимого для синхронизации систем для ведомой периодического режима меньше, чем для ведомой хаотического режима.

Система Лоренца – система Чуа

$$\dot{x}_d = \omega_d \sigma(y_d - x_d) \qquad \dot{x}_r = \omega_r \alpha\big(y_r - x_r - h(x_r)\big) + \varepsilon(x_d - x_r)$$

$$\dot{y}_d = \omega_d x_d (r - y_d) - y_d \quad (5) \qquad \dot{y}_r = \omega_r x_r - y_r + z_r \quad (6)$$

$$\dot{z}_d = x_d y_d - b y_d \qquad \dot{z}_r = -\beta y_r$$

Где $h = m_1 x + {}^1/_2\,(m_0 - m_1(|x+1| - |x-1|)$, а $\dot{x}_d, \dot{y}_d, \dot{z}_d$ – это ведущая система Лоренца, а $\dot{x}_r, \dot{y}_r, \dot{z}_r$ – это ведомая система Чуа.

В данном случае исследуется обобщенная синхронизация влияния ведущей системы Лоренца на ведомую систему Чуа. Значения управляющих параметров ведомой системы идентичны значениям управляющих параметров ведущей системы из предыдущего примера (см. п. 5.2.2), за исключением того, что теперь управляющий параметр α отвечающий за смену динамического режима системы фиксируется на конкретном значении равном либо 7.6 (периодический режим), либо 8.8 (хаос). Управляющие параметры ведущей системы идентичны значениям управляющих параметров ведущей системы для пары систем Лоренц – Чуа (п. 5.2.1): $\sigma = 10$, $b = 8/3$, параметр r отвечающий за перестройку режима системы постепенно изменяется с небольшим шагом от хаотического ($r = 28$) состояния к периодическому ($r = 90$). Частота равна $\omega_d = 0.95$. Начальные условия: $x_d, y_d, z_d = 0.1$. Переходный процесс равен $t_{\text{переход.}} = 90000$. Время счета: $t_{\text{счета}} = 10000$. Шаг по времени: $h_t = 0.01$. Шаг по параметру связи: $h_\varepsilon = 0.01$.

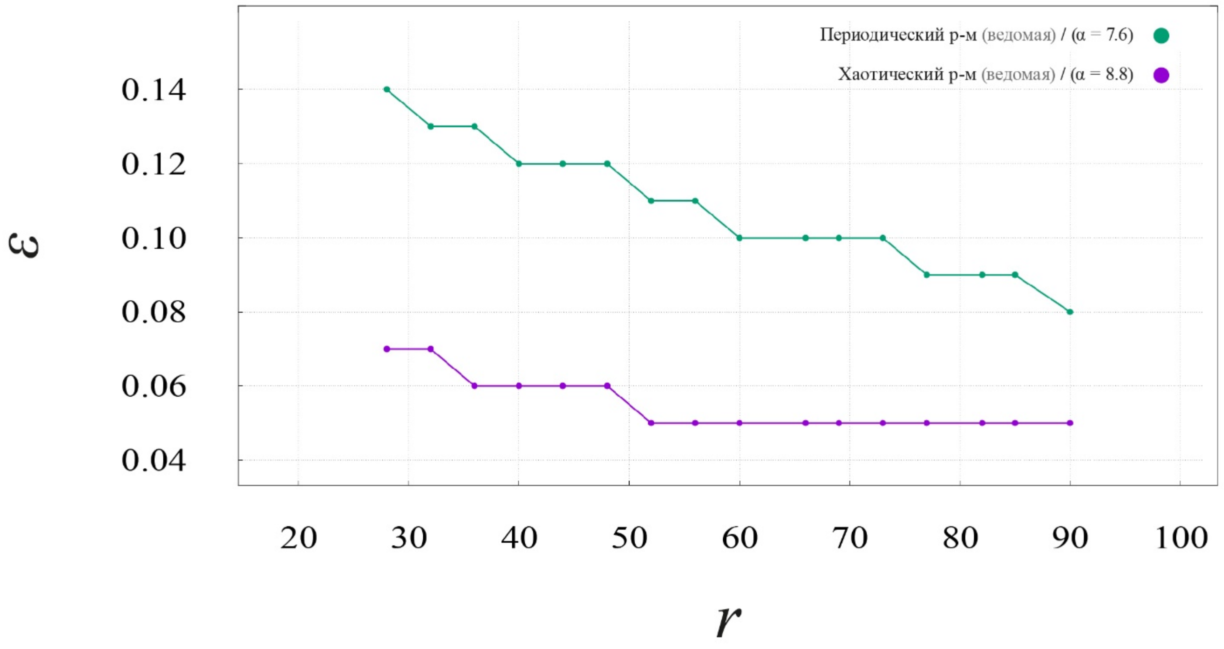

Рисунок 3 – Границы обобщенной синхронизации пары система Лоренца (ведущая) – система Чуа (ведомая) при различных динамических режимах.

При перестройке динамического режима ведущей системы от хаотического к периодическому, необходимое значение параметра связи для синхронизации систем постепенно уменьшается вне зависимости от режима ведомой системы. Но среднее значение параметра связи необходимого для синхронизации систем для ведомой системы в хаотическом режиме меньше, чем, когда она находится в периодическом, что существенно расходится с предыдущими результатами.

Заключение

В рамках настоящей работы была написана программа для моделирования динамики систем с потоковым временем, с помощью метода Рунге-Кутта 4 порядка точности и исследованы методом вспомогательной системы, границы детектирования режима обобщенной синхронизации в неидентичных модельных системах, находящихся в разных динамических режимах на примере двух однонаправленно связанных пар систем Лоренц –Ресслер, Чуа –Ресслер и Лоренц - Чуа.

В работе показаны отличия в установлении обобщенной синхронизации в различных динамических системах в разных динамических режимах. В ходе работы было рассмотрено три пары систем: система Чуа – системаРесслера, система Лоренца – система Ресслера, система Лоренца – система Чуа. Ведомая система рассматривалась в режимах периодической динамики и хаотической. Динамика ведущей системы изменялась от периодической к хаотической постепенно.

Для случаев система Чуа – система Ресслера и система Лоренца – система Ресслера для установления синхронизации в случае, когда ведомая система находится в хаотическом режиме требуется большее значение параметра связи, по сравнению со случаем, когда ведомая система находится в периодическом режиме. Для пары система Лоренца – система Чуа ситуация, однако, обратная. Это наводит на предположение, что данная тенденция зависит от выбранной ведомой системы.

Для пары система Лоренца – система Ресслера границы обобщенной синхронизации слабо зависят от изменения управляющего параметра и смены режима ведущей системы. А вот в парах система Чуа – система Ресслера и система Лоренца – система Чуа с ростом управляющего параметра ведущей системы границы синхронизации изменяются. Стоит отметить, что в обоих случаях граница для случая периодического режима в ведомой системе изменяется заметнее и приближается к значению параметра связи, характерного для случая, когда ведомая система находится в хаотическом режиме.

Последующие исследования в данной теме представляют интерес в нескольких направлениях. Механизм установления обобщённой синхронизации было бы полезно рассмотреть с точки зрения условных ляпуновских показателей. Помимо этого, необходимо рассмотреть большее число различных систем, чтобы определить условия установления режима обобщенной синхронизации в различных системах, находящихся в разных динамических режимах.