

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра общей, теоретической и компьютерной физики

**Физические эффекты, вызванные взаимодействием акустических волн  
с модифицированным мембранным резонатором**  
АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студентки 4 курса 4022 группы  
направления 03.03.02 «Физика»  
Института физики

Кузнецовой Анастасии Николаевны

Научный руководитель

доцент, к. ф.-м. н.

\_\_\_\_\_

должность, уч. степень, уч. звание

Заведующий кафедрой общей, теоретической и  
компьютерной физики

профессор, д. ф.-м. н.

\_\_\_\_\_

должность, уч. степень, уч. звание

\_\_\_\_\_

дата, подпись

Д. В. Чурочкин

\_\_\_\_\_

инициалы, фамилия

В. М. Аникин

\_\_\_\_\_

инициалы, фамилия

Саратов 2023 год

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Проблема поглощения звука актуальна и является одной из главных в акустике. Создание акустических метаматериалов (АММ) помогает решить проблему поглощения звука. Существует множество разновидностей таких материалов. Данная работа посвящена теоретическому моделированию модифицированного мембранного резонатора на основе структуры из акустического метаматериала, поглощающей низкочастотный звук на определенной частоте.

**Целью** выпускной квалификационной работы (ВКР) является изучение физических эффектов, которые возникают при взаимодействии акустических волн с модифицированным мембранным резонатором – таких как поглощение и отражение.

Для достижения поставленной цели решались следующие **задачи**:

- рассмотрение явления антирезонанса;
- рассмотрение двустороннего и одностороннего падения волны на ММР;
- выяснение условий максимально возможного поглощения при одностороннем и двустороннем падении волны на ММР;
- рассмотрение проблемы многократного отражения в полости гибридного резонатора в ее связи с проблемой полного поглощения низкочастотного звука.

**Структура и объем ВКР.** Выпускная квалификационная работа (бакалаврская работа) состоит из введения, двух основных разделов, заключения, списка использованных источников из 25 наименований; двух приложений. В **Приложении А** приведен вывод волнового уравнения для акустической волны. В **Приложении Б** дана электромеханическая и электроакустическая аналогия. Общий объем ВКР – 47 страниц.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обоснована актуальность выбранной темы выпускной квалификационной работы, определены цель и задачи работы.

**В разделе 1** «Формализм, используемый в работе» даны основные понятия и описания ключевых терминов, формулы, которые играют важную роль для понимания дальнейшего содержания работы.

Звуковые волны – это продольные механические волны малой амплитуды, частота которых лежит в диапазоне 20 Гц – 20 кГц. Звук с частотой менее 20 Гц является инфразвуком, а более 20 кГц – ультразвуком. Для этих частот соответствуют длины волн 17 м (для 20 Гц) и 17 мм (для 20 000 Гц). Этот диапазон будет называться слышимым звуком. Эти длины волн

приведены для воздуха, скорость распространения звука в котором равна  $c = 340$  м/с.

Низкочастотный звук и инфразвук являются разновидностями звуковых колебаний, отличающихся частотой. Низкочастотный звук имеет частоты в диапазоне от 20 Гц до 20 000 Гц, тогда как инфразвук — это звуковые колебания с частотой ниже 20 Гц (см. рисунок 1).

Основное отличие между низкочастотным звуком и инфразвуком заключается в том, как они распространяются и воздействуют на окружающую среду. Низкочастотный звук может быть услышан человеческим ухом, он имеет достаточно высокую энергию, чтобы вызывать колебания воздуха и поверхностей. Инфразвук же не может быть услышан, но он может оказывать воздействие на организм человека и животных, вызывая различные физиологические реакции.

Низкочастотный звук может быть произведен искусственно, например, в автомобильных колонках или при концертах, тогда как инфразвук обычно возникает естественным образом, например, при землетрясениях или вулканических извержениях.

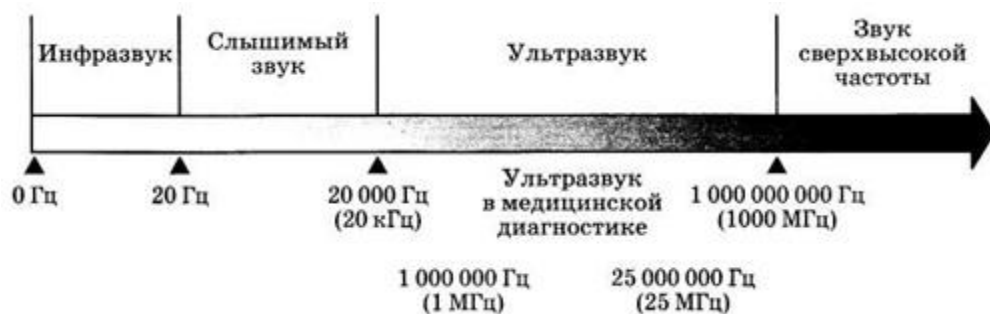


Рисунок 1 – Шкала звуковых частот

В акустически резонирующей системе с резонансной частотой  $\Omega$  величина отклика смещения  $\xi(\omega)$  системы на модуляцию давления  $p(\omega)$  имеет вид [1]:

$$\xi = \frac{p \left( \frac{A}{m} \right)}{\Omega^2 - \omega^2 - i\beta\omega}, \quad (1)$$

где  $p$  – фактическое давление на образец, включающее давление падающей, так и отраженной волны,  $A$  и  $m$  обозначают соответствующую площадь и инерционную массу резонатора, соответственно, а  $\beta$  – коэффициент диссипации в единицах частоты.

Введем функцию Грина  $G(t)$ , стандартным образом как решение уравнения движения с источником в виде дельта-функции:

$$m \frac{d^2 G(t)}{dt^2} + \gamma \frac{dG(t)}{dt} + kG(t) = \delta(t), \quad (2)$$

где  $\delta(t)$  – дельта-функция Дирака. Таким образом, Фурье компонента функции Грина определяется как:

$$G = \frac{\xi}{p} = \frac{A}{m} \left( \frac{1}{\Omega^2 - \omega^2 - i\beta\omega} \right). \quad (3)$$

Акустический импеданс – это параметр, который характеризует способность среды (в том числе звуковой волны) передавать энергию. Он определяется как отношение акустической напряженности (силы, действующей на единичную площадку) к скорости движения звуковой волны в данной среде:

$$Z = \frac{p}{u} = \frac{p}{-i\omega\xi} = \frac{1}{-i\omega G}. \quad (4)$$

Антирезонанс – это явление практически нулевого отклика динамической системы на периодическое внешнее воздействие произвольной амплитуды, является противоположностью резонанса (рисунок 2).

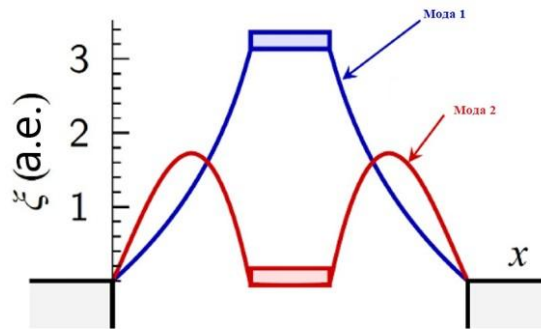


Рисунок 2 – Схематическая иллюстрация собственной моды самой низкой частоты (синий цвет) и второй собственной моды самой низкой частоты (красный цвет) для модифицированного мембранного резонатора (ММР)

Если обозначить через  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  две низшие резонансные частоты ММР, то усредненный по площади образца отклик смещения можно записать как

$$\langle \xi(\omega) \rangle = \frac{\alpha_1}{\Omega_1^2 - \omega^2 - i\beta_1\omega} + \frac{\alpha_2}{\Omega_2^2 - \omega^2 - i\beta_2\omega} \quad (5)$$

(в пренебрежении резонансными модами более высокого порядка). Здесь  $\alpha_{1,2}$  – положительные константы, а угловые скобки  $\langle \rangle$  означают усреднение по площади. Для падающей акустической волны с частотой  $\omega$ , промежуточной между  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$ , первый член в правой части уравнения (5) отрицателен в своей действительной части, тогда как второй член положителен. Чистое (суммарное) поведение показано на рисунке 3. Неизбежно, что всегда существует точка, где исчезает  $\text{Re}\langle \xi(\omega) \rangle$ , обозначающая антирезонансную частоту.

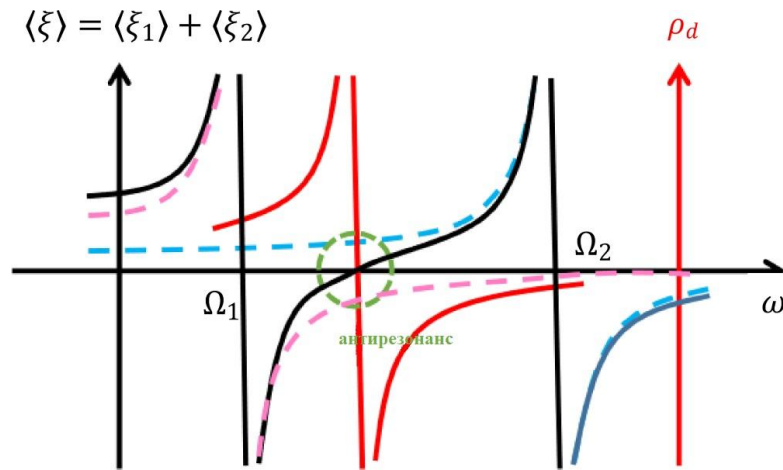


Рисунок 3 – Иллюстрация смещения, построенная как функция частоты для ММР. На частоте, промежуточной между двумя резонансными частотами, существует точка, в которой смещение равно нулю. Эта точка обозначается как антирезонансная частота

**В разделе 2** «Модифицированный мембранный резонатор» рассказывается про понятие и структуру модифицированного мембранного резонатора (ММР), про гибридный резонанс и гибридный резонатор: ММР с помещенной позади него стеной. Так же приводятся задачи о поглощении и отражении волны модифицированным мембранным резонатором.

Модифицированный мембранный резонатор состоит из тонкой полимерной мембраны, например, латекса, слегка натянутой на фиксированную границу, с одним или несколькими кусочками твердого груза, приклеенными сверху (рисунок 4). Здесь мы рассматриваем простейший случай круглой мембраны с круглым грузом в центре. Такой резонатор может иметь несколько резонансов; здесь мы будем рассматривать только два собственных резонансных режима с самой низкой частотой, профили которых,  $\xi_{1(2)}(x_{\parallel})$ , схематически изображены на рисунке 2.

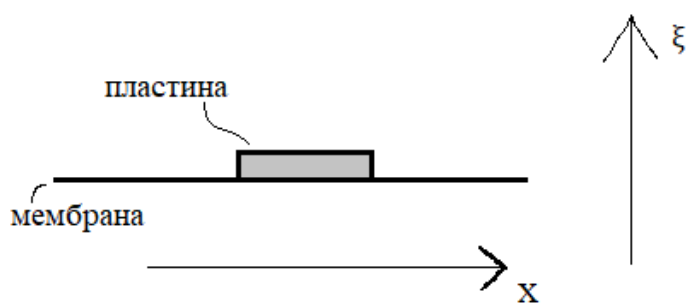


Рисунок 4 – структура модифицированного мембранного резонатора

Поведение полного отражения согласуется с расходимостью динамической плотности массы, как того требует уравнение

$$\rho_d = \frac{\langle f \rangle}{-\omega^2 \text{Re}\langle \xi \rangle}, \quad (6)$$

где  $\langle f \rangle$  обозначает усредненную по площади плотность силы, а знаменатель – усредненное по площади ускорение, т.е. при антирезонансе ММР приобретает очень большую плотность массы. В соответствии с законом плотности массы, амплитуда прохождения  $T$  акустической волны через твердую стенку с плотностью массы  $\rho$  и толщиной  $h$  определяется независимо от модуля объемной упругости твердой стенки:

$$T = i \frac{2Z_0}{\omega \rho h}. \quad (7)$$

Следовательно, почти полное отражение ММР при антирезонансе согласуется с законом плотности массы, если заменить статическую плотность массы на динамическую плотность массы в уравнении (7). Другим проявлением большой динамической плотности массы при антирезонансе является использование очень легкого ММР для успешного подавления вибрации, настроенной на антирезонансную частоту.

Полимерные мембраны обычно имеют низкий коэффициент диссипации. Однако поглощение на единицу объема является произведением плотности энергии, умноженной на коэффициент диссипации. В акустических метаматериалах высокое поглощение основывается скорее на высокой плотности энергии как результат резонанса, чем величина коэффициента диссипации.

Хотя поглощение в ММР может быть значительным, существует верхняя граница, обусловленная малой толщиной мембраны. Чтобы убедиться в неизбежности такой границы, рассмотрим две встречно распространяющиеся входящие волны, падающие с двух сторон на ММР с амплитудами модуляции давления  $p_-^i$  и  $p_+^i$ . После отражения они преобразуются в две исходящие волны с соответствующими амплитудами  $p_-^o$  и  $p_+^o$ . Подстрочные индексы - и + обозначают области левой и правой стороны, соответственно, а надстрочные индексы i и o означают входящую и исходящую волны, соответственно (рисунок 5).

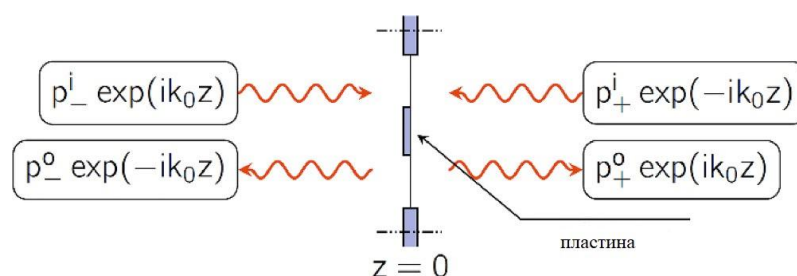


Рисунок 5 – Иллюстрация входящих и выходящих акустических волн с двух сторон ММР с точки зрения модуляции давления. Здесь  $k_0 = \frac{\omega}{v_0}$

Как примечание: для стационарной твердой границы  $p_-^i = p_-^o$ , так что скорость смещения имеет узел, как, например, в случае антирезонанса.

Полное давление на твердую границу, с другой стороны, дается  $p_-^i + p_-^o$ . Следовательно, для неподвижной стены давление, оказываемое на границу, в два раза превышает давление падающей волны [1]:

$$\bar{p} = \frac{1}{2}(p_+^i + p_-^i) = \frac{1}{2}(p_+^o + p_-^o). \quad (8)$$

Уравнение (8) полностью аналогично закону сохранения импульса до и после столкновения двух одинаковых частиц [1]. Здесь мы рассматриваем  $p_{+(-)}^{i(o)}$  как комплексные числа, или фазоры, т.е. двумерные векторы в комплексной плоскости.

Благодаря ничтожно малой толщине мембраны существует равенство, связывающее сумму средних комплексных амплитуд давления входящих волн, усредненных по площади ММР, с суммой исходящих волн. Проводя аналогию с законом сохранения импульса для двух частиц равной массы, легко увидеть, что существует компонент полной падающей энергии, соответствующий движению центра масс при столкновении двух частиц, который всегда сохраняется и поэтому не может быть рассеян. Следовательно, для рассеяния доступна только энергия, превышающая консервативную составляющую. Это наблюдение приводит к верхним пределам эффективности поглощения ММР при различных сценариях. В частности, для волны, падающей только с одной стороны, только половина входящей энергии может быть рассеяна, поэтому процент поглощения не может превышать 50% [2].

Для одностороннего падения поглощение выше 50% может быть достигнуто путем введения многократного рассеяния, например, путем размещения отражающей поверхности за ММР. Если поместить отражающую стенку за модифицированной мембраной, разделенную расстоянием  $d$ , многократные отражения между мембраной и отражающей стенкой (рисунок 6 (а)) могут создать новый гибридный резонанс [3], с результирующим коэффициентом поглощения для односторонней падающей волны, достигающим почти 100%.

В воздушном слое между ММР и отражающей стенкой могут существовать два набора многократно рассеянных волн: один набор идет направо, а другой - налево. Эти многократно рассеянные волны могут накладываться друг на друга, образуя две встречные распространяющиеся волны:  $p_+^i$  и  $p_+^o$ .

На рисунке 6,а показана гибридная структура, в которой ММР подвержен падающим и рассеянными волнам справа,  $p_+^i$  и  $p_+^o$ , а также аналогичным волнам слева,  $p_-^i$  и  $p_-^o$ . Однако две волны справа подчиняются отражающему граничному условию, накладываемому твердой стеной, расположенной на расстоянии  $s$  от ММР. Из-за граничного условия жесткой стены скорость смещения должна иметь узел на отражающей границе. Это означает, что в положении ММР две волны справа должны иметь равную

амплитуду, т.е.  $|p_+^i| = |p_+^o|$ , с разностью фаз  $p_+^i/p_+^o = \exp(2i\delta) = \exp(2ik_0s)$ ,

где  $k_0 = \omega/v_0$ . Фаза  $p_+^o$  может быть принята за нуль в качестве эталона.

Мы хотим проверить, возможно ли достичь полного поглощения гибридной структурой. Полное поглощение подразумевает  $p_-^o = 0$ . Следовательно, из уравнения (8), мы имеем

$$p_-^i = p_+^o - p_+^i, \quad (9)$$

что может быть представлено фазовой диаграммой, как показано на рисунке 6, б, где уравнение (9) рассматривается как двумерное векторное уравнение в комплексной плоскости, образующее замкнутый треугольник. Здесь фаза рассматривается как относительный угол (углы) между векторами.

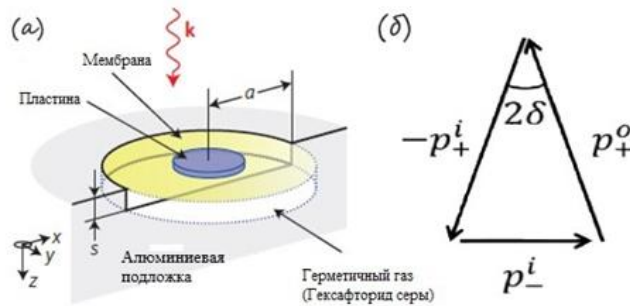


Рисунок 6 - (а) Наглядная иллюстрация структуры гибридного резонатора.

Схематическая иллюстрация компонентов и геометрии элементарной ячейки. Здесь  $a$  - радиус мембраны,  $s$  - глубина герметичной газовой ячейки, а  $\mathbf{k}$  обозначает падающий волновой вектор. (б) Фазорная диаграмма, геометрически иллюстрирующая уравнение (9)

Чистое усредненное по площади давление на ММР определяется разностью двух сторон ММР:  $\langle p_{\text{полн}} \rangle = p_-^i - (p_+^o + p_+^i)$ . Из рисунка 6 (б) видно, что  $p_+^o + p_+^i = ip_-^i \cot\delta$ . Следовательно,  $\langle p_{\text{полн}} \rangle = p_-^i (1 - i \cot\delta)$ , и отсюда следует, что при условии импеданса, налагаемого  $p_-^o = 0$  т.е. отсутствия отражения, импеданс ММР для полного поглощения должен быть:

$$Z_{\text{ММР}} = \frac{\langle p_{\text{tot}} \rangle}{u} = \frac{p_-^i}{u} (1 - i \cot\delta) = Z_0 (1 - i \cot\delta). \quad (10)$$

В то же время, мы признаем, что импеданс на + стороне ММР, представляющий импеданс воздушной полости, который последовательно с импедансом ММР, точно задается

$$Z_{\text{полости}} = \frac{p_+^o + p_+^i}{u} = i Z_0 \cot\delta. \quad (11)$$

Когда  $\delta \rightarrow 0$ ,  $Z_{\text{полости}} \rightarrow i\infty$  в соответствии с характеристикой жесткой отражающей стены. Из уравнений (10) и (11) следует, что полное сопротивление гибридной структуры определяется как:

$$Z_{\text{гибридный}} = Z_{\text{ММР}} + Z_{\text{полости}} = Z_0. \quad (12)$$



Поскольку коэффициент отражения при нормальном падении суть

$$R = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0}, (13)$$

то достигается согласованность с наложенным условием отсутствия отражения. Также отметим, что из условия сохранения энергии поглощение есть  $A = 1 - |R|^2$  при отсутствии передачи, из чего следует, что  $Z = Z_0$  отвечает полному поглощению.

## **ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ**

В выпускной квалификационной работе рассмотрена проблема возможности поглощения длинноволновых акустических волн потенциальным структурным элементом акустического метаматериала, который представляет собой модифицированный мембранный резонатор с помещенной позади него неподвижной стенкой.

Выяснилось, что существует возможность почти полного поглощения выше указанных волн предложенной структурой. Эффект полного поглощения низкочастотного звука на определённой частоте является комплексным эффектом, включающим в себя как резонансные эффекты, связанные с модифицированным мембранным резонансом (антирезонанс, гибридные резонансы), так и процессы многократного рассеяния, связанные с наличием полости, сформированные неподвижной стенкой, расположенной позади ММР.

## **СПИСОК ОСНОВНЫХ ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. Li J., Wen X., Sheng P. Acoustic metamaterials // J. Appl. Phys. 2021. Vol. 129. P. 171103-1, 171103-27; DOI: 10.1063/5.0046878.
2. Chen Y., Huang G., Zhou X., Hu G., Sun C.-T. Analytical coupled vibroacoustic modeling of membrane-type acoustic metamaterials: Plate model // J. Acoust. Soc. Am. 2014. Vol. 136. P. 2926.
3. Ma G., Yang M., Xiao S., Yang Z., Sheng P. Acoustic metasurface with hybrid resonances // Nat. Mater. 2014. Vol.13. Pp. 873–878.