

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра системного анализа и автоматического управления

**МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ МАРШРУТНЫХ МАТРИЦ
СЕТЕЙ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ**

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студента 2 курса 271 группы
направления 09.04.01 — Информатика и вычислительная техника
факультета КНиИТ
Заварзина Алексея Сергеевича

Научный руководитель
доцент, к. ф.-м. н.

Е. П. Станкевич

Заведующий кафедрой
к. ф.-м. н., доцент

И. Е. Тананко

Саратов 2023

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Сети массового обслуживания (СМО) [1-3] широко применяются в качестве математических моделей дискретных стохастических систем с сетевой структурой. Разработка новых эффективных методов оптимизации сетей массового обслуживания является актуальной задачей в сфере проектирования компьютерных сетей. Затруднения при решении задач оптимизации возникают в случае, когда варьируемым параметром сети массового обслуживания являются переходные вероятности, то есть когда требуется оптимизация маршрутной матрицы сети [4,5].

Исследование сетей массового обслуживания и практическое решение таких задач, как анализ, синтез и оптимизация [6-8], способствуют интенсивному развитию теории сетей массового обслуживания с управлением. В связи с этим, актуальность также приобретает разработка эффективных и оптимальных методов анализа и управления сетями массового обслуживания.

Маршрутная матрица является одним из основных параметров экспоненциальных сетей массового обслуживания — от оптимального построения маршрутной матрицы во многом зависит качество функционирования сети. Актуальность работы обусловлена относительно небольшим количеством работ в области методов формирования маршрутных матриц. Предлагаемый метод формирования маршрутных матриц сетей массового обслуживания позволяет улучшить качество функционирования сети массового обслуживания и достичь оптимизации ее стационарных характеристик.

Целью настоящей работы является разработка метода формирования маршрутных матриц сетей массового обслуживания по заданному вектору относительных интенсивностей потоков требований в сети, а также оптимизация разработанного метода.

Поставленная цель определила **следующие задачи**:

- подобрать, изучить и проанализировать литературу по принципам построения и оптимизации маршрутных матриц сетей массового обслуживания;
- описать и разработать базовый алгоритм метода формирования маршрутных матриц сетей массового обслуживания;
- разработать и предоставить программный комплекс, реализующий методы формирования маршрутных матриц сетей массового обслуживания;

ния при заданном векторе относительных интенсивностей потоков требований в сети;

- разработать методы оптимизации маршрутных матриц сетей массового обслуживания;
- провести численные эксперименты с применением разработанного программного комплекса.

Методологические основы исследования сетей массового обслуживания и методов формирования и оптимизации маршрутных матриц данных сетей представлены в работах Л. Клейнрока, Дж. Уолрэнда, Г. П. Башарина, Г. Ш. Цициашвили, Ю. И. Рыжикова, Ю. И. Митрофанова, И. Е. Тананко, Н. П. Фокиной.

Теоретическая значимость магистерской работы. Предложенный метод формирования маршрутных матриц сетей массового обслуживания расширяет круг задач, решаемых в теории массового обслуживания, поскольку основан на идее обучения нейронных сетей и позволяет получить сформированную маршрутную матрицу для сети массового обслуживания с необходимыми оптимальными стационарными характеристиками и по заданной матрице смежности, которая описывает топологию сети. Разработанный метод включает в себя такие алгоритмы оптимизации [9], как метод градиентного спуска и метод сопряженных градиентов [10], а также может быть расширен с помощью других методов оптимизации.

Практическая значимость магистерской работы. Разработанный метод позволяет решать задачи синтеза, анализа и оптимизации реальных стохастических систем с сетевой структурой, таких как, например, транспортные, телекоммуникационные и компьютерные сети. Для открытых и замкнутых сетей массового обслуживания разработана программа, позволяющая с помощью матрицы смежности, которая описывает топологию сети, и вектора относительных интенсивностей потоков требований в сети, сформировать маршрутную матрицу.

Структура и объем работы. Магистерская работа состоит из введения, четырех разделов, заключения, списка использованных источников и пяти приложений. Общий объем работы — 71 страница, из них 56 страниц — основное содержание, включая 8 рисунков и 2 таблицы, 9 страниц приложения, список использованных источников — 30 наименований.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Первый раздел «Методы оптимизации маршрутных матриц сетей массового обслуживания» посвящен описанию основных опубликованных работ, посвященных методам формирования и оптимизации маршрутных матриц сетей массового обслуживания. Рассматриваются методы оптимизации как для открытых, так и для замкнутых сетей обслуживания. Также в разделе приводится структура сети массового обслуживания и ее основные характеристики. Вводится определение подобных маршрутных матриц и определяется множество всех подобных маршрутных матриц. Рассматривается метод оптимизации маршрутных матриц в открытых сетях массового обслуживания [8], а также приводятся основные этапы и результаты данного метода.

Второй раздел «Формирование весовых коэффициентов в процессе обучения нейронных сетей» посвящен процессу обучения нейронных сетей [11,12], который применяется для разработанного метода формирования маршрутных матриц сетей массового обслуживания.

В данном разделе описываются методы многомерной оптимизации такие как, метод градиентного спуска и метод сопряженных градиентов. Рассматривается применение алгоритмов оптимизации в разработанном методе формирования маршрутных матриц сетей массового обслуживания.

В подразделе 2.1 и 2.2 описывается понятие нейронной сети и рассматриваются способы ее обучения. Приводится обобщенный алгоритм поэтапного обучения нейронной сети, который состоит из семи шагов: подготовка данных для обучения; инициализация весовых коэффициентов; прямое распределение; отклонение (расчет ошибки); обратное распределение; обновление весов; тестирование обученной сети.

Подразделы 2.3-2.5 посвящены описанию методов оптимизации — градиентного спуска и сопряженных градиентов, и их применение в обучении нейронных сетей.

В подразделе 2.6 приводится сравнение эффективности двух рассмотренных алгоритмов оптимизации, примененных в обучении нейронных сетей. В таблице 1 представлены результаты, полученные на компьютере *Macintosh Powerbook 1400* при использовании прикладного пакета *Neural Networks* программы *Matlab*, позволяющие сравнить длительность, количество

циклов обучения и вычислительную сложность различных алгоритмов.

Таблица 1 – Сравнение эффективности алгоритмов обучения

Алгоритм	Время, (с.)	Количество итераций	Количество операций, $\times 10^6$
Градиентного спуска	57,71	980	2,50
Сопряженных градиентов	19,16	89	0,75

Третий раздел «Методы формирования маршрутных матриц сетей массового обслуживания» посвящен описанию разработанного метода формирования маршрутных матриц сетей массового обслуживания с применением рассмотренных в предыдущих разделах методов оптимизации, а также модели сети массового обслуживания, которая использовалась для проверки эффективности предлагаемого метода.

В подразделе 3.1 описывается модель сети массового обслуживания. Сеть является экспоненциальной сетью массового обслуживания и состоит из L систем массового обслуживания C_i , $i = 1, 2, \dots, L$. Каждая система сети представляет собой систему типа $M/M/1$ с интенсивностями обслуживания требований μ_i . Интенсивность потока требований из источника C_0 в сеть есть экспоненциально распределенная случайная величина с параметром λ_0 .

Маршрутная матрица сети массового обслуживания $\Theta = (\theta_{ij})$, $i, j = 0, 1, \dots, L$ описывает переходы требований от одной системы в другую при завершении обслуживания. Коэффициенты маршрутной матрицы носят вероятностный характер.

Вектор относительных интенсивностей потоков $\omega = (\omega_i)$, $i = 0, 1, \dots, L$, является решением уравнения

$$\omega\Theta = \omega$$

с условием нормировки

$$\sum_{i=0}^L \omega_i = 1.$$

Матрица $W = (w_{ij})$, $i, j = 0, 1, \dots, L$, является матрицей смежности ориентированного графа, определяющего топологию сети обслуживания.

Вершины графа соответствуют системам обслуживания, а дуги – связям между системами. Пусть множество \mathfrak{A}_W определяет множество маршрутных матриц Θ_W , $i, j = 0, 1, \dots, L$, у которых

$$\theta_{ij} = \begin{cases} \theta_{ij}, 0 < \theta_{ij} \leq 1, & \text{если } w_{ij} = 1, \\ 0, & \text{если } w_{ij} = 0. \end{cases}$$

Ставится задача формирования маршрутной матрицы Θ сети Γ , принадлежащей множеству маршрутных матриц \mathfrak{A}_W и удовлетворяющую уравнению

$$\omega\Theta = \omega$$

с известным вектором относительных интенсивностей потоков требований в сети $\omega = (\omega_i)$.

Стоит отметить, что предложенный в данной работе метод формирования маршрутных матриц сетей массового обслуживания применим не только к открытым экспоненциальным сетям обслуживания, но и к замкнутым сетям. Это обусловлено тем, что для формирования маршрутной матрицы сети должны быть заданы только два параметра — матрица смежности W , описывающая топологию сети обслуживания и вектор относительных интенсивностей потоков требований ω .

В подразделе 3.2 приводится описание применения метода обучения нейронных сетей в задаче формирования маршрутных матриц. При обучении нейронной сети элементы $\theta_{i,j}$, $i, j = 0, 1, \dots, L$, маршрутной матрицы Θ будут корректироваться. Для корректного формирования вероятностных коэффициентов маршрутной матрицы необходимо наложить следующие ограничения:

1. В процессе формирования маршрутной матрицы ее нулевые и единичные элементы должны оставаться неизменными, так как это меняет топологию сети массового обслуживания.
2. Элементы маршрутной матрицы не должны принимать отрицательные значения ($0 \leq \theta_{i,j}$, $i, j = 0, 1, \dots, L$) и значения больше единицы ($\theta_{i,j} \leq 1$, $i, j = 0, 1, \dots, L$).

3. Должно выполняться следующее равенство

$$\sum_{j=0}^L \theta_{i,j} = 1, \quad \forall i = 0, 1, \dots, L.$$

Таким образом, в процессе работы метода будут подобраны необходимые коэффициенты, формируя в конечном итоге искомую маршрутную матрицу.

Далее определяется общий алгоритм метода формирования маршрутных матриц: задается значение допустимой погрешности; формируется начальная маршрутная матрица; определяются элементы матрицы, которые не должны изменяться в процессе формирования; с помощью одного из методов оптимизации определяются изменения элементов маршрутной матрицы; производится корректировка маршрутной матрицы с наложенными ранее ограничениями; проверяется условие останова алгоритма.

В случае, когда для заданного вектора ω и матрицы смежности W невозможно сформировать оптимальную маршрутную матрицу, предложенный метод может сформировать максимально приближенную маршрутную матрицу к искомой.

В подразделе 3.3 приводится реализация предлагаемого метода формирования маршрутных матриц сетей массового обслуживания с использованием метода градиентного спуска. В подразделе описывается алгоритм, приводится пошаговая реализация метода с документированием каждого приведенного фрагмента кода на языке программирования Python. В конце раздела приводится численный пример применения разработанного метода, на основе которого сделан вывод о том, что метод градиентного спуска является не самым оптимальным алгоритмом локальной оптимизации.

Подраздел 3.4 посвящен описанию программной реализации описанного метода формирования маршрутных матриц сетей массового обслуживания с использованием метода сопряженных градиентов. Описывается алгоритм, приводится пошаговая реализация метода с документированием каждого приведенного фрагмента кода на языке программирования Python. Приводится численный пример применения метода. В данном примере маршрутная матрица была сформирована за меньшее число итераций по сравнению с методом градиентного спуска.

Четвёртый раздел «Численные эксперименты и оптимизация метода формирования маршрутных матриц» посвящен численным экспериментам и оптимизации разработанного метода. В разделе представлены методы генерации множества векторов относительных интенсивностей потоков требований и соответствующих матриц, описывающих топологию сети массового обслуживания. Приводится численный пример и осуществляется сбор данных для построения графиков, иллюстрирующих сравнение эффективности метода формирования маршрутных матриц с другими методами оптимизации.

В подразделе 4.1 приводится возможность оптимизации разработанного метода, а именно, описывается алгоритм формирования начальной маршрутной матрицы и его программная реализация. Одним из первых шагов алгоритма формирования маршрутных матриц является инициализирование начальной маршрутной матрицы Θ_0 . В рассмотренном ранее алгоритме начальная маршрутная матрица инициализировалась с помощью матрицы смежности, которая описывает топологию сети, элементы начальной маршрутной матрицы задавались равномерно по строкам

$$\theta_{i,j} = \frac{1}{\sum_{k=0}^L w_{i,k}}, \quad \forall i, j = 0, 1, \dots, L.$$

Это самый простой в понимании и реализации способ задать начальную матрицу. В данном случае используется только информация о топологии сети обслуживания.

Воспользовавшись заданными параметрами, вектором относительных интенсивностей обслуживания ω и матрицей смежности W , которая описывает топологию сети, определим новый способ формирования начальной маршрутной матрицы Θ_0 . Формирование начальной маршрутной матрицы будет состоять из двух этапов:

1. $\forall i, j = 0, 1, \dots, L$, определить θ_{ij} следующим образом

$$\theta_{ij} = \begin{cases} \omega_i, & \text{если } w_{ij} = 1, \\ 0, & \text{если } w_{ij} = 0. \end{cases}$$

2. Провести нормировку элементов маршрутной матрицы

$$\theta_{i,j}^* = \frac{\theta_{i,j}}{\sum_{k=0}^L \theta_{i,k}}, \quad \forall i, j = 0, 1, \dots, L.$$

В конце подраздела приводится сравнение представленных способов формирования начальной маршрутной матрицы с целью определить более оптимальный подход. Чтобы убедиться в эффективности данного способа формирования начальной матрицы, были построены графики изменения ошибки на каждой итерации работы алгоритма. В итоге алгоритм с использованием метода сопряженных градиентов и с формированием начальной маршрутной матрицы через вектор относительных интенсивностей потоков требований является наиболее эффективным способом из рассмотренных в данной работе.

Подраздел 4.2 посвящен численному исследованию оптимального варианта метода формирования маршрутных матриц сетей массового обслуживания для заданного вектора относительных интенсивностей потоков требований в сети и заданной топологией сети. Производится сравнение четырех возможных и описанных ранее вариантов метода: формирование маршрутных матриц с использованием градиентного спуска и равномерным распределением начальной маршрутной матрицы; формирование маршрутных матриц с использованием градиентного спуска и формирование начальной маршрутной матрицы с использованием вектора относительных интенсивностей потоков требований; формирование маршрутных матриц с использованием метода сопряженных градиентов и равномерным распределением начальной маршрутной матрицы; формирование маршрутных матриц с использованием метода сопряженных градиентов и формирование начальной маршрутной матрицы с использованием вектора относительных интенсивностей потоков требований.

Исходя из представленных в работе результатов, можно сделать следующие выводы: самым оптимальным и эффективным методом является метод формирования маршрутных матриц с использованием метода сопряженных градиентов и формированием начальной маршрутной матрицы с помощью вектора относительных интенсивностей потоков требований в сети.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Данная работа посвящена методам формирования маршрутных матриц сетей массового обслуживания при известном векторе относительных интенсивностей потоков требований в сети и с заданной топологией самой сети. Были рассмотрены основные научные труды, затрагивающие тему формирования маршрутных матриц в открытых и замкнутых сетях массового обслуживания. Был представлен, описан и реализован новый метод формирования маршрутных матриц с использованием идеи обучения нейронных сетей, который заключается в подборе весовых коэффициентов с целью минимизации ошибочной работы сети.

Все поставленные цели данной работы выполнены и получены весомые результаты в области теории массового обслуживания. Произведены исследования эффективности разработанного алгоритма с разными методами локальной оптимизации и оптимизации посредством инициализации маршрутной матрицы сети обслуживания на первом шаге алгоритма разными способами.

Таким образом, был разработан и описан метод формирования маршрутных матриц для сетей массового обслуживания на основе заданной топологии сети и вектора относительных интенсивностей потоков требований в сети. Проведенные исследования и вычисления на примерах показали эффективность и применимость данного метода в решении задач маршрутизации и оптимизации функционирования сетей массового обслуживания. Результаты работы могут быть использованы в практике проектирования и обслуживания существующих сетей массового обслуживания, а также в дальнейшем развитии данной области.

Основные источники информации:

1. Уолрэнд, Дж. Введение в теорию сетей массового обслуживания / Дж. Уолрэнд // *М. : Мир.* – 1993. – 336 с.
2. Башарин, Г. П. Теория сетей массового обслуживания и её приложение к анализу информационных-вычислительных систем / Г. П. Башарин, А. Л. Толмачев // *Итоги науки и техн. Сер. Теор. вероятн. Мат. стат. Теор. кибернет.* – 1983. – Т. 21. – С. 3–119.
3. Задорожный, В. Н. Аналитико-имитационные исследования систем и сетей массового обслуживания / В. Н. Задорожный / *Омск: Изд-во ОмГ-*

- ТУ. – 2010. – 280 с.
4. Рыжиков, Ю. И. Оптимизация маршрутной матрицы в сетях обслуживания / Ю. И. Рыжиков // *Известия высших учебных заведений. Приборостроение*. – 2014. – Т. 57. – №. 11. – С. 15–19.
 5. Митрофанов, Ю. И. Анализ и оптимизация сетей массового обслуживания / Ю. И. Митрофанов, И. Т. Брагина, И. Е. Тананко, Н. В. Юдаева // *Программное обеспечение. Саратов, Изд-во «Колледж»*. – 1995. – 144 с.
 6. Митрофанов, Ю. И. Анализ сетей массового обслуживания с динамическим управлением маршрутизацией / Ю. И. Митрофанов, Н. П. Фокина // *Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика*. – 2007. – Т. 7. №. 1. – С. 27–33.
 7. Митрофанов, Ю. И. Метод синтеза замкнутых сетей массового обслуживания с экспоненциальным распределением длительностей обслуживания / Ю. И. Митрофанов // *Автоматика и вычислительная техника*. – 2002. – №. 1. – С. 77–84.
 8. Тананко, И. Е. Метод оптимизации маршрутных матриц открытых сетей массового обслуживания / И. Е. Тананко // *Автоматика и вычислительная техника*. – 2002. – №. 4. – С. 39–46.
 9. Гончаров, В. А. Методы оптимизации / В. А. Гончаров // *М.: Московский государственный институт электронной техники*. – 2008. – 188 с.
 10. Поляк, Б. Т. Метод сопряженных градиентов в задачах на экстремум / Б. Т. Поляк // *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.* – 1969. Т. 9, № 4. – С. 807–821.
 11. Ростовцев, В. С. Искусственные нейронные сети / В. С. Ростовцев // *Учебник. СПб: Лань*. – 2019. – 216 с.
 12. Гафаров, Ф. М. Искусственные нейронные сети и приложения / Ф. М. Гафаров, А. Ф. Галимянов // *Учебное пособие. Казань: Изд-во Казан. ун-та*. – 2018. – 121 с.