

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра общей, теоретической и компьютерной физики

**Численное моделирование упругих волн  
в многокомпонентной системе**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 4 курса 4022 группы  
направления 03. 03. 02 «Физика»  
Института Физики

Крамер Анжелины Романовны

Научный руководитель

к.ф.-м.н., доцент

О.А. Черкасова

Заведующий кафедрой

д. ф.-м. н., профессор

В.М. Аникин

Саратов 2023

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность.** Упругие (акустические) волны – волны, связанные с колебаниями частиц при механической деформации упругой среды (жидкости, газа или твердого тела). В этом случае, имеет место перенос энергии упругой деформации при отсутствии переноса вещества.

Изучая поведение упругих волн в многокомпонентной системе, физики могут получить ценную информацию о физических свойствах изучаемых материалов и разработать более точные и эффективные модели для предсказания поведения волн в различных условиях.

**Цель ВКР** – изучение и численное моделирование процесса распространения упругих волн в многокомпонентных системах, включающих воздух, воду, твердое тело.

### **Задачи ВКР:**

1. Ознакомиться с понятием «упругая волна» и исследовать особенности распространения этой волны в различных средах.
2. Изучить основные параметры упругой волны (скорость, интенсивность и энергия).
3. Рассмотреть теорию распространения продольной одномерной упругой волны в различных средах.
4. Ознакомиться с численными методами решения волновых уравнений.
5. Смоделировать процесс распространения упругой волны в двухкомпонентной среде.

Выпускная квалификационная работа (ВКР) включает введение, два раздела, заключение, список использованных источников из 20 наименований, два приложения. Объем ВКР – 52 с., включая 19 рисунков и 2 приложения, содержащие компьютерные программы.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении рассматривается актуальность работы, устанавливается цель и выдвигаются задачи для достижения поставленной цели.

**Первый раздел** представляет собой *литературный обзор* и состоит из следующих подразделов: основы теории упругих волн и их распространения; основные параметры упругой волны (скорость, энергия и ) в различных средах; методы численного моделирования процессов распространения упругой волны.

### **Основные понятия и определения теории упругих волн**

Упругие (акустические) волны – это волны, связанные с колебаниями частиц при механической деформации упругой среды (жидкости, газа или твердого тела). Частицы среды в волне приобретают скорость, деформируются

и в них возникают упругие напряжения, которые и передают волну дальше по телу. При этом имеет место перенос энергии упругой деформации при отсутствии переноса вещества.

### **Распространения продольной упругой волны в водной среде.**

Продольная упругая волна – это волна, которая распространяется в среде, вызывая сжатие и растяжение частиц среды в направлении распространения волны. В воде такие волны могут возникать при различных процессах, например, при движении судов, при взрывах, при землетрясениях и т.д.

Распространение продольной упругой волны в воде происходит по законам механики сплошных сред. Вода является упругой средой, то есть при действии на нее внешних сил она может деформироваться, но после прекращения действия сил возвращается в исходное состояние. При распространении продольной упругой волны в воде происходит сжатие и растяжение молекул воды в направлении распространения волны. Это приводит к изменению давления в воде, которое распространяется в виде волны.

Скорость распространения продольных упругих волн в воде зависит от модуля упругости среды и плотности воды. Чем выше модуль упругости и чем меньше плотность воды, тем быстрее распространяется волна. Скорость можно вычислить по формуле:

$$v = \sqrt{\frac{K}{\rho}}, \quad (1)$$

где  $v$  – скорость распространения волны,  $K$  – модуль объемной упругости вещества,  $\rho$  – плотность среды.

**Интенсивность** упругой волны определяется как количество энергии, переносимой волной через единицу площади в единицу времени. Интенсивность упругой волны пропорциональна плотности среды и скорости, квадрату круговой частоты и квадрату амплитуды волны:

$$I = \frac{1}{2} * \rho * v * \omega^2 * A^2, \quad (2)$$

где  $I$  – интенсивность,  $\rho$  – плотность среды,  $v$  – скорость распространения волны,  $\omega$  – круговая частота,  $A$  – площадь, через которую проходит волна.

**Энергия**  $E$  упругой волны зависит от амплитуды колебаний и упругих свойств среды (плотности), площади, через которую проходит волна, и скорости распространения:

$$E = \frac{1}{2} * \rho * A * v^2. \quad (3)$$

**Распространения продольной упругой волны в твердой среде.** Теория распространения продольной упругой волны в твердой среде основывается на представлении твердого тела как упругой среды, способной передавать механические колебания. Распространение продольной упругой волны в

твердом теле описывается уравнением движения, которое связывает изменение давления и плотности с изменением скорости и деформации среды. В процессе распространения продольной упругой волны частицы твердого тела начинают двигаться в направлении распространения волны, сжимаясь и раздвигаясь в процессе колебаний.

Скорость распространения продольной упругой волны зависит от упругих свойств среды, таких как модуль Юнга и плотность. Чем выше модуль Юнга и плотность, тем выше скорость распространения волны. Скорость распространения продольной упругой волны в твердой среде может быть рассчитана с помощью формулы (1).

**Интенсивность** упругой волны – это величина, показывающая, сколько энергии она переносит в среднем за единицу времени на единице площади поверхности, перпендикулярной направлению распространения. Интенсивность упругой волны определяется формулой (2):

**Энергия** упругой волны зависит от плотности среды, площади, через которую проходит волна, и скорости распространения. Чем больше эти параметры, тем больше энергия, переносимая волной. Выражение для энергии упругой волны дается формулой (3).

## **Методы численного моделирования упругой волны**

**Метод конечных разностей (МКР)** – это численный метод решения дифференциальных уравнений, который широко используется для моделирования упругих волн, распространяющихся в различных средах, включая воздух и воду. Суть метода конечных разностей состоит в замене исходной (непрерывной) задачи математической физики ее дискретным аналогом (разностной схемой), а также последующим применением специальных алгоритмов решения дискретной задачи.

**Итерационный метод** для упругой волны является одним из методов численного моделирования, который позволяет решить уравнения движения для упругой волны в твердом теле. Суть метода заключается в нахождении по приближенному значению величины следующего приближения, являющегося более точным. Решение уравнения движения на каждом шаге времени получается путем последовательного приближения к решению. На каждом шаге времени решение уравнения движения обновляется на основе предыдущего решения и новых данных о деформации и напряжении в твердом теле. Этот процесс продолжается до тех пор, пока не будет достигнута заданная точность решения.

**Во втором разделе** работы представлены результаты вычислительного эксперимента. Он включает в себя подразделы: моделирование распространения упругой волны в водной среде, моделирование распространения упругой волны в твердом теле, моделирование распространения упругой волны в двухкомпонентной среде

## Моделирование распространения упругой волны в воздушной и водной средах

На рисунке 1 изображен график скорости распространения упругой волны в двух средах – воздухе и воде в зависимости от расстояния. Из графика видно, что скорость волны в воздухе на расстоянии 200 м имеет максимальное значение 863.727 м/с. При переходе из воздушной среды в водную скорость упругой волны уменьшается до 863.707 м/с, уменьшение составляет около 0.0023%. При выходе из водной среды в воздух значение скорости уменьшается до 668.941 м/с, т. е. на 29%.

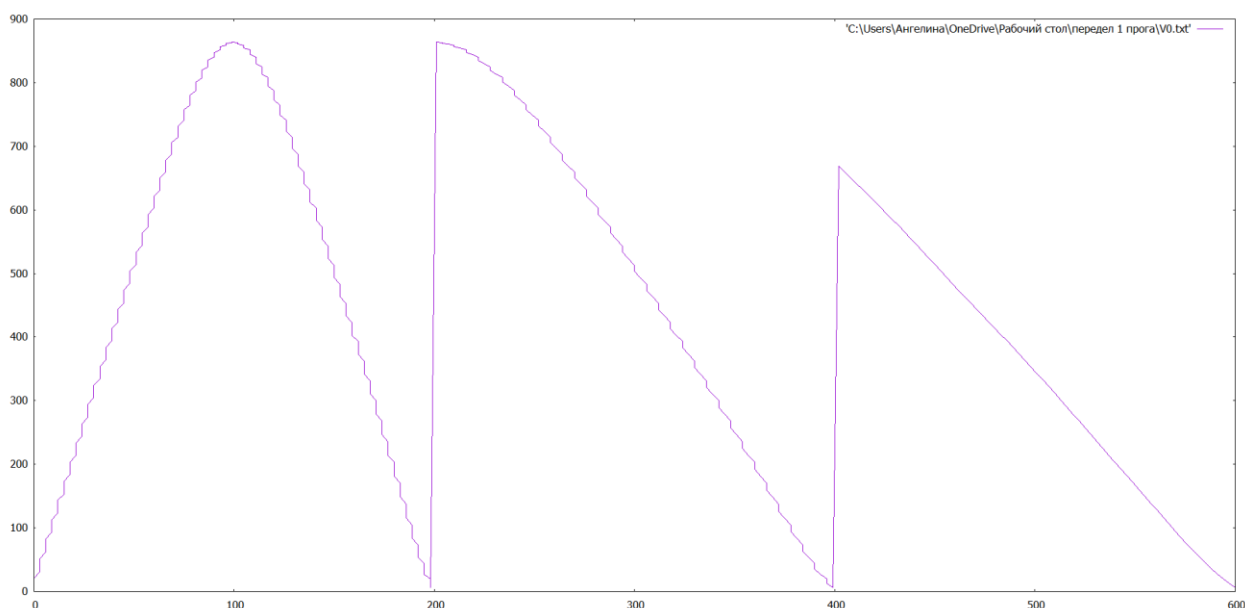


Рисунок 1 – Скорость распространения упругой волны  
в воздухе и воде

На рисунках 2, 3, 4 изображено распределение энергии упругой волны в двух средах – воздухе и воде.

Из графиков видно, что энергия волны в воздухе, протяженность, которого составляет 200 м, достигает значения около 1.93185 Дж, при переходе из воздушной среды в водную, упругая волна резко возрастает и принимает значение 1577.54 Дж, что составляет около 99%, при выходе из водной среды в воздух, энергии увеличивается до максимального значения 1579.47 Дж, т. е. на 0.12%.

На рисунке 5 изображена интенсивность распространения упругой волны в двух средах – воздухе и воде. Из графика видно, что интенсивность волны в воздухе имеет максимальное значение  $2.22525 \times 10^{-5}$  Вт/м<sup>2</sup>, при переходе из воздушной среды в водную, упругая волна уменьшается до  $1.96307 \times 10^{-5}$  Вт/м<sup>2</sup>, что составляет около 13%, при выходе из водной среды в воздух, значение интенсивности уменьшается до  $1.76614 \times 10^{-5}$  Вт/м<sup>2</sup>, т.е. на 11%.

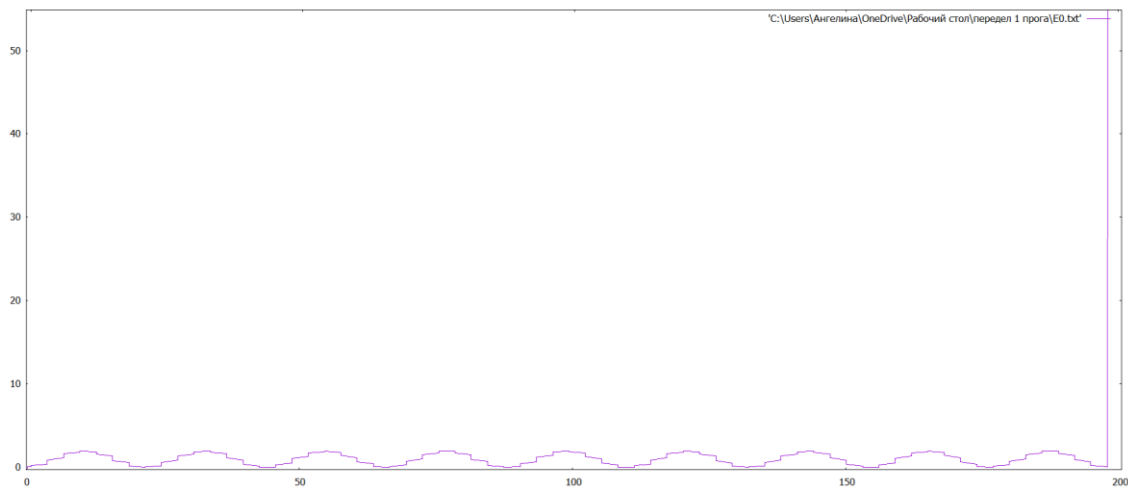


Рисунок 2 –Энергия упругой волны в воздушной среде

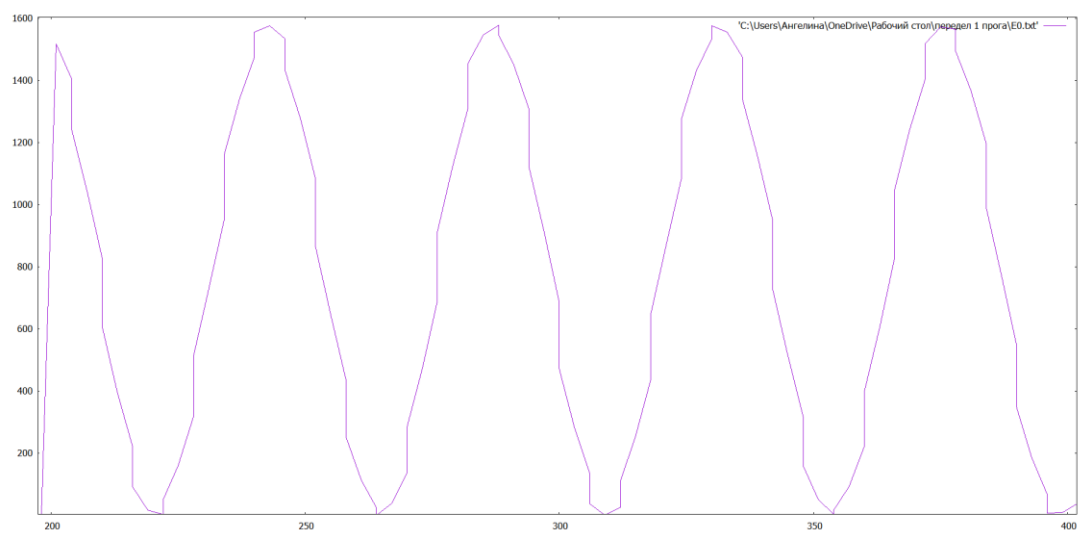


Рисунок 3 –Энергия упругой волны в водной среде

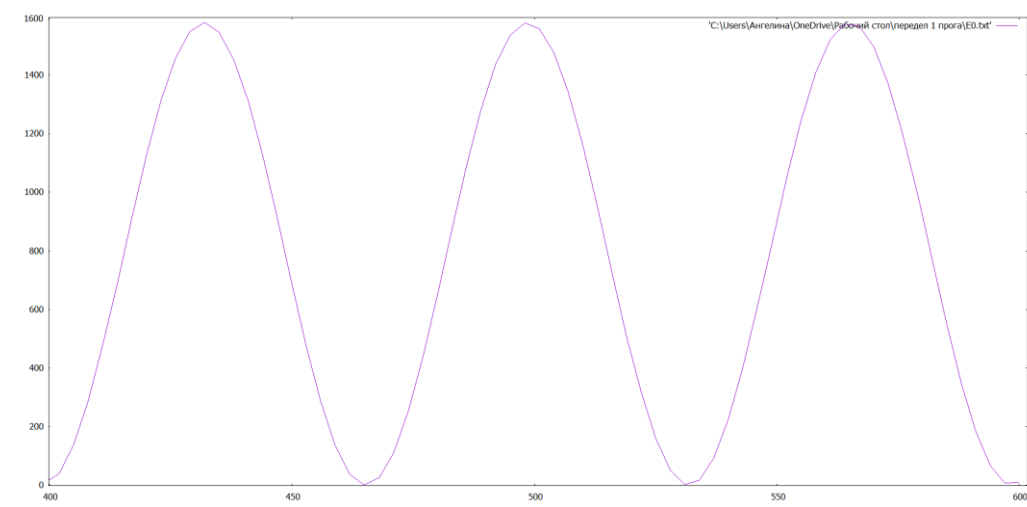


Рисунок 4 –Энергия упругой волны в воздушной среде при переходе из воды

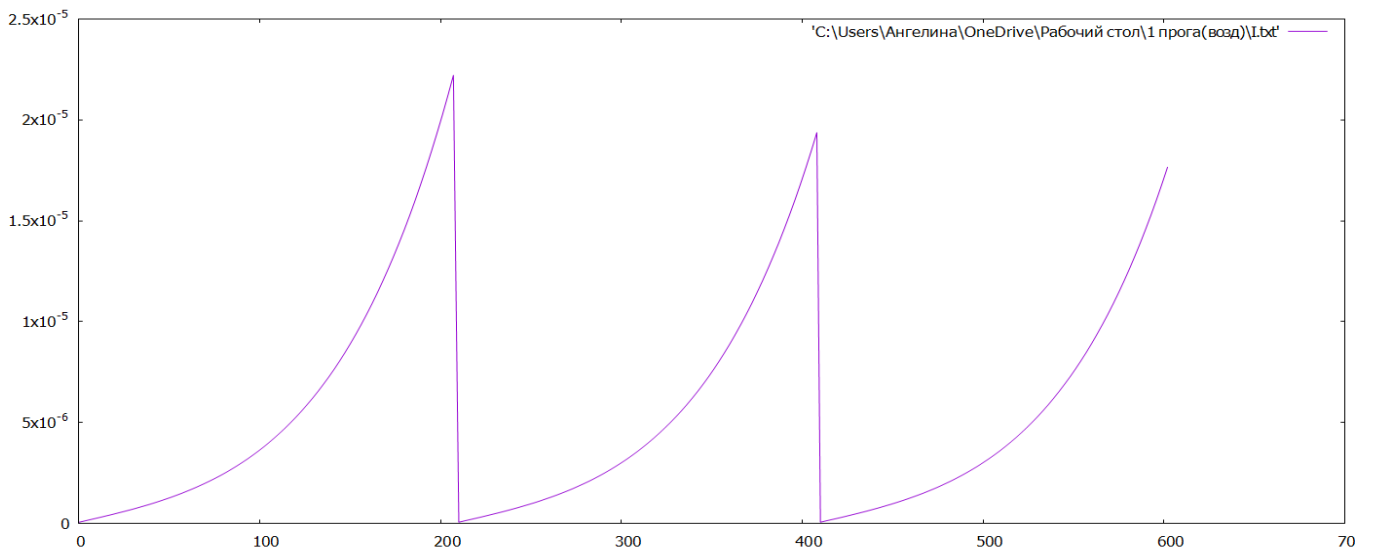


Рисунок 5 – Интенсивность распространения упругой волны в воздухе и воде

### Моделирование распространения упругой волны в твердом теле

На рисунке 6 графически изображена скорость распространения упругой волны в двух среда – воздухе и бронзе. Из графика видно, что скорость волны в воздухе, протяженность, которого составляет 200 м, имеет значение 1007 м/с, такое же значение принимает упругая волна при выходе из твердой среды в воздух, в то время, как при переходе из воздушной среды в твердую, упругая волна принимает максимальное значение 8872 м/с, т. е. на 88%.

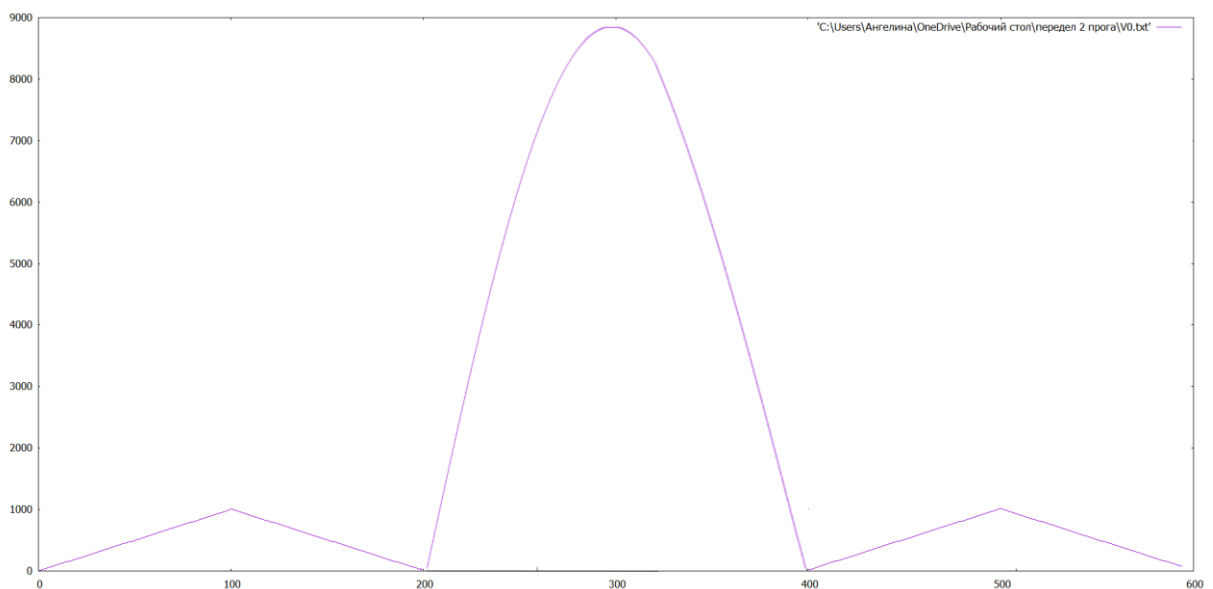


Рисунок 6 – Скорость распространения упругой волны в воздухе и твердом теле

Рисунки 7, 8, 9 отражают характер передачи энергии упругой волной в двух среда – воздухе и бронзе. Из графика видно, что энергия волны в воздухе, протяженность, которого составляет 200 м, имеет значение 1.93234 Дж., при переходе из воздушной среды в твердую, упругая волна резко увеличивается до 1577.53 Дж., что составляет около 99%, при выходе из твердой среды в воздух, значение энергии увеличивается 1578.5 Дж., т. е. на 0.06%, принимая максимальное значение энергии.

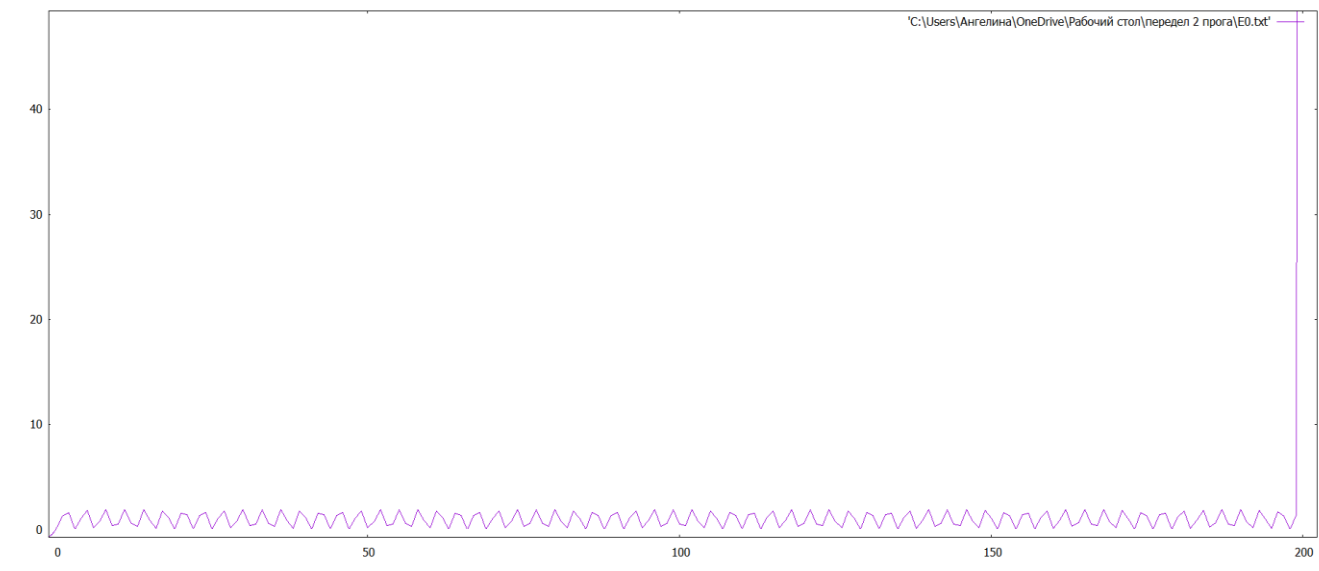


Рисунок 7 – Энергия распространения упругой волны в воздухе

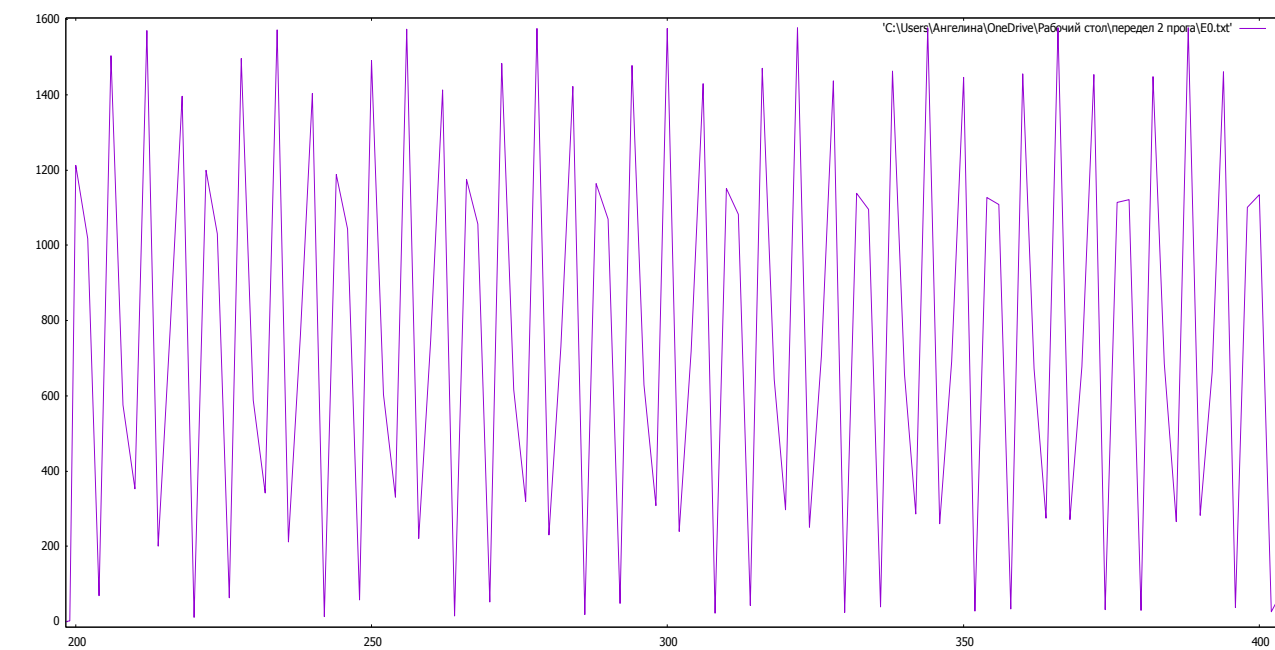


Рисунок 8 – Энергия распространения упругой волны в твердом теле



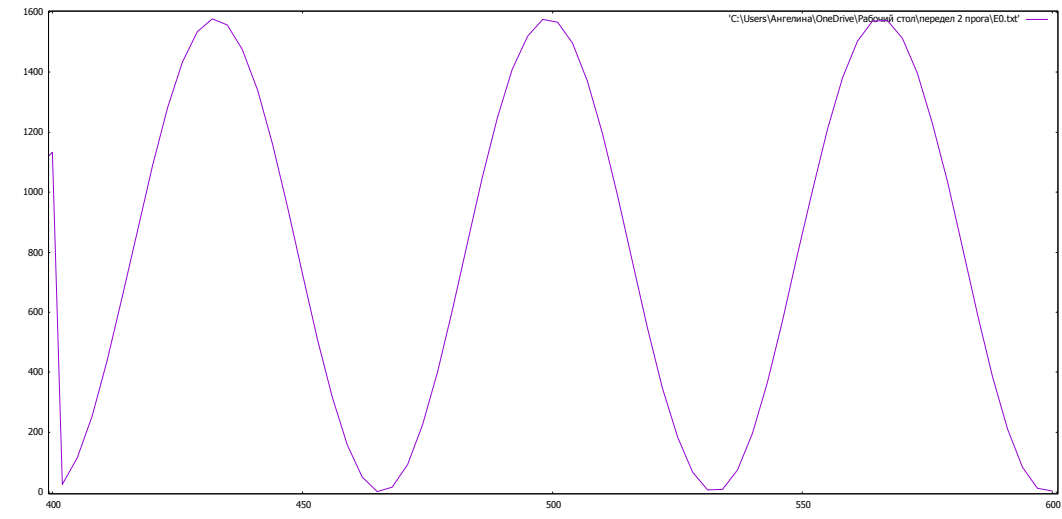


Рисунок 9 – Энергия распространения упругой волны в воздухе.

На рисунке 10 изображена интенсивность распространения упругой волны в двух средах – воздухе и бронзе. Из графика видно, что интенсивность волны в воздухе, протяженность, которого составляет 200 м, равномерно возрастает, принимая максимальное значение в этой среде  $5.02778 \text{ Вт/м}^2$ , при переходе из воздушной среды в твердую, упругая волна резко увеличивается, достигая максимального значения  $7.88768 \text{ Вт/м}^2$ , что составляет около 36%, при выходе из твердой среды в воздух, значение энергии уменьшается  $7.88765 \text{ Вт/м}^2$ , т. е. на 0.00038%.

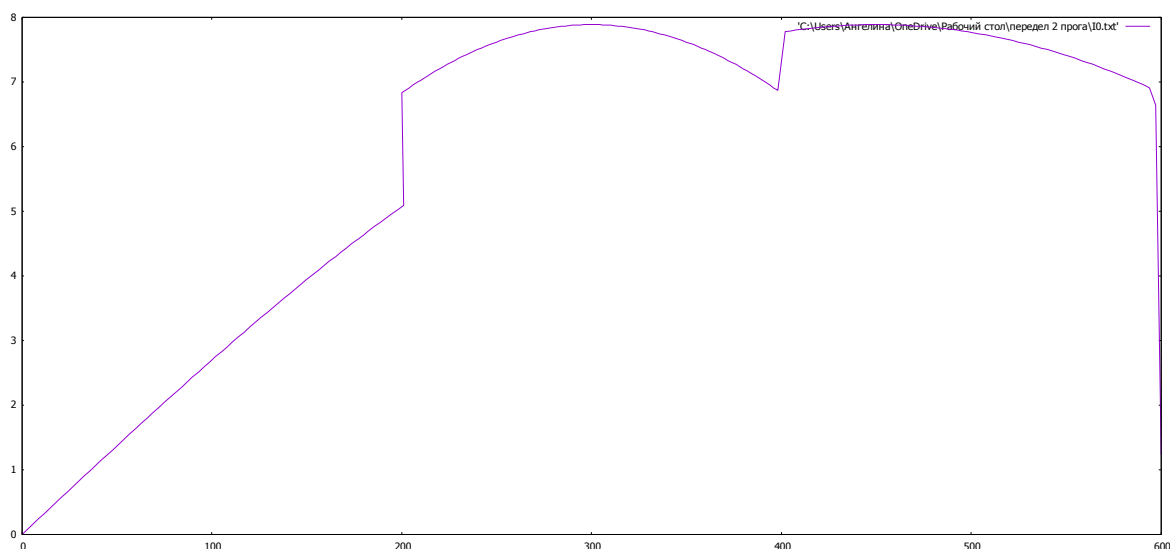


Рисунок 10 – Интенсивность распространения упругой волны в воздухе и твердом теле.

Из анализа рисунков 1 и 6 видно, что скорость упругой волны в воде на 98.5% меньше скорости упругой волны в твердом теле. Это связано с тем, что твердые тела имеют более высокую плотность и упругость, чем водная среда.

Скорость упругой среды в воздухе после перехода из водной среды на 33.9% меньше скорости упругой волны после перехода из твердой среды. Из

анализа рисунков 2 и 7 видно, что начальная энергия упругой волны в воздухе на 0.03% меньше начальной энергии упругой волны в твердом теле. Разница незначительна и может быть связана с погрешностями измерений.

Энергия упругой волны в водной среде на рисунке 3 на 0.006% больше энергии упругой волны в твердом теле на рисунке 8. Разница незначительна и может быть связана с погрешностями измерений.

Энергия упругой волны в воздухе после перехода из водной среды на рисунке 4 на 0.07% больше энергии упругой волны в воздухе после перехода из твердой среды на рисунке 9. Разница незначительна и может быть связана с погрешностями измерений.

Из анализа рисунков 5 и 10 видно, что интенсивность упругой волны в воздухе перед переходом в водную среду на рисунке 5 на 22.5% меньше интенсивности упругой волны в воздухе перед переходом в твердую среду на рисунке 10. Это связано с тем, что твердые среды имеют более высокую скорость звука, что приводит к более высокой интенсивности волны.

Интенсивность упругой волны в водной среде на 80.2% меньше интенсивности упругой волны в твердом теле. Это связано с тем, что твердые тела имеют более высокую плотность и упругость, чем вода.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения ВКР были рассмотрены основные понятия упругой волны и ее параметры, а также изучены основные методы численного моделирования упругой волны, с помощью которых были смоделированы модели упругой волны в различных средах, учитывающие взаимодействие различных компонентов, а также влияние границ и других факторов на распространение упругих волн.

В результате исследований было продемонстрировано:

- 1) Скорость упругой волны в воде и воздухе меньше, чем в твердом теле. Скорость упругой волны в воздухе перед переходом в воду меньше, чем перед переходом в твердое тело.
- 2) Интенсивность упругой волны уменьшается при переходе из более плотной среды в менее плотную. При этом интенсивность упругой волны пропорциональна плотности среды, через которую она проходит.
- 3) Энергия упругой волны независимо от состава компонентной среды, в которой она распространяется, имеет близкие друг к другу значения; различие вызвано вычислительными погрешностями.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Соловьянова И.П., Шабунин С.Н. Теория волновых процессов: Акустические волны: Учебное пособие // Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2004. 142 с
2. Савельев И. В. Курс общей физики. В 3 т. Том 1. Механика. Молекулярная физика: учебник для вузов. 18-е изд., стер. Санкт-Петербург: Лань, 2022. 436 с.
3. Есман А. К., Юркевич Н. П., Савчук Г. К. Механические волны: пособие для студентов специальностей «Промышленное и гражданское строительство», «Теплогазоснабжение, вентиляция и охрана воздушного бассейна», «Водоснабжение, водоотведение и охрана водных ресурсов», «Мосты, транспортные тоннели и метрополитены». Минск: БНТУ, 2020. 49 с.
4. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики Учеб. пособие для вузов. 4-е изд., испр. М.: Высш. шк., 2002. 718 с.
5. Красильников В.А., Крылов В.В. Введение в физическую акустику. М.: Наука, 1984. 403 с.
6. Исакович М. А. Общая акустика: Учебное пособие. М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1973. 495 с.
7. Варакса И. Н., Маркович Л. Г., Слободянюк А. И. Физика. Пособие для поступающих в Лицей БГУ. 5-е изд. Минск: Аверсэв, 2018. 416 с.
8. Скорость распространения волн // [Электронный ресурс] URL: [https://phys.bspu.by/static/um/phys/meh/1mehnika/pos/glava10/10\\_3.pdf](https://phys.bspu.by/static/um/phys/meh/1mehnika/pos/glava10/10_3.pdf) (дата обращения: 15.04.2023).
9. Родионов, В. Н. Физика: учебное пособие для среднего профессионального образования. 2-е изд., испр. и доп. Москва: Издательство Юрайт, 2023. 265 с.
10. Энергия упругой волны // [Электронный ресурс] URL: [https://bstudy.net/721598/estestvoznanie/energiya\\_uprugoy\\_volny?](https://bstudy.net/721598/estestvoznanie/energiya_uprugoy_volny?) (дата обращения: 15.04.2023).
11. Энергия упругой волны // [Электронный ресурс] URL: <https://unnx.github.io/latex/Энергия%20упругой%20волны%20/index.pdf> (дата обращения: 24.05.2022).
12. Продольные и поперечные волны // [Электронный ресурс] URL: [https://www.webmath.ru/poleznoe/fizika\\_86\\_prodolnye\\_i\\_poperechnye\\_volny.php](https://www.webmath.ru/poleznoe/fizika_86_prodolnye_i_poperechnye_volny.php) (дата обращения: 29.05.2023).
13. Лебедев Я. Д. Физика: учебное пособие: в 3 частях. Ч. 1: Механика, колебания и волны, молекулярная физика, электростатика. Вологда: ВоГУ. 2015. 144 с.
14. Андреев А. Д., Колгатин С. Н., Черных Л. М. Физика. Волны: учебное пособие. СПб : СПбГУТ, 2015. 40 с.

15. Кинематические характеристики плоской упругой волны // [Электронный ресурс] URL: <https://studfile.net/preview/3373234/page:2/> (дата обращения: 29.05.2023).
16. Грабовский Р. И. Курс физики: учебное пособие для вузов. 13-е изд., стер. Санкт-Петербург: Лань, 2022. 608 с.
17. Огурцов А.Н. Физика для студентов, Часть 5. Колебания и волны: Лекции [Электронный ресурс] URL: <https://studfile.net/preview/2645631/> (дата обращения 29.05.2023).
18. Дегтярев А. А. Метод конечных разностей [Электронный ресурс] : электрон. учеб. пособие / Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С. П. Королева (нац. исслед. ун-т). Самара, 2011.
19. Амосов А.А., Дубинский Ю.А., Копченова Н.В. Вычислительные методы для инженеров: Учеб. пособие. М.: Высш. шк., 1994. 544 с.
20. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений, Т.2. М.: ГИФМЛ, 1959. 620 с.