

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

Динамические системы с запаздывающими связями

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 4032 группы
направления 03.03.03 Радиофизика
Института физики
Минаева Артема Алексеевича

Научный руководитель

профессор, д.ф.-м.н., профессор _____ В.В. Астахов

Зав. кафедрой радиофизики

и нелинейной динамики,

д.ф.-м.н., доцент _____ Г.И. Стрелкова

Саратов 2023 г.

ВВЕДЕНИЕ

Область динамических систем с запаздыванием является активной областью исследований, которая связывает практически все научные дисциплины, включая математику, физику, инженерию, биологию, нейродинамику, экономику и многие другие. В специальном выпуске журнала Chaos (Хаос) собраны материалы экспериментальных и теоретических групп и выделено большое разнообразие приложений. Известно, что первая опубликованная формулировка дифференциальной системы с запаздыванием была предложена Айри в 1830 г., который пытался понять работу человеческого голоса. Промышленная революция в Европе привела к изобретению устройств автоматического управления, которые позже, во второй половине 20 века, были описаны в терминах дифференциальных систем с запаздыванием. С начала этого века проблемы дифференциальных систем с запаздыванием привлекают все больший интерес, благодаря производительности компьютеров. В 2009–2010 годах состоялись первые междисциплинарные конференции по применению дифференциальных систем с запаздыванием и опубликованы спецвыпуски научных журналов, а также ряд монографий по данной тематике. Область применения дифференциальных систем с запаздыванием довольно обширна. В инженерной технике многочисленные системы управления включают в себя физическое запаздывание, которую оказывается проблематично учесть при разработке и модификации способов управления с помощью обратной связи. В оптике полупроводниковые лазеры популярны для наших повседневных нужд считывание штрихкодов в супермаркете, проигрыватели компакт-дисков и DVD, лазерные принтеры и телекоммуникационные приложения. Однако они очень чувствительны к оптической обратной связи. Дифференциальные системы с запаздыванием также нашли свое применение в моделировании коллективного поведения нейронов. Другими классическими областями, в которых учитываются

временные задержки, являются, например, динамика населения и модели следования за автомобилем для моделирования транспортного потока (время реакции водителя).

В простейшем случае скалярное дифференциальное уравнение с запаздыванием имеет вид:

$$\frac{dx}{dt} = f(x, x(t - \mathcal{T})) \quad (1)$$

где переменная x описывает состояние системы, $\tau > 0$ — время запаздывания.

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{1 + x(t - \tau)} bx \quad (2)$$

описывает эффект сильной отрицательной обратной связи при больших n и допускает регулярные периодические колебания.

Уравнение описывает эффект сильной отрицательной обратной связи при больших n и допускает регулярные периодические колебания. Первоначально система (2) была предложена Mackey и Glass в 1977 г. [1] для аутоиммунного заболевания, вызывающее периодические сбои в циркуляции красных клеток крови. Поскольку отрицательная обратная связь является ключевым регулирующим механизмом в биологии, уравнение (1) часто встречается в литературе. Модификация этого уравнения, называемого уравнением Мэки-Гласса, демонстрирует как периодические, так и хаотические колебания. Данный факт привел к концепции динамических болезней, когда нормальные физиологические показатели указывают на аномальные клинические расстройства.

В указанном выше специальном выпуске статьи сгруппированы по 6 основным направлениям. Приведу краткий обзор каждого из них.

Цель работы: подбор, прочтение, систематизация и анализ научных публикаций, посвященных вопросу динамических систем с запаздывающими связями, и подготовка обзора по данной теме. В качестве одного из основных источников в подготовке работы использовались научные статьи, вошедшие в специальный выпуск журнала *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, опубликованный в 2017 году

1. ДОСТИЖЕНИЯ В ТЕОРИИ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Программное обеспечение по бифуркационному анализу DDE-Biftool, ориентированное на постоянное время запаздывания, в настоящее время расширено на случай запаздывания, зависящего от состояния системы [2]. Изучены индуцированные запаздыванием бифуркации, приводящие к возникновению кластеров в решетках связанных системы с запаздыванием [3]. В рамках численного моделирования было исследовано, как время запаздывания модифицирует режимы амплитудной и осцилляторной смерти в системе Стюарта-Ландау с запаздывающей обратной связью [4].

2. ЛАЗЕРЫ С ЗАПАЗДЫВАЮЩЕЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

Лазерная динамика — одна из областей, где часто предлагаются модели с временными задержками. Количественные сравнения между теорией и экспериментами способствовали пониманию динамических явлений, вызванных запаздывающей обратной связью. В настоящее время изучение лазеров все больше и больше мотивируется их тестовым характером для систем с запаздыванием в целом. Поэтому большая часть статей в спец. выпуске посвящена данной области исследований.

Показано [5], что управляя количеством обратной связи, можно получить режим хаотической динамики, сложность которого способствует генерации случайных бит на основе хаотических колебаний интенсивности.

Предложено новое устройство для оптической передачи хаоса [6]. Он состоит из оптоэлектронного генератора с временной задержкой и специализированного трехволнового волоконного интерферометра. Показано, что система создает широкополосный оптический фазовый хаос, который можно синхронизировать с незначительным остаточным шумом.

3. ЛАЗЕРЫ “ПРОТИВ” НЕЙРОНОВ

Обзор [7] специального выпуска посвящен последним достижениям в области нейроморфных оптоэлектронных наноразмерных резонаторов. В частности, они сосредоточены на различных возбудимых ответах одиночных и искусственных нейронов с задержкой, включая ответ «все или ничего», кодирование данных на основе спайков, хранение, регенерацию сигнала и восстановление сигнала. Показано, что при наличии временной задержки возбудимые импульсы восстанавливаются после каждой временной задержки и эти временные возбуждения имеют все признаки локализованных структур.

4. УПРАВЛЕНИЕ С ПОМОЩЬЮ ЗАПАЗДЫВАНИЯ

В работе [8] исследована сеть нелокально связанных возбудимых систем ФитцХью-Нагумо под влиянием запаздывающей обратной связи. Показано, что в то время как такая система без запаздывающей обратной связи демонстрирует индуцированное шумом химерное состояние, обратная связь с временной задержкой влияет на диапазон значений параметров, в которых возникают химерные состояния. Проведено исследование управления стационарными состояниями и периодическими решениями системы Макки-Гласса с помощью

запаздывающей обратной связи [9]. Рассмотрены различные механизмы контроля, такие как управление с помощью метода Пирагаса, с помощью пропорциональной обратной связи и управление, зависящее от состояния системы.

5.ВЗАИМНОСТЬ ШУМА И ЗАПАЗДЫВАНИЯ

В работе [10] обсуждаются общие свойства систем с запаздыванием и случайностью (стохастические дифференциальные уравнения с запаздыванием). В частности, предложен вычислительный подход к разложению решения линейных стохастических дифференциальных уравнений с запаздыванием на собственные режимы. Показано, что для однократного и равномерно распределенного времени запаздывания, может быть достаточным рассмотрение лишь нескольких из этих режимов.

Комбинированный эффект запаздывания и шума является целью работы [11], в которой авторы разрабатывают новые полуаналитические подходы к системе, подверженной управлению типа «действие- ожидание». В частности, данный метод состоит из периодов, когда управление включено, с последующими периодами ожидания, когда управление выключено.

6.ПРИЛОЖЕНИЯ

В работе [12] предложена дифференциальную модель с запаздыванием для внутривенного глюкозотолерантного тестирования. Данная простая модель хорошо соответствует данным реальных пациентов и демонстрирует интересную динамику. В статье [13] изучена эпидемиологическая модель с запаздыванием для распространения мультиштаммовых заболеваний с временным иммунитетом. Показано, что перекрестный иммунитет может

приводить к сложному динамическому поведению и формированию синхронных структур, включая дискретные бегущие волны, уединенные состояния и амплитудные химеры. В работе [14] приведен обзор систем дифференциальных уравнений с запаздыванием, используемых в качестве концептуальных климатических моделей.

Для подготовки бакалаврской работы были также использованы следующие научные публикации:

CHAOS 27,114303(2017)

The impact of propagation and processing delays on amplitude and oscillation deaths in the presence of symmetry-breaking coupling

Wei Zou, Meng Zhan, Jurgen Kurths

Topical Review

Spatio-temporal phenomena in complex systems with time delays

Serhiy Yanchuk and Giovanni Giacomelli

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В качестве заключения будет логично сказать о перспективах и основных проблемах в рамках исследования проблемы динамических систем с запаздыванием.

В первую очередь целесообразно расширить основы математической теории дифференциальных систем с запаздыванием и изучить нелинейную динамику таких систем, связанную с существованием хаотических аттракторов в системах с запаздыванием и особенно их зависимости от времени запаздывания. При этом необходимо учитывать ряд важных факторов, а именно:

- 1) системы с запаздыванием демонстрируют динамические явления, которые могут быть произвольно многомерными;
- 2) размерность наблюдаемых явлений пропорциональна времени запаздывания;
- 3) для корректного описания многомерной динамики в системах с запаздыванием требуются методы, в ряде случаев отличные от используемых для систем низкой размерности. Кроме того, как показали результаты и достижения в области динамики систем с запаздыванием, перспективными являются прикладные исследования в таких областях как информационные технологии, физика, биология, нейродинамика, климатология, эпидемиология и другие, в силу того, что системы с запаздыванием могут быть использованы в качестве концептуальных моделей для описания различных процессов и эффектов, имеющих место в реальных системах.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

- [1] M. C. Mackey and L. Glass, *Science* 197, 287 (1977).
- [2] J. Sieber, *Chaos* 27, 114326 (2017).
- [3] Z. Wang and S. A. Campbell, *Chaos* 27, 114316 (2017).
- [4] W. Zou, M. Zhan, and J. Kurths, *Chaos* 27, 114303 (2017).
- [5] G. Verschaffelt, M. Khoder, and G. V. der Sande, *Chaos* 27, 114310 (2017).
- [6] J. Oden, R. Lavrov, Y. K. Chembo, and L. Larger, *Chaos* 27, 114311 (2017).
- [7] B. Romeira, J. M. L. Figueiredo, and J. Javaloyes, *Chaos* 27, 114323 (2017).
- [8] A. Zakharova, N. Semenova, V. Anishchenko, and E. Schöll, *Chaos* 27, 114320 (2017).
- [9] G. Kiss and G. Röst, *Chaos* 27, 114321 (2017).
- [10] A. Rene and A. Longtin, *Chaos* 27, 114322 (2017).
- [11] J. Wang and R. Kuske, *Chaos* 27, 114319 (2017).
- [12] X. Shi, Y. Kuang, A. Makroglou, S. Mokshagundam, and J. Li, *Chaos* 27, 114324 (2017).
- [13] L. Bauer, J. Bassett, P. Hövel, Y. Kyrychko, and K. Blyuss, *Chaos* 27, 114317 (2017).
- [14] A. Keane, B. Krauskopf, and C. M. Postlethwaite, *Chaos* 27, 114309 (2017).