

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

**Эффекты синхронизации в многослойной сети кубических отображений
с коэффициентами межслойных связей, задаваемыми источниками
цветного шума**

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студента(ки) 2 курса 2232 группы
направления 03.04.03 Радиофизика
Института физики
Стальмахович Артема Васильевича

Научный руководитель
профессор, д.ф.-м.н., профессор _____ Т.Е. Вадивасова

Зав. кафедрой радиофизики
и нелинейной динамики,
д.ф.-м.н., доцент _____ Г.И. Стрелкова

Саратов 2023 г.

Тема выпускной квалификационной работы:

Эффекты синхронизации в многослойной сети кубических отображений с коэффициентами межслойных связей, задаваемыми источниками цветного шума

Цель работы:

Исследование синхронизации сложных кластерных структур в многослойной сети хаотических бистабильных отображений при случайном характере межслойных связей, интенсивность которых задается независимыми источниками цветного гауссова шума. В соответствии с поставленной целью решались следующие задачи:

- Разработка и применение специальной разработанной программы для получения диаграмм степени синхронизации двух слоев сети на плоскости параметров.
- Построение двумерных диаграмм значений погрешности синхронизации на плоскости параметров, характеризующих ширину спектра и интенсивность шума связи для однородных и неоднородных слоёв при различном выборе начальных структур, устанавливающихся в слоях без взаимодействия.
- Разработка и применение программы для получения диаграммы мгновенных состояний многослойной сети отображений с коэффициентами межслойной связи, задаваемыми независимыми источниками цветного гауссова шума.

Построение диаграммы мгновенных состояний для сети кубических отображений, состоящей из 10 слоев.

Исследуемая модель

Рассматривается мультиплексная двухслойная и многослойные сети, составленные из слоев (колец) идентичных кубических отображений с диссипативной нелокальной связью элементов в слое и случайной связью

между элементами двух слоев.

Уравнения для двухслойной системы имеют вид:

$$x_{j1}(n+1) = f(x_{j1}(n)) + \frac{\sigma_1}{2P} \sum_{k=j-P}^{j+P} [f(x_{k1}(n)) - f(x_{j1}(n))] + k(y_j) [f(x_{j2}(n)) - f(x_{j2}(n))],$$

$$x_{j2}(n+1) = f(x_{j2}(n)) + \frac{\sigma_2}{2P} \sum_{k=j-P}^{j+P} [f(x_{k2}(n)) - f(x_{j2}(n))] + k(y_j) [f(x_{j1}(n)) - f(x_{j2}(n))],$$

$$y_j(n+1) = (1-\gamma)y_j(n) + \sqrt{2\gamma}\xi_j(n), \quad j = 0, 2, \dots, N-1,$$

$$f(x) = (\alpha - x^2)x \exp\left(-\frac{x^2}{10}\right), \quad k(y) = k_0 + D\sqrt{1-\frac{\gamma}{2}}y,$$

Граничные условия: $x_{j\pm N,i}(n) = x_{j,i}(n)$, $i = 1, 2$.

y_j - источник нормированного цветного дискретного шума, D - интенсивность шума,

ξ_j - независимые источники дискретного белого гауссова шума,

$j=0, 1, 2, \dots, N-1$ — номер элемента в слое, $i = 1, 2$ — номер слоя.

Фиксированные параметры

Размер слоев ансамбля: $N = 1000$

Постоянная составляющая коэффициента межслойной связи: $k_0 = 0.0$

Управляющие параметры

Интенсивность случайной связи между кольцами D и параметр цветного шума γ будут рассматриваться как управляющие и меняться в ходе исследований.

Количественная характеристика степени синхронизации структур

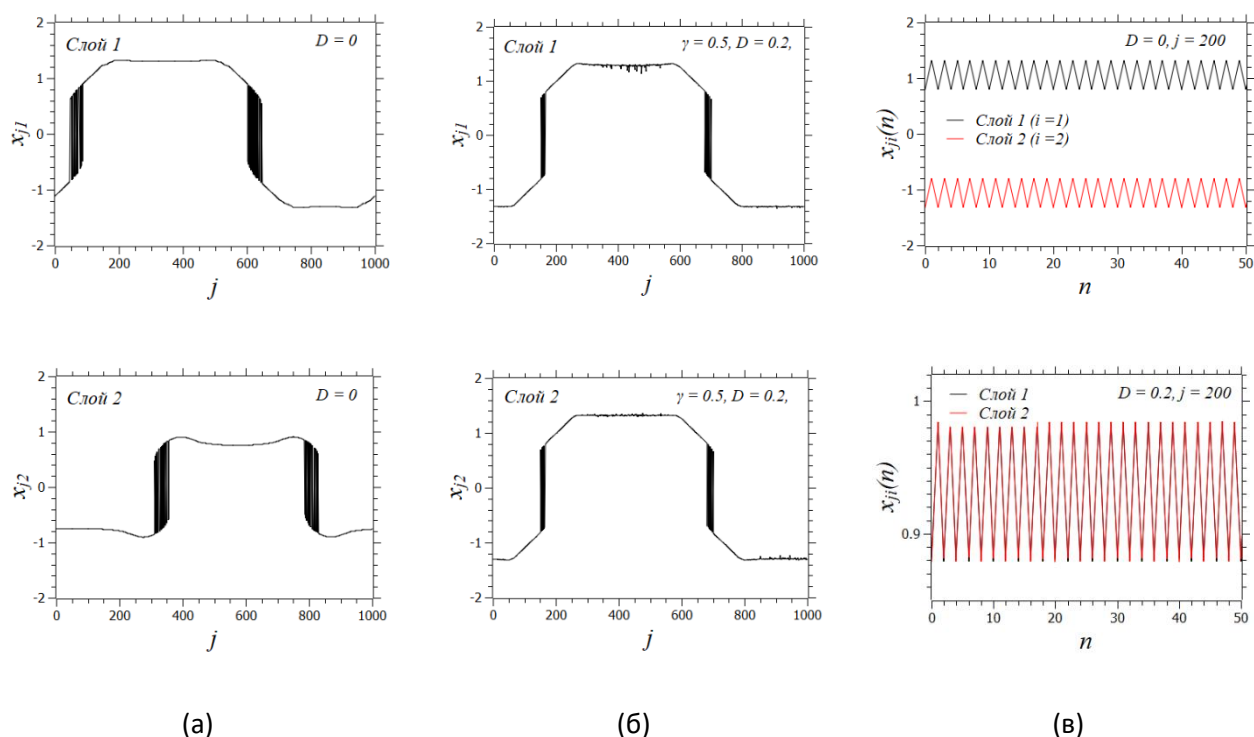
Для количественной оценки степени синхронизации двух слоев рассчитывалась средняя по элементам слоев и по времени погрешность синхронизации δ , определяемая по формуле:

$$\delta = \frac{1}{n_{it}} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{n_c} \sum_{j=0}^N (x_{j2}^{(n)} - x_{j1}^{(n)})^2,$$

где n_{it} — число итераций, для которых проводилось усреднение.

Химерные состояния во взаимодействующих слоях

проиллюстрированы на рисунке ниже. На фрагменте (а) приведены мгновенные пространственные профили в двух слоях, на фрагменте (в) в верхнем ряду приведены реализации колебаний во времени для элементов двух слоев с номерами $j=200$. При включении случайной межслойной связи можно наблюдать частичную синхронизацию пространственно-временной динамики слоев, что отражено на (б) и на нижнем фрагменте (в).



Мгновенные пространственные профили в двух идентичных слоях сети в отсутствии связи между слоями (а) и при случайной связи с параметрами $k_0 = 0$, $D = 0.2$ (б). Колебания элементов двух слоев с номером $j=200$ приведены на фрагментах (в) в отсутствии связи (вверху) и при случайной связи с параметрами $k_0 = 0$, $D = 0.2$ (внизу).

Была исследована эволюция режимов в двух слоях при увеличении интенсивности случайной связи D .

С ростом D происходит следующее: кластеры исчезают, а структура выстраивается одинаково в обоих слоях, но на фоне кластера возникают отдельные выбросы- уединенные состояния.

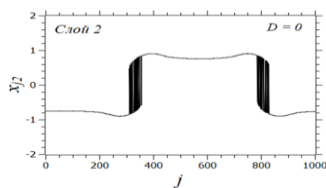
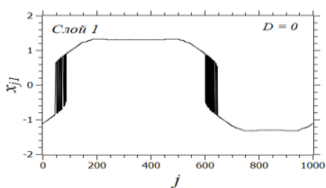
С помощью разработанной программы были проведены исследования синхронизации в идентичных и неидентичных слоях двухслойной сети кубических отображений. В качестве начальных состояний слоев были выбраны химерные состояния, реализующиеся в идентичных слоях при определенных начальных условиях и рассмотренные ранее в ВКР бакалавра.

Были построены двумерные диаграммы значений дельты на плоскости параметров "гамма-D" для идентичных и неидентичных слоёв.

Однородная двухслойная сеть

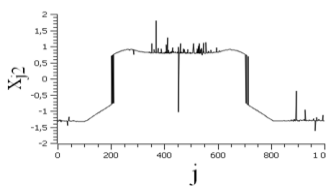
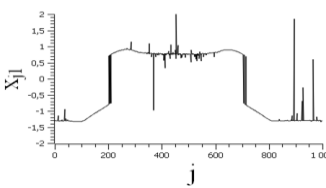
$\gamma = 0.01$

$D = 0$



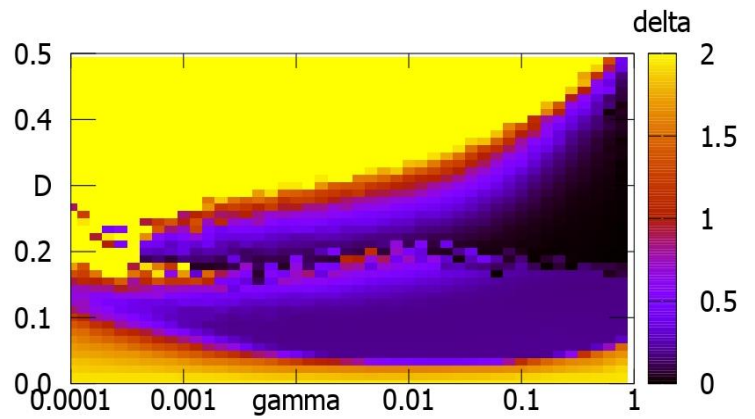
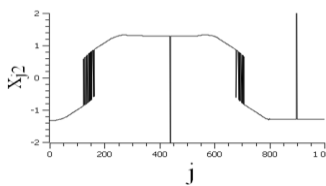
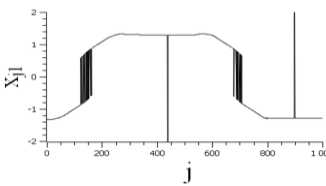
$\gamma = 0.1$

$D = 0.3$



$\gamma = 1$

$D = 0.3$

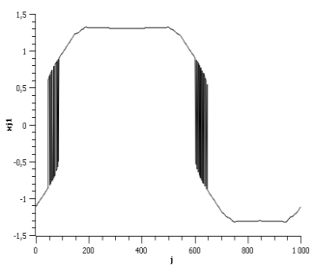


Области несинхронных и синхронных состояний в сети с идентичными слоями на плоскости параметров $\gamma - D$. Тёмная область соответствует синхронизации, определяемой условием $\delta \leq 0.00001$. Параметры сети (1): $N = 1000$, $\alpha = 2.4$, $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.42$, $P = 100$, $\gamma = 0.01$.
 Время установления после введения межслойной связи -- $n_0 = 20000$, время расчета величины δ -- $n_1 = 10000$

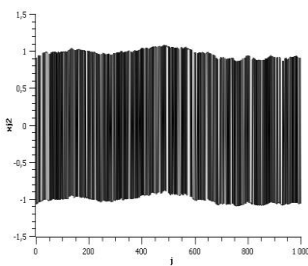
Были построены мгновенные пространственные профили в двух неидентичных слоях сети в отсутствии связи между слоями ($k_0 = 0, D = 0$). Поведение во времени элементов двух слоев с номером $j = 200$ приведены на рисунках в отсутствии связи. Время установления режимов без связи $t_{00} = 20000$.

Были построены двумерные диаграммы значений дельты на плоскости параметров "гамма-D" для неоднородных слоёв.

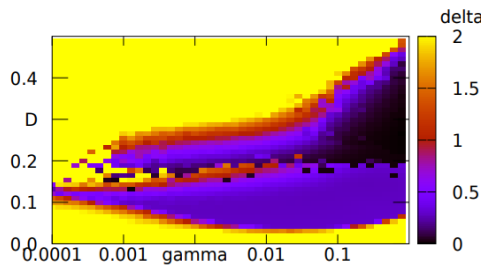
Синхронизация в неоднородной сети



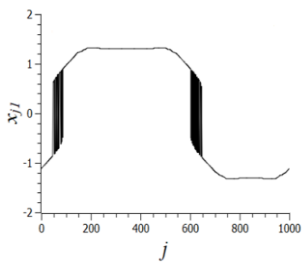
$$\alpha_1 = 2.4$$



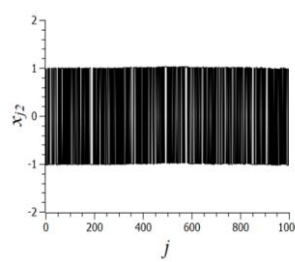
$$\alpha_2 = 2.7$$



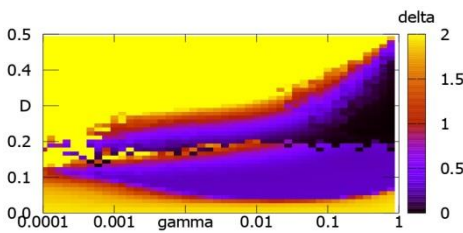
Тёмная область соответствует синхронизации, $\delta \leq 0.00001$.
 Параметры сети: $N = 1000, \alpha_1 = 2.4, \alpha_2 = 2.7, \sigma_1 = \sigma_2 = 0.42, P = 100$



$$\sigma_1 = 0.42$$



$$\sigma_2 = 0.2$$



Тёмная область соответствует частичной синхронизации, определяемой условием $\delta \leq 0.005$.
 Параметры сети: $N = 1000, \alpha = 2.4, \sigma_1 = 0.42, \sigma_2 = 0.2, P = 100$

Уравнения для многослойной системы имеют вид:

$$x_{j,i}(n+1) = f(x_{j,i}(n)) + \frac{\sigma_i}{2P} \sum_{k=j-P}^{j+P} [f(x_{k,i}(n)) - f(x_{j,i}(n))] + k(y_{j,i}) [f(x_{j,i-1}(n)) + f(x_{j,i+1}(n)) - 2f(x_{j,i}(n))],$$

$$y_{j,i}(n+1) = (1 - \gamma)y_{j,i}(n) + \sqrt{2\gamma} \xi_{j,i}(n), \quad j = 0, 1, 2, \dots, N-1, \quad i = 1, 2, \dots, M = 10,$$

где

$$f(x) = (\alpha - x^2)x \exp\left(-\frac{x^2}{10}\right), \quad k(y) = k_0 + D \sqrt{1 - \frac{\gamma}{2}} y,$$

Граничные условия: $x_{j \pm N, i}(n) = x_{j, i}(n)$; $x_{j, 0}(n) = x_{j, 1}(n)$; $x_{j, M+1}(n) = x_{j, M}(n)$.

$y_{j,i}(t)$ - источник нормированного цветного дискретного шума, D - интенсивность шума,

$\xi_{j,i}(t)$ - независимые источники дискретного белого гауссова шума, $j=0, 1, 2, \dots, N-1$ — номер элемента в слое, $i = 1, 2, \dots, M$ — номер слоя.

Фиксированные параметры

Размер слоев ансамбля: $N = 1000$

Постоянная составляющая коэффициента межслойной связи: $k_0 = 0.0$

Управляющие параметры

Интенсивность случайной связи между кольцами D и параметр цветного шума γ будут рассматриваться как управляющие и меняться в ходе исследований.

Количественная характеристика степени синхронизации структур

Для количественной оценки степени синхронизации двух слоев рассчитывалась средняя по элементам слоев и по времени погрешность синхронизации δ , определяемая по формуле:

$$\delta = \frac{1}{n_{it}} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{n_c} \sum_{j=0}^N (x_{j2}^{(n)} - x_{j1}^{(n)})^2,$$

где n_{it} — число итераций, для которых проводилось усреднение.

Однородная многослойная сеть

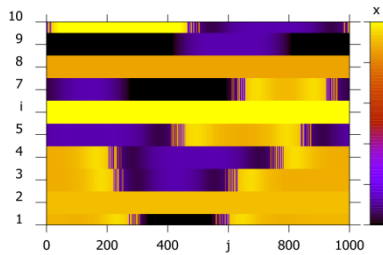


Диаграмма мгновенных

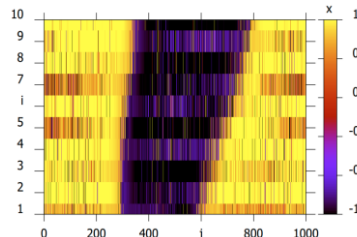
состояний в многослойной сети без связи между слоями ($D=0$).

Случайные начальные условия

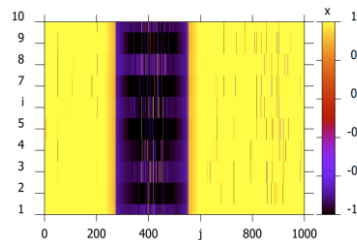
соответствуют

инициализирующей переменной

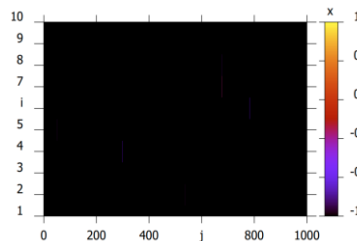
$idumn = -430$.



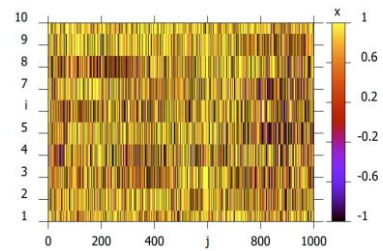
$D = 0.2, \gamma = 0.0001$



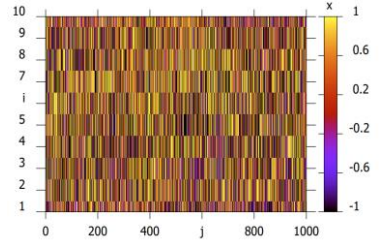
$D = 0.2, \gamma = 0.1$



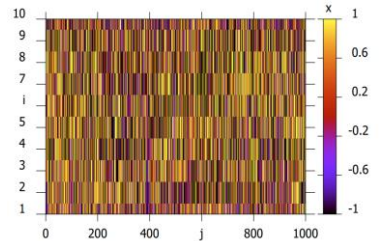
$D = 0.2, \gamma = 1$



$D = 0.5, \gamma = 0.0001$



$D = 0.5, \gamma = 0.1$



$D = 0.5, \gamma = 1$

Проведенные исследования показали, что при слабом шуме, как низкочастотном, так и белом, в многослойной сети с шумовой связью слоев наблюдается частичная синхронизация, как в пределах слоев, так и между слоями. В пределах отдельных слоев можно наблюдать исчезновение большинства некогерентных кластеров. При этом, во многих слоях устанавливается режим, близкий к пространственно-однородному. Для исходной структуры эффект, близкий к глобальной синхронизации, имел место при $\gamma = 0.1, D = 0.2$. При этом во всех слоях в результате взаимодействия устанавливалась одинаковая кластерная структура с двумя одинаково расположенными кластерами. Эта структура не являлась химерой, так как оба кластера были когерентными.

С ростом интенсивности шума, для любого значения γ происходит рост случайных флуктуаций пространственного распределения состояний и эффекты частичной синхронизации перестают наблюдаться.

Неоднородная многослойная сеть

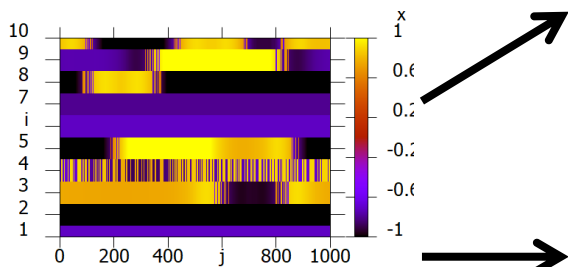
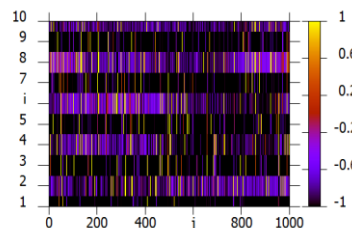
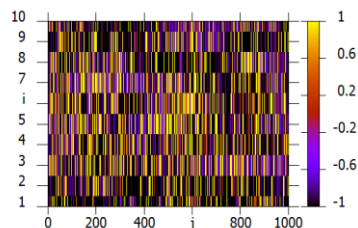


Диаграмма мгновенных состояний в многослойной сети без связи между слоями ($D=0$).

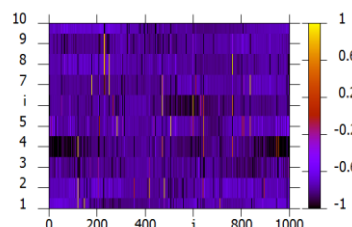
Случайные начальные условия соответствуют инициализирующей переменной $idump = -430$.



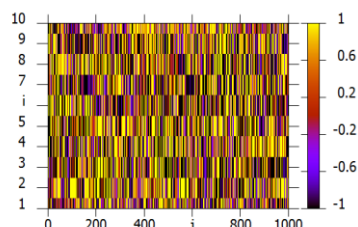
$D = 0.2, \gamma = 0.0001$



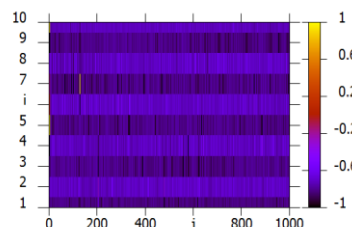
$D = 0.5, \gamma = 0.0001$



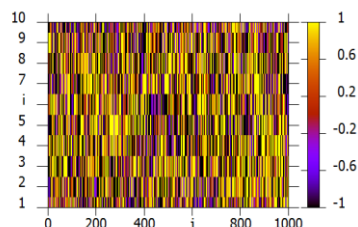
$D = 0.2, \gamma = 0.1$



$D = 0.5, \gamma = 0.1$



$D = 0.2, \gamma = 1$



$D = 0.5, \gamma = 1$

Проведенные исследования показали, что при слабом шуме, как низкочастотном, так и белом, в многослойной сети с шумовой связью слоев наблюдается частичная синхронизация, как в пределах слоев, так и между слоями. В пределах отдельных слоев можно наблюдать исчезновение большинства некогерентных кластеров. Глобальная синхронизация (синхронизация всех слоев) для исходной структур не наблюдалась ни при каких параметрах шума связи. С ростом интенсивности шума, для любого значения γ происходит рост случайных флуктуаций пространственного распределения состояний и эффекты частичной синхронизации перестают наблюдаться.

Выводы:

На основании проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

- В мультиплексной сети нелокально-связанных кубических отображений в бистабильном хаотическом режиме с межслойной связью, задаваемой независимыми источниками цветного гауссова шума, наблюдаются эффекты синхронизации сложных пространственных структур, таких как химеры.
- Для двухслойной однородной сети возможно получить полную синхронизацию слоев, а для неоднородной сети, с различными характеристиками внутрислойной связи, возможно добиться синхронизации с малой погрешностью δ .
- Синхронизация наблюдается для достаточно широкополосного шума в ограниченном интервале значений интенсивности. Наиболее широкой область синхронизации является в случае белого шума. Конкретный вид области синхронизации зависит от параметров сети и исходных состояний, слоев, устанавливающихся в отсутствие межслойной связи.
- Для многослойной сети (из 10 слоев), как неоднородной, так и однородной, не удалось добиться достаточно хорошей синхронизации всех слоев. Полная глобальная синхронизация наблюдалась только при установлении пространственно-однородного режима. Однако частичная синхронизация некоторых слоев всё же наблюдается в области небольших интенсивностей шума связи.