

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра физики открытых систем

**Электронный транспорт в полупроводниковых сверхрешетках**

**АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ**

Студента 4 курса 4041 группы  
направления 09.03.02 «Информационные системы и технологии»  
Института Физики  
Бедрицкого Александра Дмитриевича

Научный руководитель  
доцент кафедры физики  
открытых систем, к.ф. –м.н.

\_\_\_\_\_

дата, подпись

А.О. Сельский

Заведующий кафедрой  
физики открытых систем  
д.ф. –м.н., профессор

\_\_\_\_\_

дата, подпись

А.А. Короновский

Саратов 2023 год

## **Введение**

В данной работе проводится исследование полупроводниковых сверхрешеток, их принцип действия, основные положения и возможности использования. Для достижения этой цели, в работе будет проведено численное моделирование свойств полупроводниковой сверхрешетки. Цель данной работы заключается в моделировании процессов в полупроводниковых сверхрешетках под действием продольного электрического поля

Для достижения цели были поставлены следующие задачи:

- Изучение основных физических принципов работы полупроводниковых сверхрешеток.
- Моделирование свойств сверхрешеток с использованием численных методов для анализа их электрических и оптических характеристик в зависимости от структуры и параметров.
- Численный расчет тока, протекающий через наноструктуру.
- Анализ полученных результатов и их интерпретация с учетом существующих исследований в этой области.
- Оценка потенциала полупроводниковых сверхрешеток для применения в различных устройствах

## **Основное содержание работы**

### **Дрейфовая скорость**

В полуклассическом приближении дрейфовая скорость электрона в сверхрешетке,  $u_d$ , стартовавшего из состояния покоя и находящегося под воздействием

электрического  $F = (-F, 0, 0)$  и магнитного поля  $B = (B \cos \theta, 0, B \sin \theta)$  может определяться соотношением

$$u_d = \frac{1}{\tau} \int_0^{\infty} v_x(t) e^{-\frac{t}{\tau}} dt, \quad (1)$$

где  $\tau$  – время рассеяния электронов;  $v_x(t)$  – x-компонента скорости рассматриваемого электрона, определяемая из уравнений движения электрона в сверхрешетке [5]

$$\ddot{p}_z + \hat{\omega}_c^2 p_z = C \sin(Kp_z - \omega_B t - \varphi), \quad (2)$$

где

$$C = -\frac{\Delta m^* \hat{\omega}_c^2 \tan \theta}{2h}, \quad (3)$$

$$K = \frac{d \tan \theta}{h}, \quad (4)$$

$$\varphi = \frac{d}{h} (p_z(0) \tan \theta + p_x(0)). \quad (5)$$

В соотношениях (2)–(5)  $p = (p_x, p_y, p_z)$  – импульс электрона;  $\Delta$  – ширина минизоны в сверхрешетке;  $d$  – период сверхрешетки;  $m^* = 0.067m_e$  – эффективная масса электрона в полупроводниковом материале (здесь GaAs);  $m_e$  – масса свободного электрона;  $\omega_B = eF d/h$  – круговая частота блоховских колебаний электрона;  $\hat{\omega}_c = \omega_c \cos \theta$  – круговая частота циклотронных колебаний электрона вдоль оси дрейфа  $O_x$ ;  $\omega_c = eV/m^*$ . [5] Решение уравнения (2), которое в общем виде может быть осуществлено только численно, однозначно определяет все другие компоненты импульса

$$p_x = eFt - p_z \tan \theta, \quad p_y = \frac{p_z}{\bar{\omega}_c}, \quad (6)$$

и скорости электрона

$$\dot{x} = \frac{d\Delta}{2h} \sin(Kp_z - \omega_B t - \varphi), \quad \dot{y} = \frac{p_z}{\bar{\omega}_c m^*}, \quad \dot{z} = \frac{p_z}{m^*}, \quad (7)$$

что, в свою очередь, позволяет определить дрейфовую скорость электрона (1). В силу того, что  $v_x(t)$  определяется решением (2) и зависит от начального импульса  $p_0 = (p_{x0}, p_{y0}, p_{z0})$ , дрейфовая скорость  $u_d$  также будет зависеть от величины импульса электрона в начальный момент времени [5]

$$u_d = u_d(p_0), (8)$$

Заметим, что в отсутствие магнитного поля  $B = 0$ ,  $u_d$  может быть вычислена аналитически (1), и для нулевых начальных условий  $p_{0x} = 0$ ,  $p_{0y} = 0$ ,  $p_{0z} = 0$  она имеет вид

$$u_d = \frac{d\Delta}{2h} \frac{\tau\omega_B}{(1+\tau^2\omega_B^2)}. (9)$$

Из анализа формулы (9) следует, что без магнитного поля дрейфовая скорость электрона  $u_d$  имеет единственный максимум при  $\omega_B\tau = 1$ . [5]. В дальнейшем формула (9) будет использоваться для численного моделирования

### Численное моделирование

Для численного моделирования динамики полупроводниковой сверхрешётки рассмотрим дискретное представление такой системы. Разобьем сверхрешётку на достаточно большое число  $N$  узких слоев с шириной  $\Delta x$ . В пределах каждого  $m$ -го слоя концентрация электронов  $n_m$  полагается постоянной. Обозначим концентрацию электронов в слое  $m$  как  $n_m$ . [6] Эволюция плотности заряда в слое  $m$  описывается уравнением непрерывности:

$$e\Delta x \frac{dn_m}{dt} = J_{m-1} - J_m, m = 1 \dots N, (10)$$

где  $e > 0$  – заряд электрона;  $F_m$  и  $F_{m+1}$  – значения напряженности электрического поля на левой и правой границе  $m$ -го слоя, соответственно;  $J_{m-1}$  и  $J_m$  – плотности тока, протекающего через левую и правую границу слоя. [6] В рамках дрейфового приближения, пренебрегая диффузией, плотность тока  $J_{m-1}$  определяется как

$$J_m = en_m v_d(\overline{F_m}), (11)$$

где  $v_d$  описывает дрейфовую скорость электрона в слое  $m$ , вычисленную для среднего значения напряженности электрического поля  $\overline{F_m}$  в слое  $m$ . [6] Для каждого слоя  $m$  справедливо дискретное представление уравнение Пуассона

$$F_{m+1} = \frac{e\Delta x}{\epsilon_0\epsilon_r} (n_m - n_D) + F_m, m = 1 \dots N, (12)$$

в котором  $n_D$  описывает равновесную концентрацию электронов, определяемую уровнем легирования, а  $\epsilon_0$  и  $\epsilon_r$  обозначают электрическую постоянную и относительную диэлектрическую проницаемость материала, соответственно.[6] Если предположить омические контакты на эмиттере и коллекторе сверхрешётки, то плотность тока через эмиттер  $J_0$  будет определяться проводимостью контакта  $\sigma J_0 = \sigma F_0$ , а напряженность электрического поля  $F_0$  может быть найдена из уравнения Кирхгофа:

$$V = U + \frac{\Delta x}{2} \sum_{m=1}^N (F_m + F_{m+1}), \quad (13)$$

где  $V$  – напряжение, приложенное к сверхрешётке;  $U$  описывает падение напряжения на контактах, с учетом формирования слоев повышенной концентрации заряда вблизи эмиттера и пониженной концентрации зарядов вблизи коллектора сверхрешётки:

$$U = F_0(\Delta x_l - \Delta x_s) + F_0(\Delta x_l - \Delta x_q) + F_1 \Delta x_s + F_{N+1} \Delta x_q + F_{N+1} \Delta x_q - \frac{en_0(\Delta x_q)^2}{2\epsilon_0\epsilon_r} + \sigma F_0 A R_c. \quad (14)$$

В соотношении (14)  $\Delta x_l$  определяет длину контактов,  $\Delta x_s$  и  $\Delta x_q$  задают протяженность области повышенной и пониженной концентрации электронов вблизи контактов,  $n_0$  – концентрация электронов в контактном слое,  $A$  – площадь контакта, а  $R_c$  – контактное сопротивление, учитывающее сопротивление измерительной линии. [6] Зная плотность тока в каждом слое, можно вычислить силу тока, протекающего через сверхрешётку:

$$I(t) = \frac{A}{N+1} \sum_{m=0}^N J_m, \quad (15)$$

соответствующий тому, который можно измерить в реальном эксперименте. В безразмерном виде уравнения, описывающие поведение полупроводниковой сверхрешётки в продольном электрическом и наклонном магнитных полях, могут быть записаны в следующем виде.[6] Уравнение непрерывности примет вид:

$$\Delta X \frac{d\tilde{n}_m}{d\tilde{t}} = \tilde{J}_{m-1} - \tilde{J}_m, \quad m = 1 \dots N, \quad (16)$$

где  $\Delta X = \Delta x/d$  – безразмерная ширина слоя;  $\tilde{n}_m = n_m/n_D$  – безразмерная концентрация электронов в слое  $m$ ;  $\tilde{J}_m$  – безразмерная плотность тока в  $m$ -м слое;  $\tilde{t} = \omega_{B0} t$  – безразмерное время;  $\omega_{B0} = \frac{edF^0}{h}$  – значение блоховской частоты, используемое для нормировки;  $F^0 = 3,145 \cdot 10^6$  В/м – нормирующее значение электрического поля.

[2] Безразмерная плотность электрического тока

$$\tilde{J} = \frac{J}{en_d \omega_{B0} d}, \quad (17)$$

связана с безразмерной концентрацией электронов и безразмерной дрейфовой скоростью как

$$\tilde{J} = \tilde{n} \tilde{v}_d, \quad (18)$$

Дискретное представление уравнения Пуассона в безразмерном виде записывается как

$$f_{m+1} = R(\tilde{n}_m - 1)\Delta X + f_m, \quad m = 1 \dots N, \quad (19)$$

где  $R = \frac{edn_D}{F^0 \epsilon_0 \epsilon_r}$  – безразмерный параметр, характеризующий сверхрешётку (для выбранных значений параметров полупроводниковой сверхрешётки, использованных при проведении исследований,  $R=0,11460$ );  $f = \frac{F}{F^0}$  – безразмерная напряженность электрического поля  $F$ . [6] Аналогично, соотношение (13), описывающее распределение напряжений на полупроводниковой наноструктуре и контактах, в безразмерных величинах будет записываться в виде:

$$\tilde{V} = \tilde{U} + \frac{\Delta x}{2} \sum_{m=1}^N (F_m + F_{m+1}), \quad (20)$$

где  $\tilde{V} = \frac{V}{F^0 d}$  – безразмерное напряжение, приложенное к сверхрешётке;  $\tilde{U} = \frac{U}{F^0 d}$  – безразмерное падение напряжения на контактах, с учетом формирования слоев повышенной концентрации заряда вблизи эмиттера и пониженной концентрации зарядов вблизи коллектора сверхрешётки. В свою очередь, безразмерное падение напряжения на контактах с учетом формирования слоев повышенной концентрации

заряда вблизи эмиттера и пониженной концентрации зарядов вблизи коллектора сверхрешётки примет вид:

$$\tilde{U} = f_0(\Delta\tilde{x}_l - \Delta\tilde{x}_s) + f_0(\Delta\tilde{x}_l - \Delta\tilde{x}_q) + f_1\Delta\tilde{x}_s + f_{N+1}\Delta\tilde{x}_q + f_{N+1}\Delta\tilde{x}_q - \frac{\kappa(\Delta\tilde{x}_q)^2}{2} + \sigma S_R F_0, \quad (21)$$

$$\text{Где } \tilde{U} = \frac{U}{F_0 d}; \Delta\tilde{x}_l = \frac{\Delta x_l}{d}; \Delta\tilde{x}_q = \frac{\Delta x_q}{d}; \Delta\tilde{x}_s = \frac{\Delta x_s}{d}; S_R = \frac{\sigma R A}{d}; \kappa = \frac{e d n_0}{\epsilon_0 \epsilon_r F_0}.$$

$$\frac{n_2(i) - n_1(i)}{h} = -\beta \frac{J(i) - J(i-1)}{\Delta x}$$

$$\frac{F(i) - F(i-1)}{\Delta x} = v(n(i) - 1)$$

$$J(i) = n(i) \frac{F(i)}{1 + F(i)^2}$$

$$J(0) = sF(0)$$

$$n_0(i) = 1$$

$$F(0) = \frac{U}{N\Delta x}$$

**Построение графиков зависимости силы тока от времени при различных значениях напряжения без контактов**

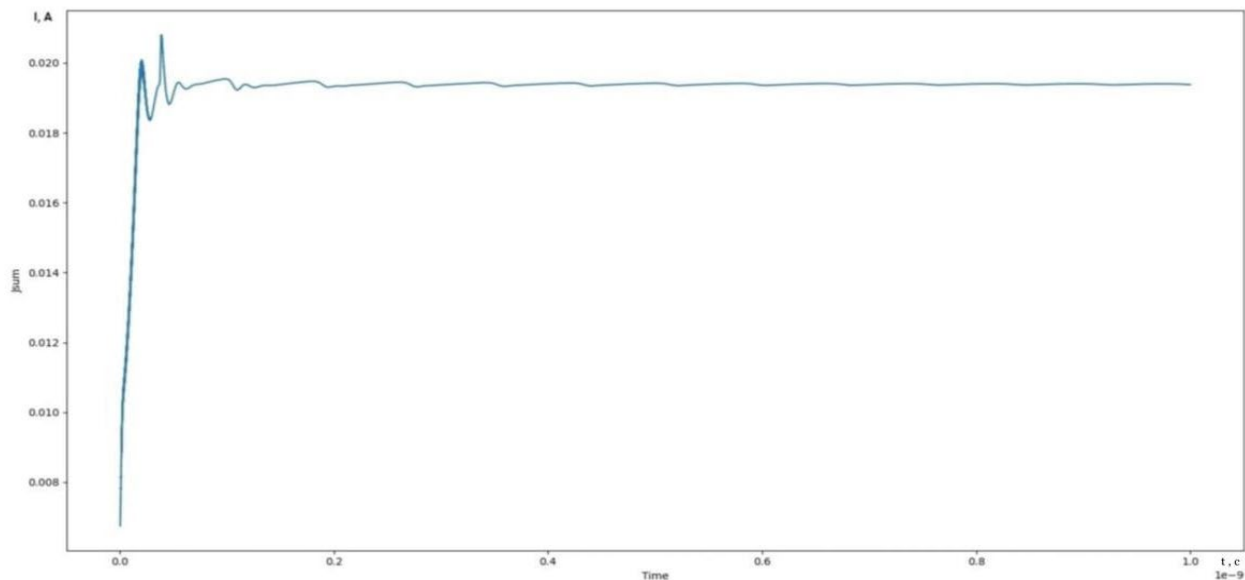


Рисунок 1. Зависимость тока от времени при значении напряжения  $U=0.4$  В

При напряжении  $U=0.4$ , можно наблюдать несколько осцилляций, которые быстро затухают. Ток быстро выходит на насыщение. В целом, эта ситуация схожа с динамикой в вакуумной трубке, если не принимать во внимание нелинейность возникающих в начале колебаний. Отличием будет лишь вольт-амперная характеристика.

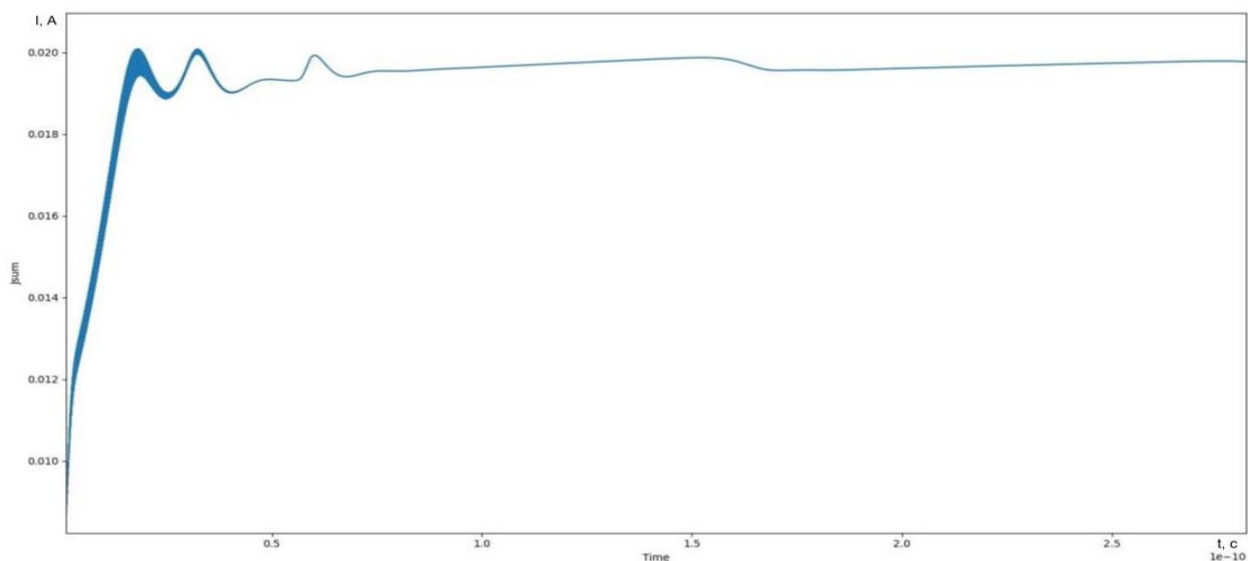


Рисунок 2. Зависимость тока от времени при значении напряжения  $U=0.6$  В



При напряжении  $U=0.6\text{В}$ , так же можно наблюдать неустойчивые колебания, но амплитуда колебаний уменьшается. При этом значение тока насыщения немного больше, чем для случая  $U=0.4\text{ В}$ . Что показывает нелинейность амплитудно-частотной характеристики.

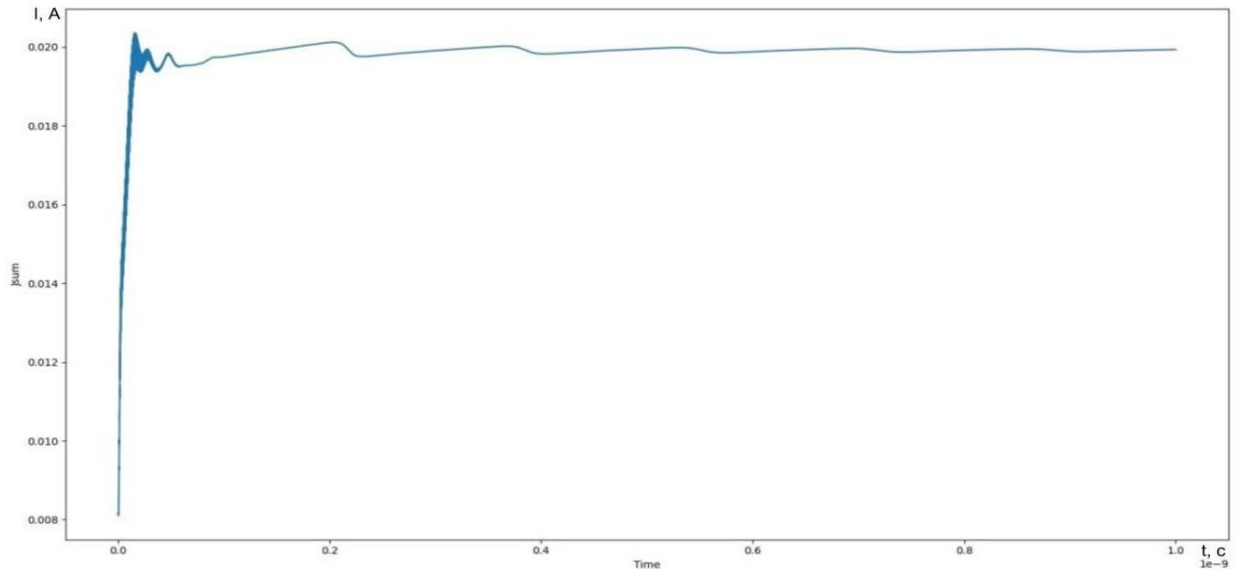


Рисунок 3. Зависимость тока от времени при значении напряжения  $U=0.8\text{ В}$

При значении напряжения  $U=0.8\text{ В}$ , мы так же наблюдаем неустойчивые колебания, но амплитуда колебаний на данной графике значительно уменьшается. При этом значение тока насыщения вновь увеличилось. Увеличение напряжения при этом несоизмеримо с увеличением тока, что окончательно подтверждает нелинейный характер вольт-амперной характеристики для полупроводниковых сверхрешеток, даже в отсутствии контактов.

**Построение графиков зависимости силы тока от времени при различных значениях напряжения с добавлением контактов**

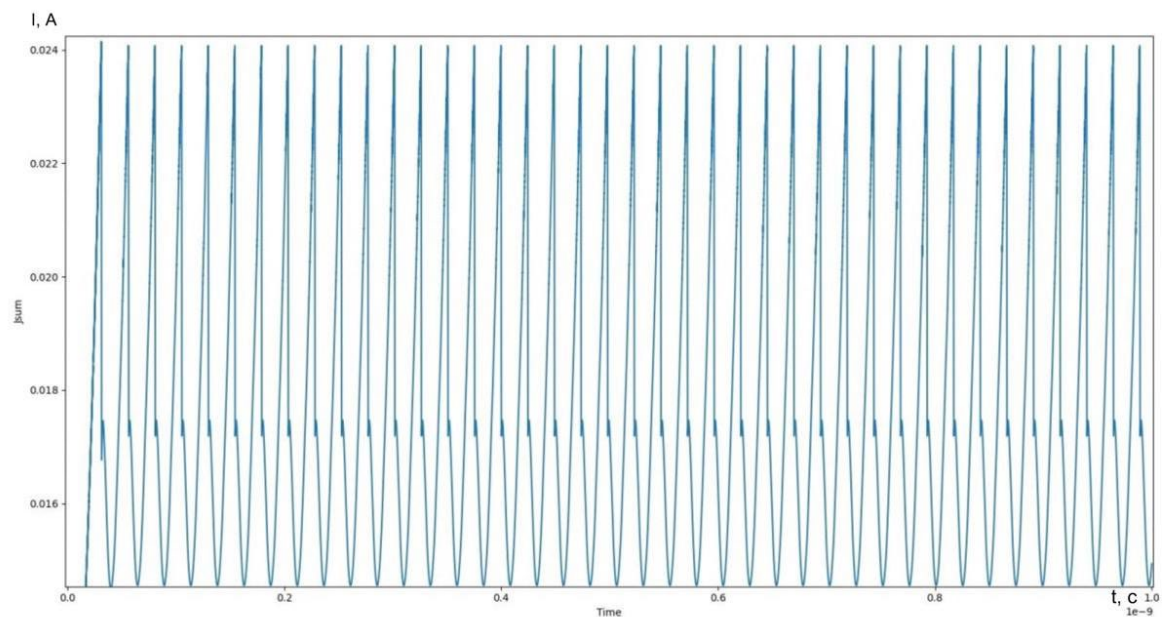


Рисунок 4. Зависимость тока от времени с добавлением контактов при значении напряжения  $U=0.4$  В

При напряжении  $U=0.4$ , мы получили высокочастотные колебания (порядка 40 ГГц). Форма колебаний далека от гармонической, имеется второй пик, говорящий о большом количестве спектральных составляющих. Ток совершает колебания вблизи значения тока насыщения в отсутствии контакта.

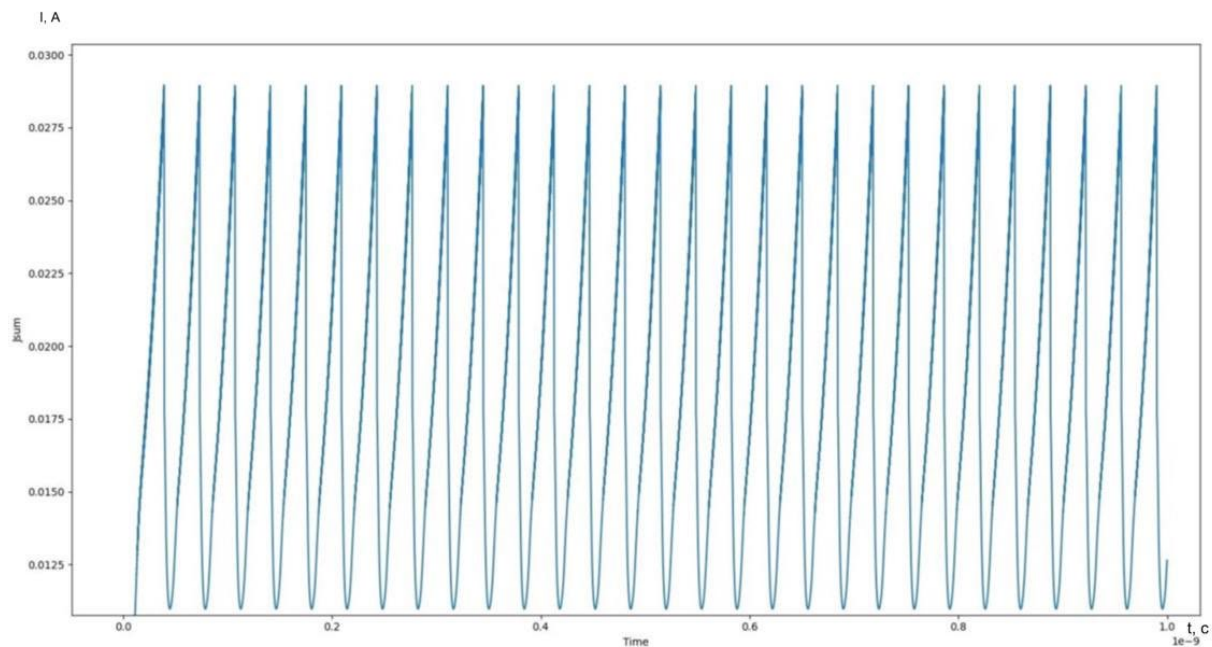


Рисунок 5. Зависимость тока от времени с добавлением контактов при значении напряжения  $U=0.6$  В

При напряжении  $U=0.6$ В, мы видим, как растет максимальное и среднее значение для тока, и уменьшается частота колебаний по сравнению с значением для  $U=0,4$ В. Второй пик пропал, но форма колебаний также стала сложнее, напоминая скорее релаксационные колебания. При уменьшении частоты наблюдается явное увеличение амплитуды колебаний.

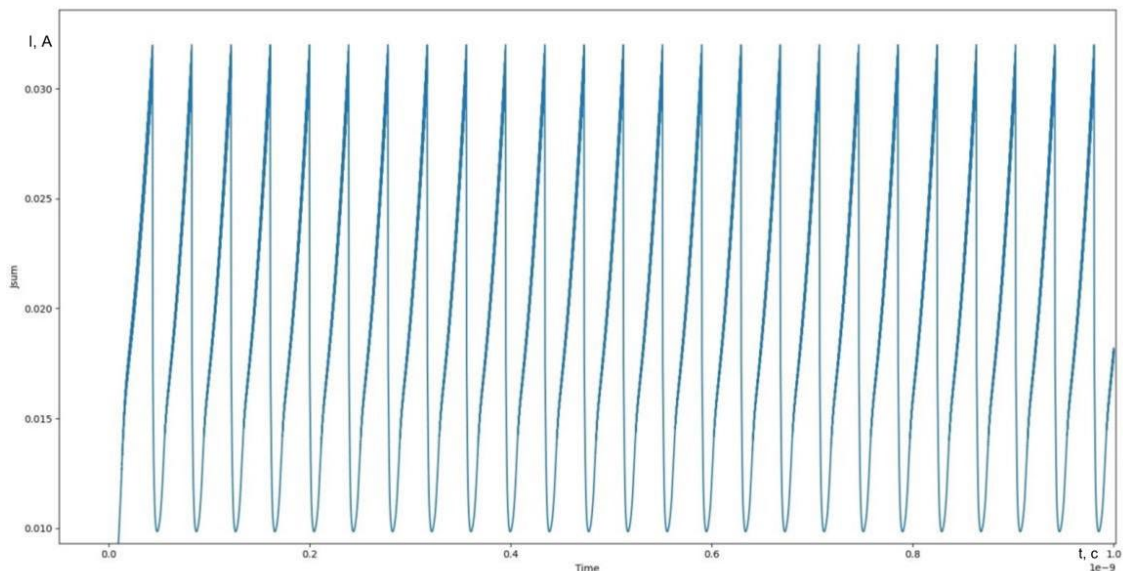


Рисунок 8. Зависимость тока от времени с добавлением контактов при значении напряжения  $U=0.8$  В

При напряжении  $0,8$  В, мы наблюдаем рост максимального и амплитуды для колебаний тока, и уменьшение частоты (порядка  $25$  ГГц), по сравнению с значениями для  $U=0,4$  В,  $0,6$  В. Колебания продолжают находиться вблизи тока насыщения для случая без контактов.

### Заключение

В результате исследования были получены графики зависимости силы тока от времени при различных значениях напряжения без добавления контактов, и с добавлением контактов.

Анализ полученных результатов показал, что при увеличении значения напряжения без добавления контактов, видим значительное уменьшение

амплитуды, и увеличение значения тока насыщения. При подключении контактов мы видим высокочастотные колебания, которые находятся вблизи тока насыщения. Даже в отсутствии контактов мы видим нелинейный характер вольт-амперной характеристики для полупроводниковых сверхрешеток, и при увеличении значений для напряжения, видим увеличенные значения для тока насыщения.

Таким образом, полупроводниковые сверхрешетки могут применяться в различных устройствах для создания генераторных, усилительных и преобразовательных устройств.

## Список литературы

- [1] **Херман М.А.** Полупроводниковые сверхрешетки // 2013г.
- [2] **Мицкевич А. С., Лешкевич А. Ю.** Из истории развития наноэлектроники. – 2022.
- [3] **Кульбачинский В.А.** Двумерные, одномерные, нульмерные структуры и сверхрешетки // 2014
- [4] **Алферов Ж. И.** История и будущее полупроводниковых гетероструктур //Лекции лауреатов Демидовской премии (1993-2004).—Екатеринбург, 2006. – 2006.
- [5] **А.Г. Баланов.** Влияние температуры на дрейфовую скорость электронов в полупроводниковой сверхрешётке в продольном электрическом и наклонном магнитном полях // А.А. Короновский, А.О. Сельский, А.Е. Храмов, 2010.
- [6] **А.Г. Баланов.** Безразмерные нелинейные уравнения для описания динамики полупроводниковой сверхрешётки в полуклассическом приближении // А.А. Короновский, В.А. Максименко, О.И. Москаленко, А.О. Сельский, А.Е. Храмов, 2012.
- [7] **А.Г. Баланов.** Влияние температуры на нелинейную динамику заряда в полупроводниковой сверхрешётке в присутствии магнитного поля // М.Т. Гринавэй, А.А. Короновский, О.И. Москаленко, А.О. Сельский, Т.М. Фромхолд, А.Е. Храмов, 2012.
- [8] **Басс Ф.Г.** К теории гальваномагнитных и высокочастотных явлений в полупроводниках со сверхрешеткой // Зорченко В.В., Шашора В.И., 1981, с. 459.
- [9] **Басс Ф.Г.** Штрак-циклотронный резонанс в полупроводниках со сверхрешеткой// Зорченко В.В., Шашора В.И., 1980, с. 345.

- [10] **Игнатов А.А.** Блоховские осцилляции электронов и неустойчивость волн пространственного заряда в полупроводниковых сверхрешетках // Шашкин В.И., 1987, с. 935.
- [11] **Шик А.Я.** Сверхрешетки – периодические полупроводниковые структуры // 1974, с. 1841.
- [12] **Силин А.П.** Полупроводниковые сверхрешетки. Успехи физических наук // 2011г.
- [13] **Херман М.А.** Полупроводниковые сверхрешетки // 2013г.
- [14] **Федосюк В.М.** Многослойные магнитные структуры // Шелег М.У., Касютич О.И., 1990, с. 88 – 97.
- [15] **Силин А. П.** Полупроводниковые сверхрешетки //Успехи физических наук. – 1985. – Т. 147. – №. 11. – С. 485-521.
- [16] **L. Esaki and R. Tsu,** IBM J. Res. Develop. 14, 61
- [17] **(1970).Юзюк Ю. И.** Спектры комбинационного рассеяния керамик, пленок и сверхрешеток сегнетоэлектрических перовскитов (Обзор) //Физика твердого тела. – 2012. – Т. 54. – №. 5. – С. 963-993.
- [18] **R. Tsu,** Superlattices and Nanoelectronics, Elsevier, Amsterdam (2005).