

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра Математического и компьютерного моделирования

Расчёт движения жидкости в колеблющемся канале

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 411 группы

направление 01.03.02 — Прикладная математика и информатика

механико-математического факультета

Бабанова Максима Игоревича

Научный руководитель
доцент, к.т.н., доцент

И.А. Панкратов

Зав. кафедрой
зав. каф., д.ф.-м.н., доцент

Ю.А. Блинков

Саратов 2022

Введение. В наше время всё большее распространение получает исследование математических моделей с помощью ЭВМ для различных областей науки. Такие модели создаются путём описания наиболее существенных свойств и особенностей явления. Таким образом появляется возможность провести детальный анализ рассматриваемого явления, предсказать его поведение в различных условиях.

При моделировании движения жидкости, а именно при решении уравнений гидродинамики в результате получается лишь уравнение движения, а потом требуется его визуализировать для получения графика или же трёхмерной модели протекания явления. Но такая платформа для численного моделирования задач, как OpenFoam, обладает возможностью решить уравнения и создать файлы для дальнейшей визуализации движения. Платформа OpenFoam является не единственной программой для моделирования физических явлений при решении задач гидродинамики (CFD - computational fluid dynamics). Для реализации моделирования была выбрана именно эта программа. Использование созданных программой OpenFOAM данных, будет осуществлено с помощью инструмента ParaView.

Целью данной бакалаврской работы является исследование изменения распределения скорости и давления жидкости, проходящей через колеблющийся канал. Для реализации данной задачи будет использоваться программные утилиты OpenFoam и ParaView. OpenFoam реализует решение уравнений и построения модели, ParaView будет отвечать за визуализацию созданной модели в трёхмерном пространстве.

Структура бакалаврской работы. В данной бакалаврской работе содержится введение, 4 раздела и заключение:

- Во введении рассматривается актуальность темы бакалаврской работы, а также степень изученности данной дисциплины.
- В первом разделе работы вводятся используемые уравнения движения жидкости.
- Во втором разделе рассматривается программное обеспечение моделирования поставленной задачи расчёта движения жидкости.
- В третьем разделе представляет собой описание построения модели с помощью программ OpenFoam и ParaView.

- В четвёртом разделе работы приводятся примеры влияния разных параметров в используемых уравнениях.
- В заключении указаны цели, которые были достигнуты по итогам бакалаврской работы

Основное содержание работы.

Механика сплошных сред - раздел механики, который посвящён движению жидкости, газа, а также твёрдых тел. Механика сплошных сред делится на следующие разделы: газовая механика, гидродинамика и механика деформируемых тел. Для указанной задачи требуется рассмотреть некоторые положения гидродинамики.

Для реализации описания движения жидкости используются функции: $v = v(x, y, z, t)$, означающая распределение скорости жидкой среды, давление жидкости $p(x, y, z, t)$, а также $\rho(x, y, z, t)$. Таким образом, в декартовой системе координат движение сплошной среды описывается следующим уравнением:

$$\begin{cases} \rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} + \rho F_x, \\ \rho \left(\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) = \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} + \rho F_y, \\ \rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \rho F_z, \end{cases}$$

где $v_x(x, y, z, t)$, $v_y(x, y, z, t)$, $v_z(x, y, z, t)$ - проекции скорости среды на соответствующие оси x, y, z , σ_{ij} - компоненты тензора напряжений, $F_x(x, y, z, t)$, $F_y(x, y, z, t)$, $F_z(x, y, z, t)$ - компоненты вектора массовой плотности объёмных сил, $\rho(x, y, z, t)$ - плотность сплошной среды.

Указанная система уравнений, иначе называемая уравнением Навье-Стокса, названная в честь двух учёных из смежных дисциплин: физика Анри Навье и математика Джорджа Стокса.

Для того, чтобы при расчётах движения жидкости учитывалась её вязкость, необходимо использовать векторный вариант уравнений Навье-Стокса:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} + \nu \Delta \vec{v} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \vec{f},$$

где $\nabla = \nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$ - векторный оператор набла, компонентами которого являются частные производные по координатам, $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \nabla \cdot \nabla$ - оператор Лапласа, t - время, ν - коэффициент кинематической вязкости, ρ - плотность, p - давление, $\vec{v} = (v^1, \dots, v^n)$ - векторное поле скорости, \vec{f} - векторное поле массовых сил.

Для некоторых случаев общее уравнение является избыточным, поэтому используются: уравнения Эйлера для идеальной жидкости, а также уравнения Навье-Стокса для вязкой ньютоновской жидкости.

Ньютоновская жидкость - вязкая жидкость, которая подчиняется закону вязкого трения Ньютона. Таким образом коэффициент пропорциональности между касательным напряжением и градиентом скорости называется вязкостью.

Имея все эти уравнения, можно приступить к моделированию указанной задачи.

Используя программное обеспечение OpenFoam, нужно задать следующие компоненты: колеблющийся канал, в качестве которого будет выступать канал между статичным параллелепипедом, и движущемся, уравнение Навье-Стокса, значения параметров в данном уравнении.

В качестве модели будет использована задача Dir.

Находясь в директории данной задачи, можем наблюдать папки в соответствии с рисунком (1).

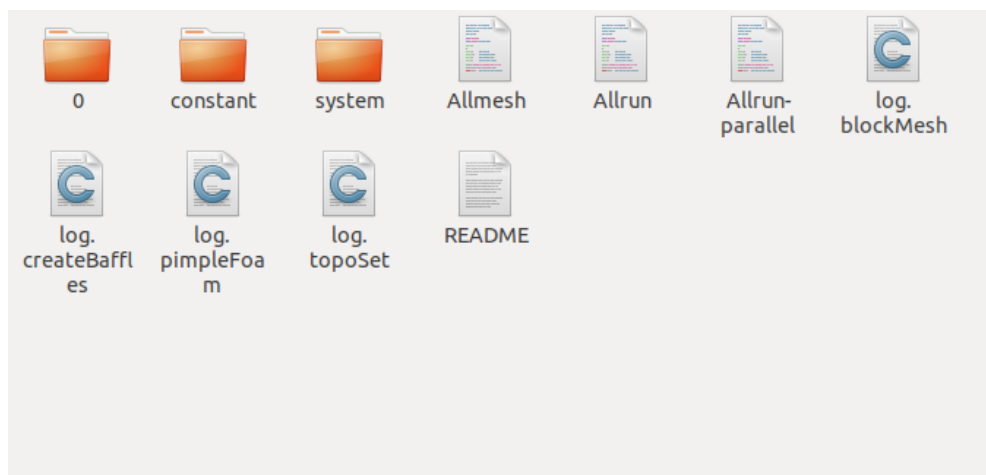


Рисунок 1 — Директория задачи

Текстовые файлы отвечают за техническую реализацию дополнительных вычислений и оптимизации работы в терминале.

Вначале, стоит построить геометрию фигур, используемых в качестве основы для колеблющегося канала. Это реализуется в файле `blockMeshDict` в директории `system`. В этом файле описываются границы статичного параллелепипеда, в направлении которого будет двигаться жидкость из второго параллелепипеда меньшего размера. Движущийся параллелепипед будет соединён с одной из сторон первого, поэтому при описании точек меньшей фигуры было учтено, что одна сторона должна лежать в пределах стороны большей фигуры. В этом же файле описываются стороны параллелепипедов, которые будут соответствовать отправной и конечной точками движения жидкости. В качестве начальной точки выбрана сторона меньшего параллелепипеда, конечной точки, соответственно, самая дальняя от неё сторона большего параллелепипеда.

Для того, чтобы реализовать создание фигур по указанным данным, нужно подать команду в терминал:

```
blockMesh
```

При этом в директории `constant` создастся директория `polyMesh`, в котором описаны все стороны, рёбра и вершины построенных параллелепипедов.

Для того, чтобы визуализировать информацию из папки `polyMesh`, следует использовать программу `ParaView`, которая будет вызываться с помощью команды:

```
paraFoam
```

Таким образом описана вся геометрия участвующих фигур и созданы их модели в соответствии с рисунком (2).

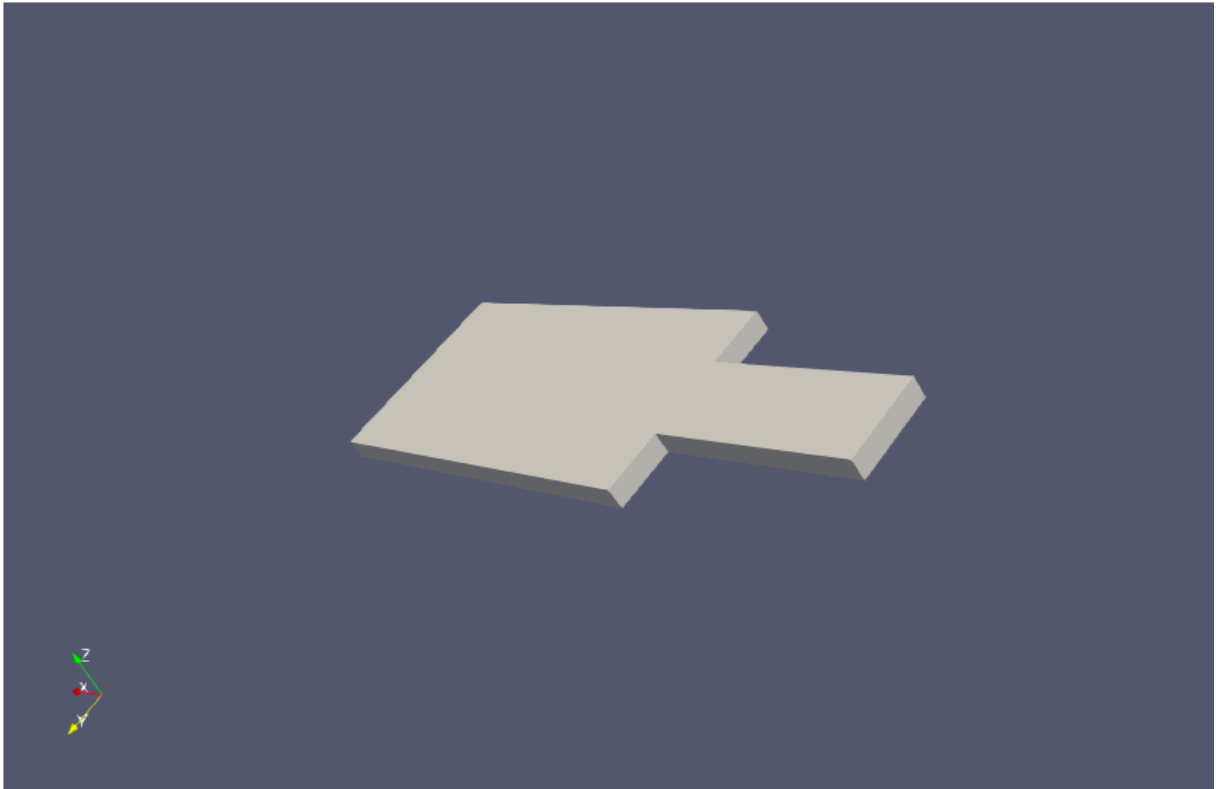


Рисунок 2 — Геометрия фигур

Стороны начала и конца движения можно наблюдать в соответствии с рисунком (3), они отмечены соответственно белым и зелёным цветом:

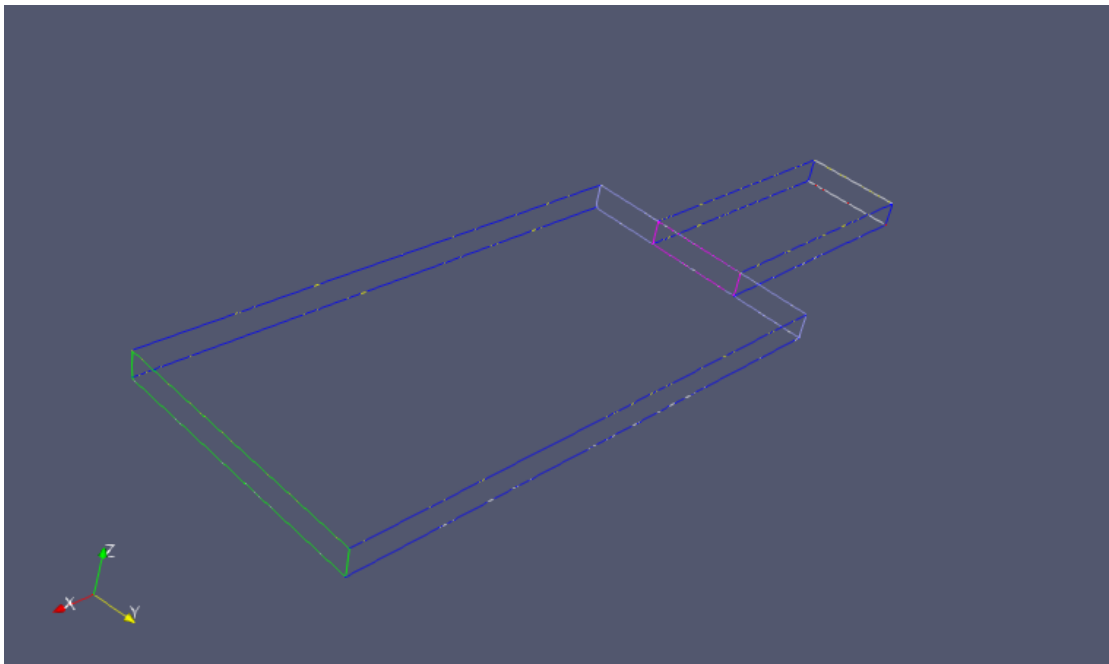


Рисунок 3 — Стороны начала и конца движения

Для моделирования движения жидкости используется алгоритм PIMPLE, являющийся комбинацией двух итерационных решателей: PISO (Pressure Implicit with Splitting of Operator) и SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations). Он используется потому, что остальные алгоритмы являются решателями для стационарных случаев.

Создав в папке `system` дополнительные файлы для обеспечения работы алгоритма, нужно создать начальный момент времени и параметры для этого момента. В директории `Dir` была создана папка `0`, в которой описываются текстовыми файлами состояние параметров для $t = 0$ с. Для того, чтобы учесть вязкость жидкости в директории `constant` был создан файл `transportProperties`, в котором указан тип жидкости, в нашем случае ньютоновская, а также вязкость жидкости:

```
transportModel Newtonian;  
nu [0 2 -1 0 0 0 0] 1e-6;
```

Для создания движения параллелепипеда существует файл `dynamicMeshDict`, в котором описано перемещение меньшей фигуры по оси y на 0.5 метра за один шаг времени, пока середина меньшего параллелепипеда не достигнет границы стороны большего. Тогда движение пойдёт в другую сторону до второй границы этой же стенки параллелепипеда. Так, получится 99 значений вычисляемых параметров, для каждого $t = 0.05 * i$, где $i = [0; 100]$. Время используется в секундах.

Таким образом описаны все необходимые параметры для алгоритма PIMPLE и дав в терминале команды:

```
pimpleFoam  
paraFoam
```

В директории задачи будет создано 99 дополнительных папок с находящимися внутри изменёнными параметрами скорости, давления и т.д. для каждого момента времени.

В начальный момент времени распределение векторов скорости выглядит в соответствии с рисунком (4).

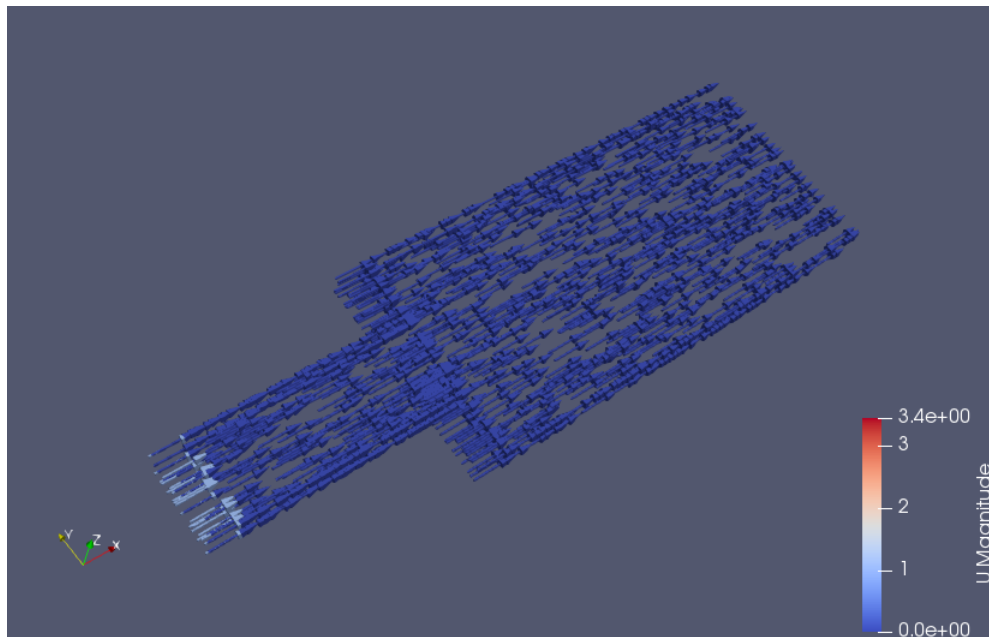


Рисунок 4 — Векторы скорости при $t = 0$

Приняв $t = 1$, получится картина в соответствии с рисунком (5).

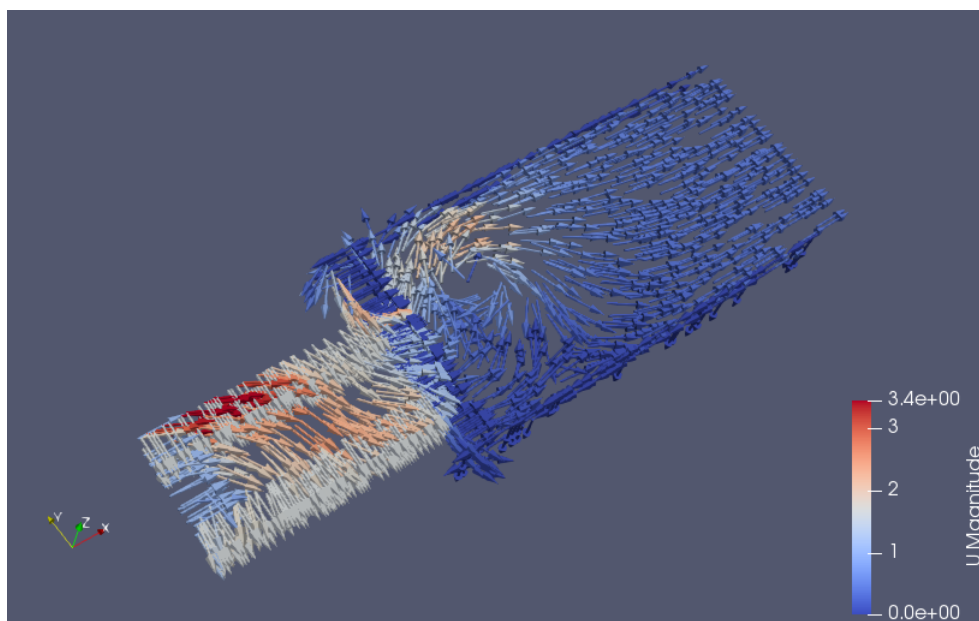


Рисунок 5 — Векторы скорости при $t = 1$

Для $t = 4.25$ получим ситуацию в соответствии с рисунком (6).

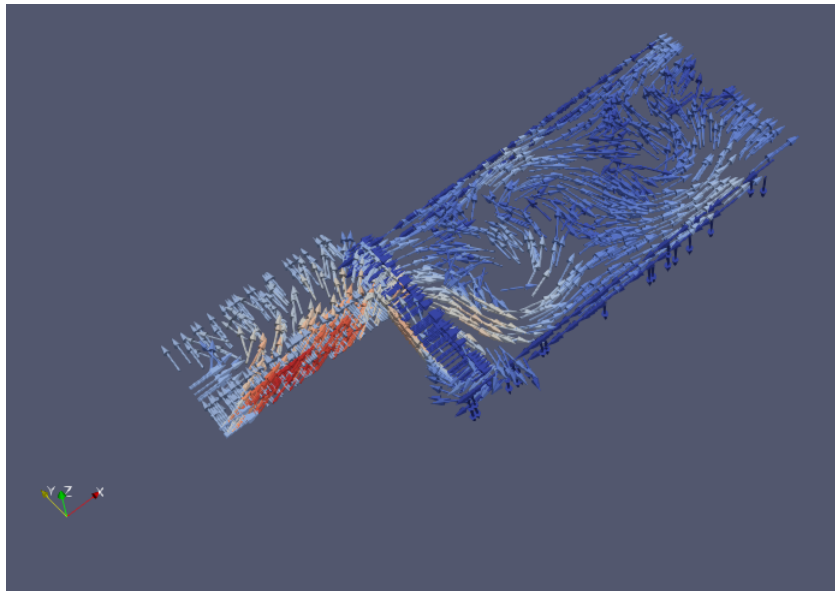


Рисунок 6 — Векторы скорости при $t = 4.25$

Таким образом видим, что при изменении положения движущегося параллелепипеда, направления скоростей меняется различным образом.

Для того, чтобы сравнить результаты вычисления движения жидкости при разных коэффициентах вязкости, возьмём $\nu = 10^{-8}$ Па·с. При $t = 1$ получим картину в соответствии с рисунком (7). А также получим результат при $t = 4.25$ в соответствии с рисунком (8).

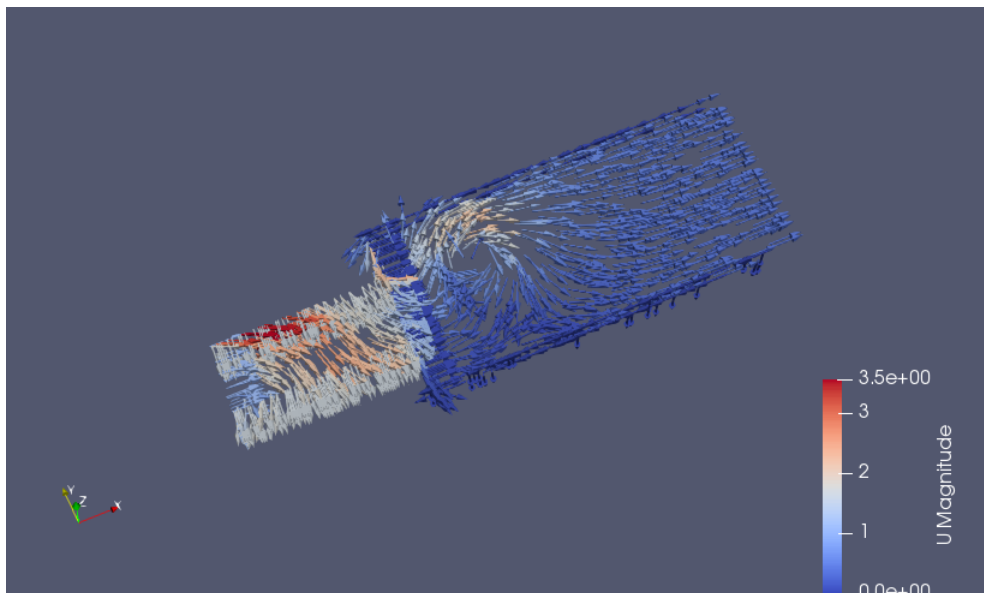


Рисунок 7 — Векторы скорости при $t = 1$

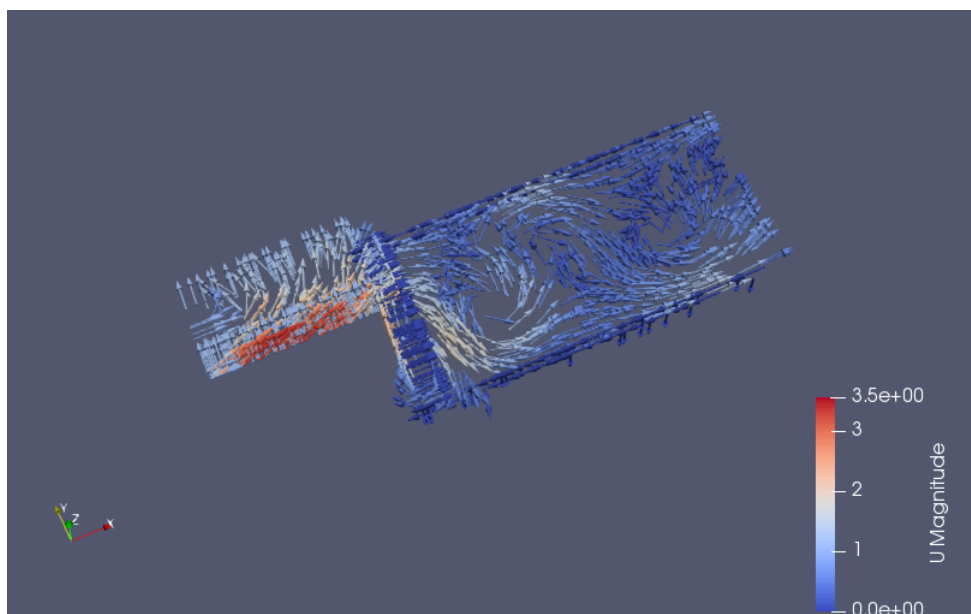


Рисунок 8 — Векторы скорости при $t = 4.25$

Таким образом, видно, что при уменьшении коэффициента вязкости жидкости, которая характеризует силу трения на единицу площади жидкости, средние значения скорости увеличились, что говорит о правильности построения модели, так как коэффициент вязкости означает силу сопротивления движения. Таким образом, чем меньше коэффициент вязкости - тем меньшую силу нужно приложить жидкости для её движения, по рисункам видно, что скорость увеличилась, а коэффициент был уменьшен.

Заключение. В данной бакалаврской работе были рассмотрены физические процессы движения жидкости, а также математическая интерпретация данной задачи. Был приведён ряд положений гидродинамики. Реализована визуальная модель движения жидкости в движущемся канале. Были проанализированы различия между моделями при разных коэффициентах вязкости.