

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.  
ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

**Дополненный многомасштабный анализ сигналов**

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студента 2 курса 2232 группы

направления 03.04.03 Радиофизика

института физики

Фомина Дмитрия Владимировича

Научный руководитель

д.ф.-м.н., профессор

\_\_\_\_\_

В.В. Астахов

Заведующий кафедрой

д.ф.-м.н., доцент

\_\_\_\_\_

Г.И. Стрелкова

Саратов 2023

## ВВЕДЕНИЕ

Вейвлет-анализ с несколькими разрешениями, называемый также многомасштабным вейвлет-анализом (МВА) или, реже, кратномасштабным вейвлет-анализом, является одним из самых популярных методов изучения сложных процессов на разных уровнях разрешения [1–3]. Он проводит разложение (декомпозицию) сигнала с использованием двух наборов сопряженных зеркальных фильтров для получения независимой информации в виде набором вейвлет-коэффициентов, которые описывают сигнал в неперекрывающихся частотных диапазонах. Этот инструмент особенно полезен, если результаты анализа должны включать не только знание конкретных частот / амплитуд, но и их поведение с течением времени. Последнее позволяет применять МВА для разных типов нестационарных процессов. Алгоритм метода МВА позволяет анализировать сигналы без их предварительной обработки (устранение тренда, фильтрация различных помех), поскольку на каждом этапе декомпозиции сигнала применяется полосовая фильтрация. Изменения в структуре сигнала вызывают соответствующие изменения в коэффициентах декомпозиции, и традиционно используемой мерой их вариабельности является дисперсия или стандартное отклонение. Однако этот показатель отражает лишь часть информации о вейвлет-коэффициентах, которой может быть недостаточно для диагностических целей. Недавно обсуждалось, как более тщательный анализ коэффициентов разложения может улучшить характеристику сложных процессов, и был предложен усовершенствованный подход [4, 5], объединяющий МВА с флуктуационным анализом на основе метода DFA. При работе с довольно короткими сигналами последних предпочтительным может быть статистический анализ коэффициентов с использованием моментов или кумулянтов.

**Целью выпускной квалификационной работы** является сравнительный анализ методов обработки вейвлет-коэффициентов на разных

уровнях разрешения, направленной на поиск диагностических критериев изменения динамики системы.

**Материалы исследования.** Исследования проводились с использованием сигналов ЭЭГ испытуемых при выполнении задач мелкой моторики, а также зашумленных последовательностей времен возврата с секущую Пуанкаре взаимодействующих автоколебательных систем, описываемых системами обыкновенных дифференциальных уравнений.

Выпускная квалификационная работа содержит введение, две главы (1. Теоретические сведения; 2. Применения дополненного метода МВА), заключение и список использованных источников. Общий объем работы 60 стр.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Теоретические сведения.** МВА на основе ДВП выполняет декомпозицию исследуемого сигнала с использованием блоков фильтров, построенных на основе масштабирующей функции  $\varphi(t)$  (фильтр нижних частот) и вейвлет-функции  $\psi(t)$  (фильтр верхних частот) посредством их сдвигов и перемасштабирования. Эти функции представляют собой сопряженные зеркальные фильтры, где  $\varphi(t)$  используется в качестве аппроксимирующей функции, а  $\psi(t)$  применяется для детального анализа структуры сигнала в различных диапазонах масштабов. МВА обеспечивает быстрое разложение с использованием пирамидальной схемы, которая приводит к получению наборов детальных вейвлет коэффициентов на каждом последующем уровне разрешения. На некотором уровне  $j_m$  сигнал  $x(t)$  представляется следующим образом

$$x(t) = \sum_k s_{j_m,k} \varphi_{j_m,k}(t) + \sum_{j \leq j_m} \sum_k d_{j,k} \psi_{j,k}(t) \quad (1)$$

и характеризуется набором коэффициентов аппроксимации  $s_{j_m,k}$  в дополнение к коэффициентам детализации  $d_{j,k}$  для  $j \leq j_m$ . Для этой цели

часто используются ортогональные вейвлет-базисы  $D^n$  семейства Добеши, хотя базис выбирается в зависимости от цели исследования, например, применяются избыточные ДВП, если данные содержат шум, который препятствует восстановлению сигнала по коэффициентам разложения.

При выполнении диагностики сложной динамики с использованием наборов экспериментальных данных следует ожидать, что шум может существенно влиять на вычисляемые характеристики. Если требуется полное сохранение информации о сигнале, то часто применяются избыточные базисы (например, в системах связи). Выбор базисной функции осуществляется как компромисс между ее размером (числом коэффициентов фильтров) и регулярностью (количеством нулевых моментов).

После разложения сигнала на наборы коэффициентов детализации  $d_{j,k}$ , относящихся к различным масштабам  $j$  (используя формулу (1)), выполняется их статистическое описание с помощью стандартных отклонений

$$\sigma_j = \sqrt{\frac{1}{J} \sum_{k=1}^J [d_{j,k} - \langle d_{j,k} \rangle]^2}, \quad \langle d_{j,k} \rangle = \sum_{k=1}^J d_{j,k} \quad (2)$$

где  $J$  – количество коэффициентов на уровне разрешения  $j$ . Зависимость стандартных отклонений от уровня разрешения была применена для определения предвестников разрушения двигателей, улучшения диагностики сердечной недостаточности, изучения процессов образования множества частиц, выявления специфических колебательных паттернов и т.д.

Подход, основанный на расчете стандартных отклонений вейвлет-коэффициентов детализации, позволяет выявить изменения флуктуаций  $d_{j,k}$ , вызванные флуктуациями сигнала  $x(t)$ . Несмотря на эффективность такого подхода, он учитывает только одну особенность распределения детальных вейвлет-коэффициентов, а именно ширину этого распределения. Изменения, связанные с ‘хвостами’ плотности вероятности, корреляциями между

коэффициентами разложения или формой функции распределения, упускаются из виду, когда речь идет только о мерах (4). Повысить эффективность диагностики на основе МВА можно на основе более детального анализа вейвлет-коэффициентов. Основная идея заключается в том, чтобы улучшить разделение между различными типами динамики за счет вычисления дополнительных характеристик.

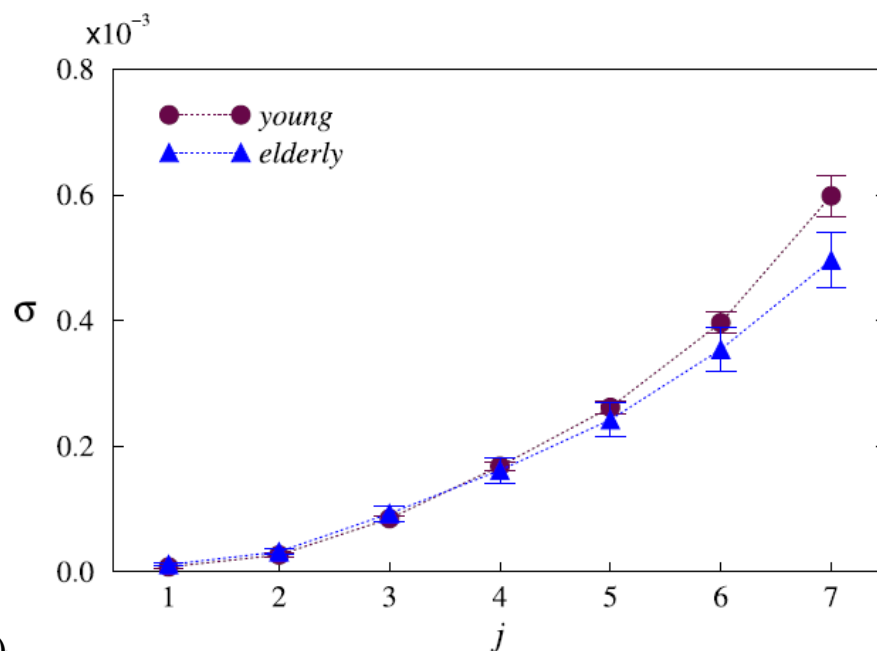
Для этой цели был предложен комбинированный метод, объединяющий МВА и флуктуационный анализ, который применяет DFA к наборам  $d_{j,k}$  для каждого уровня разрешения  $j$ . Другие способы статистического описания этих коэффициентов могут включать различные меры сложности. В простой версии, оценивается энтропия Шеннона  $H_j$  распределения  $d_{j,k}$ . Для количественной оценки «хвостов» функции плотности вероятности также можно вычислить асимметрию или эксцесс.

**Применения дополненного метода МВА.** В проводимом исследовании изучалась возможность диагностики возрастных изменений в сигналах ЭЭГ на основе дополненного метода МВА для случая решения задач мелкой моторики, включающих сжатие кисти руки в кулак. Исследования проводились на двух группах испытуемых – молодых и пожилых. Сегменты ЭЭГ, относящиеся к каждой части задачи (сжатие руки, удержание руки в сжатом состоянии и разжимание кулака), были извлечены для дальнейшего анализа. Использовались сегменты, включающие 2 секунды базовой ЭЭГ, предшествующей двигательному заданию, 4-5 секунд самих заданий (в течение этого периода времени доброволец сжимал руку и удерживал кулак в сжатом состоянии), 6-8 секунд разжимание кулака и пауза перед следующим заданием. В ходе визуального осмотра были выбраны сегменты ЭЭГ, менее искаженные артефактами.

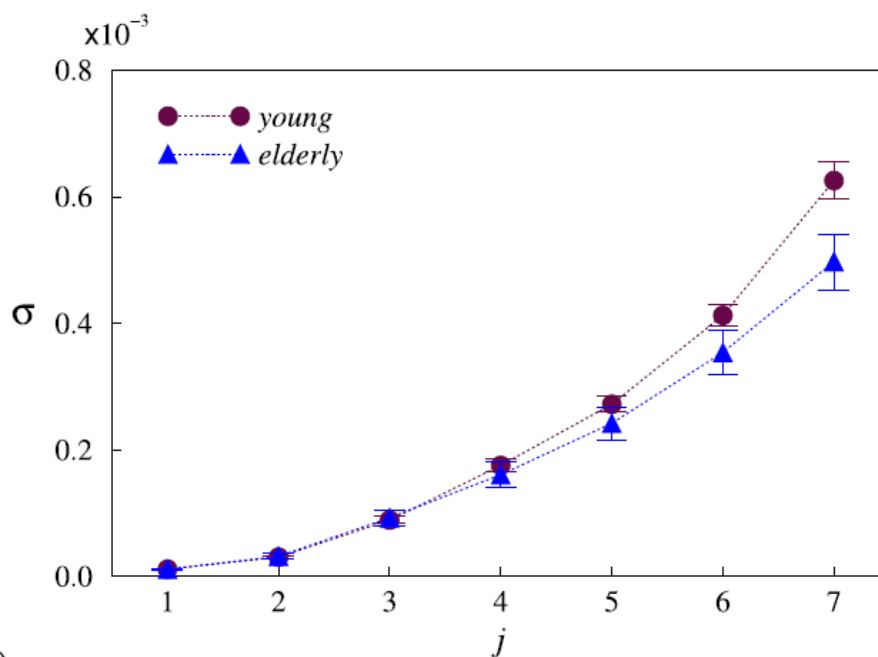
Системы с изменяющейся во времени динамикой часто демонстрируют возрастающую зависимость  $\sigma_j$ . На небольших масштабах изменения локального среднего значения и другие типы нестационарного поведения

обычно не оказывают существенного влияния на вероятностное распределение детальных вейвлет-коэффициентов, поскольку короткие сегменты данных могут быть интерпретированы как части стационарного процесса, и характеристики, оцененные по этим сегментам, могут сильно варьироваться лишь в нескольких случаях, таких как кратковременные выбросы (артефакты или сбои записывающего оборудования). При переходе к каждому следующему уровню разрешения (от  $j$  до  $j + 1$ ) длина сегментов удваивается и становится сопоставимой со всем временным рядом в конце процедуры пирамидальной декомпозиции. В результате переходные процессы и другие медленные нестационарные компоненты могут оказывать более сильное влияние, и флуктуации  $d_{j,k}$  растут. Изменяющаяся во времени динамика физиологических систем не обязательно обусловлена записывающим оборудованием или неподходящими экспериментальными процедурами. Часто она отражает реакции на изменение состояния системы, которые важны для диагностических целей, и такие типы нестационарного поведения не следует исключать из анализа данных. Задачи на мелкую моторику, рассмотренные в этом исследовании, являются примером случая, когда ожидается изменяющаяся во времени динамика ЭЭГ, а предметом исследования являются различия в реакциях молодых и пожилых людей. Поскольку временные интервалы, связанные со сжатием руки в кулак, значительно превышают шаг выборки, мы ожидаем, что дисперсия  $d_{j,k}$  будет увеличиваться с увеличением  $j$ .

Рисунок 1 подтверждает это ожидание для двух групп добровольцев. Здесь было выполнено двухэтапное усреднение: первый шаг - усреднение по всем индивидуальным задачам и каналам для каждого участника, а второй шаг - усреднение по группе участников (среднее значение  $\pm$  ошибка среднего). В дополнение к растущей зависимости  $\sigma_j$  отметим, что более высокие уровни разрешения лучше подходят для обнаружения возрастных эффектов.



(a)



(б)

Рисунок 1 – Стандартные отклонения вейвлет-коэффициентов детализации в зависимости от уровня разрешения для сегментов ЭЭГ, связанных со сжатием руки в кулак, в двух группах добровольцев: (а) движения левой, (б) движение правой руки. Результаты приведены в виде средних значений  $\pm$  стандартная ошибка среднего.

Это может быть объяснено рассмотрением более подходящих временных интервалов для выделения различий: большие временные масштабы (сравнимые с выполнением самой задачи) являются более

информативными для изучения реакций электрической активности мозга, чем гораздо более короткие временные интервалы, связанные с очень маленькими частями задачи. Рисунок 1 представляет собой иллюстрацию различий между реакциями в группах добровольцев на движения доминирующей (в данном случае, правой, так как в группах добровольцев не было левшей) и не доминирующей (левой) рукой. В обоих случаях наблюдается достоверное разделение групп испытуемых, например, для  $j = 7$  ( $p < 0,05$  согласно критерию Манна-Уитни). Согласно проведенным исследованиям, у молодых людей наблюдаются гораздо более сильные различия между характеристиками ЭЭГ для движений левой и правой рукой.

Рассмотрим отличия более внимательно на 6-м уровне разрешения. Пожилые добровольцы характеризуются почти одинаковыми значениями  $\sigma_6$  для таких движений, т.е. у них заметно меньшие различия между реакциями на двигательные задачи, выполняемые доминирующей и недоминирующей рукой. Таким образом, величина  $\Delta\sigma_j = \sigma_j^{left} - \sigma_j^{right}$  может быть использована для количественной оценки межгрупповых различий. Далее мы сравним  $\Delta\sigma_6$  и аналогичные показатели для других кумулянтов, а именно, асимметрии  $\Delta A_j = A_j^{left} - A_j^{right}$  и эксцесса  $\Delta E_j = E_j^{left} - E_j^{right}$ .

Мы сравнили эффективность кумулянтов в выявлении возрастных эффектов на основе  $t$ -критерия Стьюдента и провели поиск максимального значения  $t$ , которое количественно характеризует статистические различия между характеристиками сегментов ЭЭГ в вейвлет-пространстве, связанные с движениями левой и правой руки для всех ЭЭГ-каналов и всех уровней разрешения, т.е. для  $\Delta\sigma_j$ ,  $\Delta A_j$ ,  $\Delta E_j$ ,  $j \in [1, 7]$ . Большие значения  $t$  получены для асимметрии ( $\Delta A_j$ ) и эксцесса ( $\Delta E_j$ ),  $10,32 \pm 0,46$  и  $7,26 \pm 0,37$  соответственно по сравнению с  $2,38 \pm 0,23$  для  $\Delta\sigma_j$ , и, следовательно, оценка этих кумулянтов позволяет выявить более значительные различия между распределениями вероятностей  $d_{j,k}$  для записей ЭЭГ у молодых и пожилых людей при сравнении задач мелкой моторики, выполняемых правой и левой рукой. Это



также подтверждается оценкой среднего количества каналов, где такие различия значительны. В частности, усредненное число каналов с достоверными различиями между группами для уровня значимости  $p < 0.05$  составляет: 6 – для  $\Delta\sigma_6$ , 19 – для  $\Delta A_6$ , 19 – для  $\Delta E_6$ . Эти результаты не означают, что дисперсия или стандартное отклонение являются неподходящими мерами для описания возрастных эффектов. Главный вывод заключается в том, что анализ, основанный на различных характеристиках вейвлет-коэффициентов, предпочтителен для диагностических целей.

Далее на модельных системах был выполнен анализ эффектов шума на диагностику режимов сложных автоколебаний. Исследования проводились на примере двух типов сложной динамики, а именно хаотических и гиперхаотических колебаний, генерируемых моделью взаимодействующих систем Ресслера. К последовательностям времен возврата в секущую Пуанкаре для синхронного хаотического аттрактора (СА) и гиперхаотического аттрактора (НА) добавлялся нормально распределенный случайный процесс (белый шум) с интенсивностью  $I$ . Для детерминированной динамики модели, соответствующей  $I = 0$ , существует четкое различие между свойствами хаотических и гиперхаотических движений, характеризуемое различными показателями. В частности, рисунок 2 иллюстрируют результаты для стандартных отклонений детальных вейвлет-коэффициентов (рисунок 2а) и показателя скейлинга метода DFA (рисунок 2б) для уровня разрешения  $j = 1$ .

Когда интенсивность  $I$  белого шума увеличивается, эти показатели меняют свои значения, хотя эффекты, вызванные шумом, различаются. Для стандартных отклонений детальных вейвлет-коэффициентов наблюдается увеличение  $\sigma_1$  для обоих типов сложных движений. Несмотря на то, что зависимости  $\sigma_1(I)$  различны во всем диапазоне  $I$ , разделение между хаотической и гиперхаотической динамикой при  $I > 0.4$  становится неоднозначным (не описывается простым условием пересечения порогового

значения), и аттракторы СА и НА могут быть перепутаны, если соответствующие им наборы данных содержат разные уровни измерительного шума.

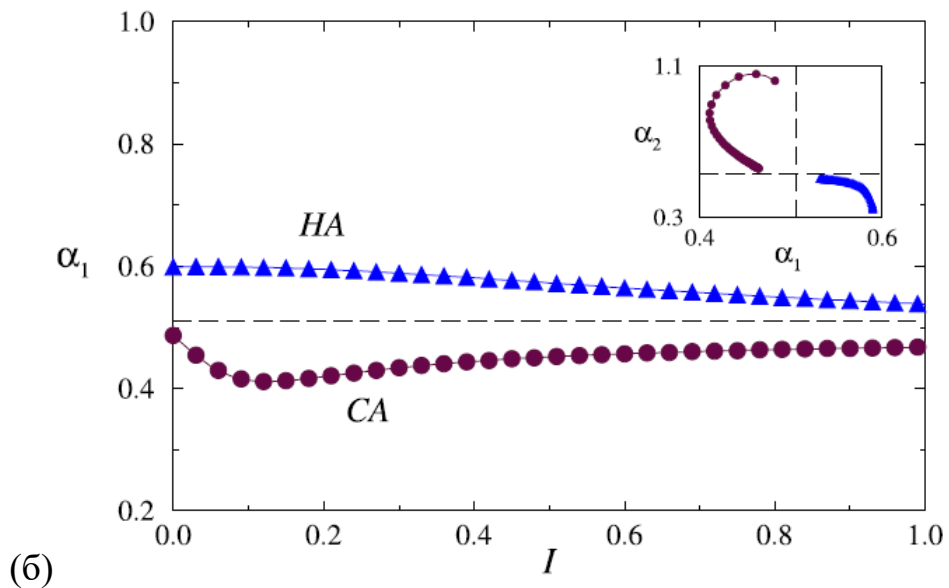
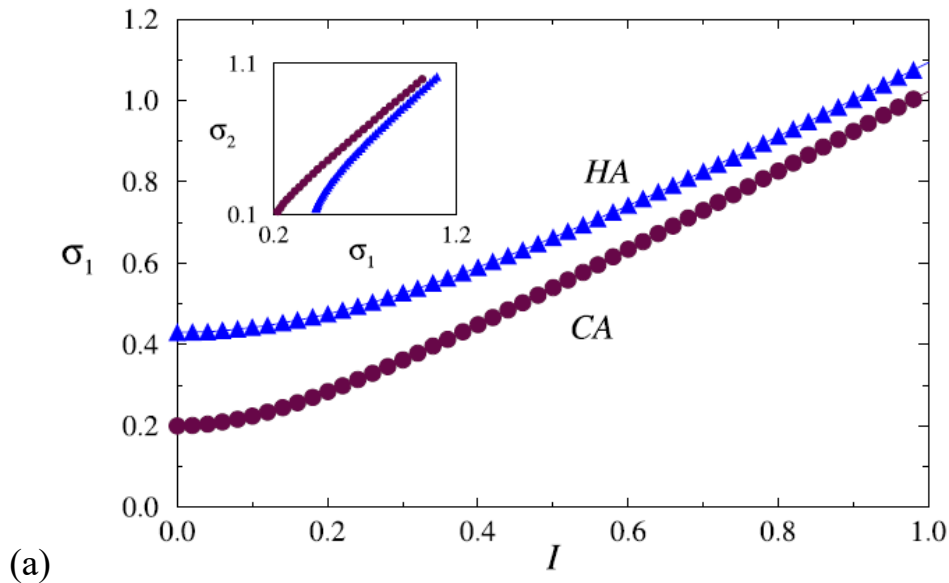


Рисунок 2 – Зависимости  $\sigma_1$  (а) и  $\alpha_1$  (б) от интенсивности  $I$  белого шума, добавленного к последовательностям времен возврата аттракторов СА и НА. На вставках показаны результаты на плоскости характеристик, вычисленных для первых двух уровней разрешения.

Следовательно, мы можем идентифицировать каждый тип сложной динамики по зашумленным последовательностям времен возврата, если

измерительный шум обладает одинаковыми свойствами, но даже в этом случае нам нужно ввести довольно сложную границу между результатами для этих режимов, которая зависит от интенсивности шума. Вставки на рисунке 1 иллюстрируют результаты на плоскости вычисляемых характеристик для уровней разрешения  $j = 1$  и  $j = 2$ . Они подтверждают, что показатели скейлинга DFA позволяют лучше разделять сложные движения, связанные с аттракторами СА и НА, независимо от интенсивности шума в диапазоне  $I \in [0.0; 1.0]$ . В отличие от постоянных значений  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , использование стандартных отклонений требует более сложной границы между областями, относящимися к СА и НА.

Аналогичные исследования с использованием модели двух связанных систем Лоренца также показывают, что обычный метод МВА может быть не лучшим выбором.

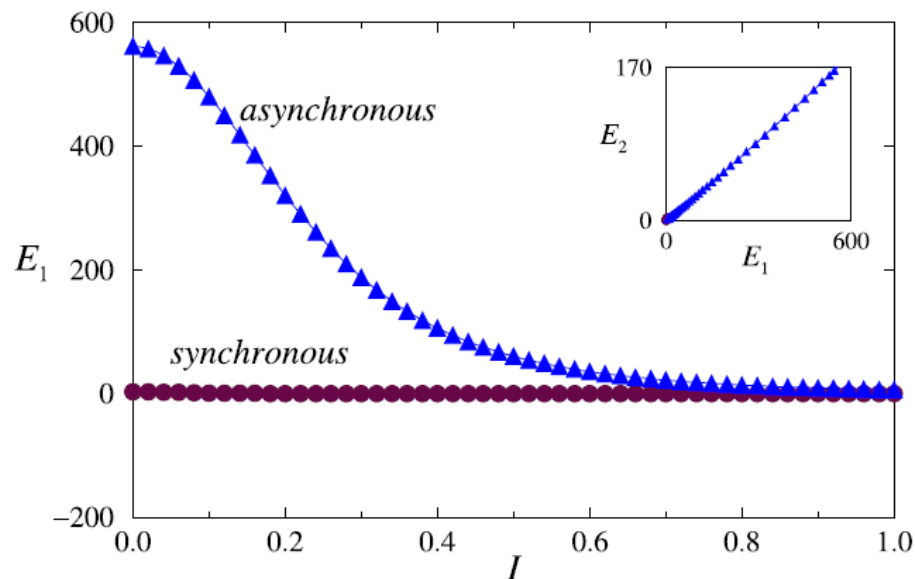


Рисунок 3 – Зависимости  $E_1$  от интенсивности  $I$  белого шума, добавленного к последовательностям времен возврата синхронных и асинхронных аттракторов в связанных системах Лоренца. На вставках показаны результаты на плоскости характеристик, вычисленных для первых двух уровней разрешения.

В этом примере (рисунок 3) разделение между синхронной и асинхронной динамикой хорошо обеспечивается с помощью эксцесса, который характеризует «хвосты» функции плотности вероятности вейвлет-коэффициентов. Различия очевидны в диапазоне  $I < 0,6$ . На рисунке 3 показаны результаты для случая белого шума. Рассмотрение другой статистики шума (антикоррелированный случайный процесс,  $1/f$ -шум) подтверждает эти выводы.

Таким образом, в данной ВКР рассмотрено, как модификация МВА, которая включает тщательный анализ коэффициентов разложения, способна улучшить диагностику режимов функционирования сложных систем на основе экспериментальных данных.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- [1] Vetterli, M. Wavelets and subband coding / M. Vetterli, J. Kovacevic. – NJ: Prentice Hall, 1995.
- [2] Akansu, A. N. Multiresolution signal decomposition: transforms, subbands and wavelets / A. N. Akansu, R. A. Haddad. – San Diego: Academic Press, 2001.
- [3] Abbate, A. Wavelets and subbands. Fundamentals and applications / A. Abbate, C. De Cusatis, P. K. Das. – Boston: Birkhauser, 2002.
- [4] Павлов, А. Н. Модифицированный метод флуктуационного анализа нестационарных процессов / А. Н. Павлов, О. Н. Павлова, А. А. Короновский (мл.) // Письма в ЖТФ. – 2020. – Т. 46, вып. 6. – С. 47–50.
- [5] Pavlov, A. N. Detrended fluctuation analysis of cerebrovascular responses to abrupt changes in peripheral arterial pressure in rats / A. N. Pavlov, A. S. Abdurashitov, A. A. Koronovskii Jr., O. N. Pavlova, O. V. Semyachkina-Glushkovskaya, J. Kurths // Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat. – 2020. – V. 85. – P. 105232.