

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

«Моделирование динамики бактериальной популяции»
АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студента 4 курса 4032 группы
направления 03.03.03 Радиофизика
Института физики
Маслова Антона Евгеньевича

Научный руководитель

ассистент, к.ф.-м.н.,

_____ А.В. Бух

Зав. кафедрой радиофизики

и нелинейной динамики,

д.ф.-м.н., доцент

_____ Г.И. Стрелкова

Саратов 2023 г.

Введение

Повышение нефтеотдачи пластов нефти является актуальной проблемой как для коллективов исследователей в области нефтедобычи, так и для нефтяных компаний, для которых увеличение объемов добычи напрямую влияет на прибыль.

Сложность извлечения нефти из месторождений обусловлена в первую очередь тем, что межфазное натяжение между водой и углеводородом высокое, оно приводит к тому, что возникают высокие капиллярные силы, которые в значительной степени ответственны за удерживание углеводорода в пористой матрице. Для того, чтобы можно было активировать захваченный углеводород, крайне важно подобрать такой способ, который может снизить межфазное натяжение между углеводородом и водой на несколько порядков величины. Для этого можно использовать поверхностно-активные вещества (мицеллы), которые являются наиболее предпочтительными [1]. Но для того, чтобы образовалось большое количество мицелл, необходима высокая концентрация поверхностно-активного вещества, что приводит к его высокой стоимости, которая может привести к нерентабельности метода [1,2].

Микробиологическое повышение нефтеотдачи пластов (MEOR) – это метод, в котором используются бактерии или биопродукты для изменения свойств породного флюида. Данный метод был предложен в 1926 году [3] и систематически исследован в 1947 году [4]. Механизм MEOR адаптирует основанный на химических веществах EOR, однако, соответствует комбинированному эффекту, поскольку микробы могут производить биосурфактант, биополимер и газ одновременно. Существуют и другие механизмы, такие как потребление углеводородов и разложение тяжелых длинных углеродных цепей на легкие и короткие. Этот метод обобщил все последние разработки, а также стал применяться во всем мире [5,6]. Подробное исследование взаимодействия между бактериями и поверхностно-активным веществом представляет существенный интерес. На сегодняшний день были рассмотрены и разработаны новые модели роста бактерий, такие как рост бактерий продуцирующего биосурфактанта (BBG) и реакции на межфазное натяжение (IFT). В работе [7] проверялась пригодность этих моделей по экспериментальным наборам данных, а также проводились оценки параметров, таких как количество бактерий, концентрация биосурфактанта, скорость роста бактерий, скорость выработки биосурфактанта, пропускная способность, постоянная токсичности и фактор хищничества.

Поскольку лабораторные и полевые исследования требуют значительных экономических затрат, существенный интерес представляет моделирование различных процессов нефтеотдачи.

Целью настоящей работы является создание лабораторной работы по моделированию динамики бактериальной популяции. Лабораторная работа выполнена в программе LabVIEW (Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench), которая является «симулятором лаборатории», средой разработки и платформой для выполнения программ.

Выпускная квалификационная работа содержит введение, пять глав (1. Модель роста бактерий, продуцирующих биосурфактанты; 2. Анализ состояний равновесия в модели роста бактерий; 3. Проектирование лабораторной работы в LabView; 4. Лабораторная работа "Рост бактерий, продуцирующих биосурфактантов"; 5. Исследование динамики популяций бактерий, продуцирующих биосурфактанты), заключение и список использованных источников. Общий объем работы 49 стр.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Модель роста бактерий начали исследовать более 150 лет назад. Ее субъектами могли быть животные, люди, растения, микроорганизмы, а также могли быть и абстрактные объекты, такие как бизнес или экономический рост.

Исзуемая модель может описывать рост микроорганизмов как при изменяющейся температуре, так и при постоянной, базовую форму которой называют первичной моделью [8-13]. Существуют лишь две наиболее широко используемых моделей роста — это модель Бараньи и модель Гомперца [14]. Данные модели роста чаще всего основаны на опыте и наблюдении и характеризуются зависимостью в виде сигмоиды. Также модели могут быть и более механистичными, например при применении кинетического моделирования.

Для исследования влияния внешних факторов на скорость изменения численности популяции составляют систему, включающую модель роста и модель зависимости от температуры. Но также в модель могут включаться параметры солености, давления, концентрации веществ [10].

Модель роста бактерий, которая вырабатывает биосурфактанты, может соединять рост популяции, которая по мере увеличения количества бактерий, сначала снижает скорость роста бактерий, а затем и вовсе прекращает. И вместе с этим улучшает модель хищник-жертва.

$$\frac{dP}{dt} = \mu_1 P - \frac{\mu_1}{K_0} P^2 - \gamma PS, \quad (1.a)$$

$$\frac{dS}{dt} = \mu_2 P - \delta PS, \quad (1.6)$$

где P — количество бактерий для каждой клетки/мл, S — концентрация биосурфактанта (г/л), μ_1 — скорость роста бактерий (h^{-1}), μ_2 — скорость выработки биосурфактанта (мг/клетка/ч), K_0 — пропускная способность (клетка/мл), γ — константа токсичности (л/г/ч) и δ — фактор хищничества (1/ч).

В рассматриваемых уравнениях предполагается, что на начальном этапе происходит значительное уменьшение численности бактерий. Это связано с тем, что бактерии адаптируются к новой окружающей среде.

В исследовании авторов работы предлагается аналогичная модель, для которой в уравнении (1) полагается $\mu_1 = \mu_2$. В статье автор обнаружил несоответствие между уравнением (1) и моделью хищника; также известной как модель Лотки–Вольтерры (2).

$$\frac{dx}{dt} = \alpha x - \beta xy \quad (2.a)$$

$$-\frac{dy}{dt} = y - \delta xy \quad (2.6)$$

В модели (3) роста бактерий, продуцирующих биосурфактанты, используется модель хищник-жертва.

$$\frac{dP}{dt} = \mu_1 P - \gamma PS \quad (3.a)$$

$$-\frac{dS}{dt} = \mu_2 P - \delta PS \quad (3.6)$$

Добавление логистического роста в модель (3) приводит к следующим уравнениям:

$$\frac{dP}{dt} = \mu_1 P - \frac{\mu_1}{K_0} P^2 - \gamma PS, \quad (4.a)$$

$$-\frac{dS}{dt} = \mu_2 P - \delta PS, \quad (4.6)$$

Главная идея модели хищника–жертвы заключается в том, что хищник и жертва взаимодействуют между собой. Поскольку величины P и S взаимодействуют между собой аналогичным образом, модель (1) целесообразно преобразовать в (4). Обозначим фактор хищничества как γ , а фактор взаимодействия как δ . В статье исследуют модель, которая обеспечивает лучшее соответствие экспериментальным данным. В статье нам предлагается обозначить глобальные темпы роста как μ_1 и μ_2 , где μ_1 используется для переменной P , а μ_2 используется для переменной S , чтобы размерность параметров в уравнение была согласованной. В исследовании авторов статьи предлагается модификация модели, состоящая в модификации модели авторов Halim и др. (2009). Термин “согласованная” означает, что константа роста равна μ_1 для контроля P в обоих уравнениях.

$$\frac{dP}{dt} = \mu_1 P - \frac{\mu_1}{K_0} P^2 - \gamma PS, \quad (5.a)$$

$$\frac{dS}{dt} = \mu_1 P - \delta PS, \quad (5.6)$$

Можно заметить, что большая пропускная способность K_0 может уменьшить второе слагаемое в уравнения (5). При достаточно больших значениях параметра K_0 второе слагаемое становится незначительным и им можно пренебречь:

$$\frac{dP}{dt} = \mu_1 P - \gamma PS, \quad (6.a)$$

$$\frac{dS}{dt} = \mu_1 P - \delta PS, \quad (6.6)$$

Последняя модель проверяет влияние согласованности параметров на модель. Несогласованная модель (7) показывает несогласованную квазиразмерность,

согласно которой μ_1 для роста P и S зависит от их собственной концентрации. Переменные должны иметь свою собственную константу, т. е. вводится μ_2 :

$$\frac{dP}{dt} = \mu_1 P - \frac{\mu_1}{K_0} P^2 - \gamma PS, \quad (7.a)$$

$$-\frac{dS}{dt} = \mu_1 P - \delta PS, \quad (7.6)$$

Таким образом, несогласованные модели являются уравнениями (1) и (7); а согласованные модели показаны в уравнениях (4)–(6)

Анализ состояний равновесия в модели роста бактерий.

Для нахождения состояний равновесия в модели (7) выразим производные в виде:

$$\begin{cases} P' = \mu_1 P - \frac{\mu_1}{K_0} P^2 - \gamma PS \\ \dot{S} = \delta PS - \mu_1 P. \end{cases} \quad (8)$$

В полученном соотношении (8) правые части приравняем к нулю для нахождения неподвижных точек в фазовом пространстве модели:

$$\begin{cases} \mu_1 P - \frac{\mu_1}{K_0} P^2 - \gamma PS = 0 \\ \delta PS - \mu_1 P = 0, \end{cases} \quad (9)$$

откуда получим значения переменных, отвечающих состояниям равновесия (10) и (11):

$$\begin{aligned} S &= \frac{\mu_1 P}{\delta P} = \frac{\mu_1}{\delta}, \\ \mu_1 P - \frac{\mu_1}{K_0} P^2 - \gamma P \frac{\mu_1}{\delta} &= 0, \\ P &= 0, \\ \mu_1 - \frac{\mu_1}{K_0} P - \gamma \frac{\mu_1}{\delta} &= 0, \\ 1 - \frac{P}{K_0} - \frac{\gamma}{\delta} &= 0, \\ -\frac{P}{K_0} &= \frac{\gamma}{\delta} - 1, \\ P &= K_0 - \frac{\gamma K_0}{\delta} = K_0 \left(1 - \frac{\gamma}{\delta}\right), \\ \begin{cases} P = 0, \\ S = \frac{\mu_1}{\delta}, \end{cases} & \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{cases} P = K_0 \left(1 - \frac{\gamma}{\delta}\right), \\ S = \frac{\mu_1}{\delta}. \end{cases} \quad (11)$$

Стоит отметить, что при $P = 0$ может наблюдаться бесконечное множество состояний равновесия при любых значениях S. Для примера

рассмотрим только $S = \frac{\mu_1}{\delta}$. Для анализа состояний равновесия на устойчивость составим матрицу частных производных для равновесных уравнений модели:

$$\begin{pmatrix} \left. \frac{\partial F}{\partial P} \right|_{\dot{P}, S} & \left. \frac{\partial F}{\partial S} \right|_{\dot{P}, S} \\ \left. \frac{\partial \rho}{\partial P} \right|_{\dot{P}, S} & \left. \frac{\partial \rho}{\partial S} \right|_{\dot{P}, S} \end{pmatrix},$$

в которую добавим собственные значения, определяющие устойчивость состояний равновесия, определяемых значениями P и S :

$$\begin{vmatrix} \mu_1 - \frac{2\mu_1}{K_0} P - \gamma S - \rho & -\gamma P \\ \delta S - \mu_1 & \delta P - \rho \end{vmatrix} = 0. \quad (12)$$

Случай $P=0$ не представляет интереса, поскольку соответствует нулевой численности бактерий.

Состояние равновесия при $P = 0$ $S = \frac{\mu_1}{\delta}$.

Для анализа состояния равновесия (10) подставим соответствующие значения P и S в уравнение (12):

$$\begin{vmatrix} \mu_1 - \frac{\gamma\mu_1}{\delta} - \rho & 0 \\ 0 & -\rho \end{vmatrix} = 0,$$

откуда получим следующее уравнения для собственных значений в точке $P = 0, S = \frac{\mu_1}{\delta}$:

$$\rho \left(\rho - \mu_1 + \frac{\gamma\mu_1}{\delta} \right) = 0.$$

последнее соотношение представляет собой уравнение второго порядка относительно собственных значений и поэтому имеет два решения:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= 0. \\ \rho_2 &= \mu_1 - \frac{\gamma\mu_1}{\delta}. \end{aligned}$$

В таблице 1 представлены результаты анализа устойчивости состояния равновесия (10).

Таблица 1. — Области устойчивости и неустойчивости состояния равновесия (10).

| $ \rho_2 < 1$ | | $ \rho_2 \geq 1$ | |
|--|--|---|---|
| $\gamma > \delta$ | $\gamma < \delta$ | $\gamma \geq \delta$ | $\gamma \leq \delta$ |
| $\frac{\gamma\mu_1}{\delta} - \mu_1 < 1$ | $\mu_1 - \frac{\gamma\mu_1}{\delta} < 1$ | $\frac{\gamma\mu_1}{\delta} - \mu_1 \geq 1$ | $\mu_1 - \frac{\gamma\mu_1}{\delta} \geq 1$ |
| $\gamma - \delta < \frac{\delta}{\mu_1}$ | $\delta - \gamma < \frac{\delta}{\mu_1}$ | $\gamma - \delta \geq \frac{\delta}{\mu_1}$ | $\delta - \gamma \geq \frac{\delta}{\mu_1}$ |
| устойчивый узел | устойчивый узел | седло | седло |

Таким образом, при фиксированных значениях $\mu_1 = 4$ и $\delta = 1$ имеем устойчивый узел при $\gamma \in \left[\frac{3}{4}; \frac{5}{4}\right]$ и седловую точку (устойчивую в одном из направлений в фазовом пространстве и неустойчивую – в другом) при остальных $\gamma \notin \left[\frac{3}{4}; \frac{5}{4}\right]$.

Состояние равновесия при $P = K_0 = \frac{\gamma K_0}{\delta}$.

Для анализа состояния равновесия (11) подставим соответствующие значения P и S в уравнение (12):

$$\begin{vmatrix} \mu_1 - 2\mu_1 \left(1 - \frac{\gamma}{\delta}\right) - \frac{\gamma\mu_1}{\delta} - \rho & -\gamma K_0 \left(1 - \frac{\gamma}{\delta}\right) \\ 0 & \delta K_0 \left(1 - \frac{\gamma}{\delta}\right) - \rho \end{vmatrix} = 0$$

откуда получим следующие уравнения для собственных значений в точке $P = K_0 \left(1 - \frac{\gamma}{\delta}\right), S = \frac{\mu_1}{\delta}$:

$$\left(\mu_1 - 2\mu_1 \left(1 - \frac{\gamma}{\delta}\right) - \frac{\gamma\mu_1}{\delta} - \rho\right) (\delta K_0 - \gamma K_0 - \rho) = 0$$

последнее соотношение представляет собой уравнение второго порядка относительно собственных значений и поэтому имеет два решения:

$$\rho_1 = \mu_1 \left(\frac{\gamma}{\delta} - 1\right)$$

$$\rho_2 = \delta K_0 - \gamma K_0$$

В таблице 2 и 3 представлены результаты анализа устойчивости состояния равновесия (11).

Таблица 2. — Области устойчивости и неустойчивости многообразия состояния равновесия (11) по мультипликатору ρ_1 .

| $ \rho_1 < 1$ | | $ \rho_1 \geq 1$ | |
|--|--|---|---|
| $\gamma > \delta$ | $\gamma < \delta$ | $\gamma \geq \delta$ | $\gamma \leq \delta$ |
| $\frac{\gamma\mu_1}{\delta} - \mu_1 < 1$ | $\mu_1 - \frac{\gamma\mu_1}{\delta} < 1$ | $\frac{\gamma\mu_1}{\delta} - \mu_1 \geq 1$ | $\mu_1 - \frac{\gamma\mu_1}{\delta} \geq 1$ |
| $\gamma - \delta < \frac{\delta}{\mu_1}$ | $\delta - \gamma < \frac{\delta}{\mu_1}$ | $\gamma - \delta \geq \frac{\delta}{\mu_1}$ | $\delta - \gamma \geq \frac{\delta}{\mu_1}$ |
| устойчивое многообразие | устойчивое многообразие | неустойчивое многообразие | неустойчивое многообразие |

Таблица 3. — Области устойчивости и неустойчивости многообразия состояния равновесия (11) по мультипликатору ρ_2 .

| $ \rho_2 < 1$ | | $ \rho_2 \geq 1$ | |
|-------------------|-------------------|----------------------|----------------------|
| $\delta > \gamma$ | $\delta < \gamma$ | $\delta \geq \gamma$ | $\delta \leq \gamma$ |
| | | | |

| | | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| $\delta - \gamma < \frac{1}{K_0}$ | $\gamma - \delta < \frac{1}{K_0}$ | $\delta - \gamma > \frac{1}{K_0}$ | $\gamma - \delta > \frac{1}{K_0}$ |
| устойчивое многообразие | устойчивое многообразие | неустойчивое многообразие | неустойчивое многообразие |

Таким образом, при фиксированных значениях $\mu_1 = 4$, $\delta = 1$ и $K_0 = 10$ имеем устойчивый узел при $\gamma \in [0,9; 1,1]$, седловую точку (устойчивую в одном из направлений в фазовом пространстве и неустойчивую – в другом) при $\gamma \in [\frac{3}{4}; 0,9]$ и при $\gamma \in [1,1; \frac{5}{4}]$, репеллер при $\gamma < \frac{3}{4}$ и при $\gamma > \frac{5}{4}$.

Исследование динамики популяций бактерий, продуцирующих биосурфактанты

Создав программу для построения ВВГ модели и подставив начальные условия, мы наблюдаем, как изменяются величины P и S от времени. Рассмотрим зависимость реальной популяции бактерий по времени.

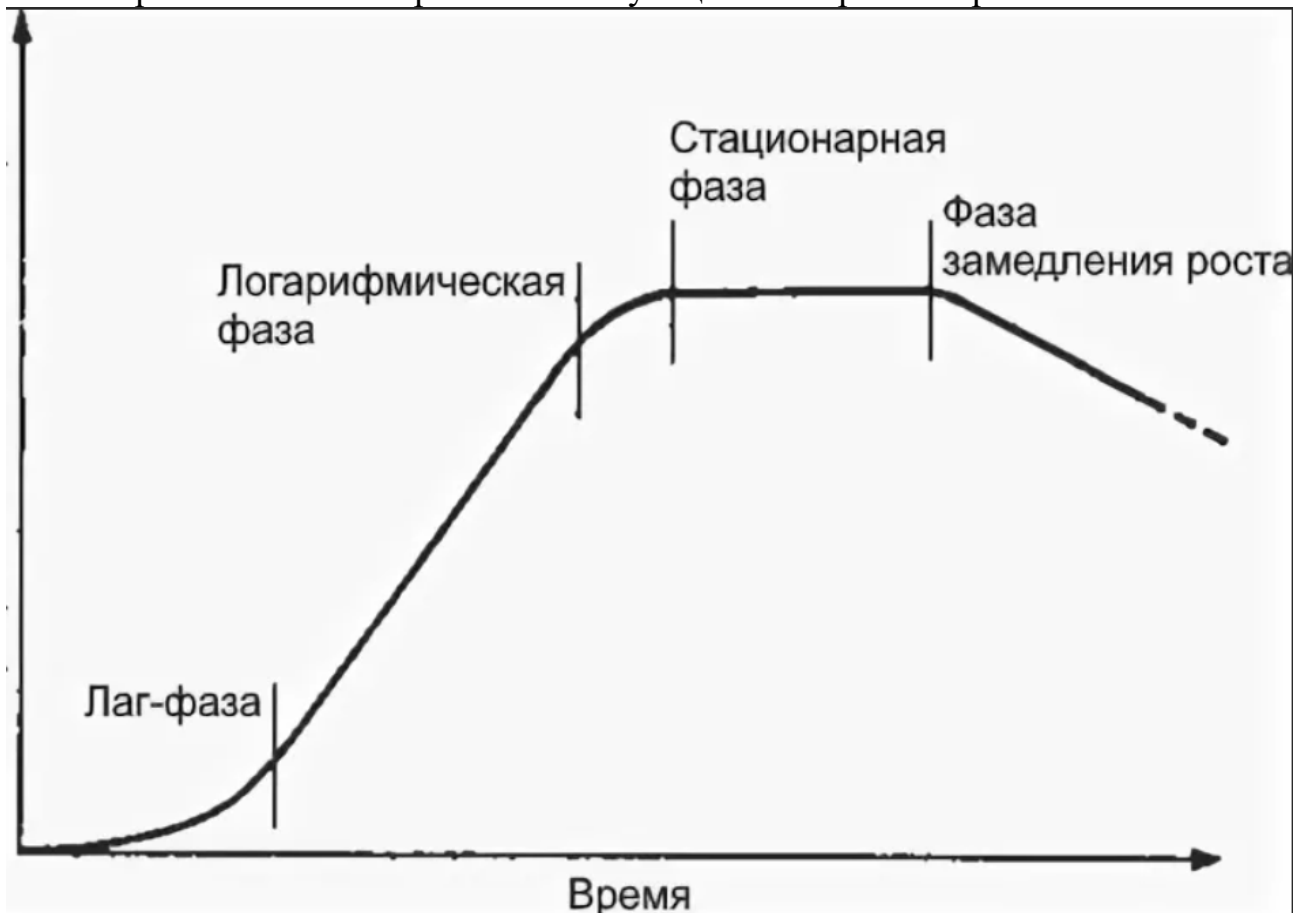


Рисунок 1 — Типичная кривая роста популяции бактерий

На рисунке 1 график разделен на четыре отрезка: лаг-фаза, логарифмическая фаза, стационарная фаза и фаза замедления роста.

Первый соответствует адаптации популяции бактерий к новой среде обитания, и поэтому рост количества бактерий не достигает максимальной скорости. В этот период у бактерий синтезируются новые ферменты,

необходимые для усвоения тех питательных веществ, которые содержатся в новой среде.

Второй соответствует росту бактерий с максимальной скоростью, число клеток увеличивается почти экспоненциально, а кривая роста представляет собой практически прямую.

Третий соответствует замедлению роста колонии бактерий из-за возрастания конкуренции за пищевые ресурсы. Образование новых клеток замедляется, а затем совсем прекращается. Увеличение числа клеток компенсируется одновременной гибелью других клеток, поэтому число жизнеспособных клеток остается постоянным. Переход к этой фазе обусловлен действием нескольких факторов: снижением концентрации питательных веществ в среде, накоплением токсичных продуктов метаболизма, а в случае аэробных бактерий и уменьшением содержания кислорода в среде.

Четвертый отрезок соответствует прекращению размножения бактерий и увеличению их смертности.

Построим зависимость P_{max} от γ , которая представлена на рисунке 2.

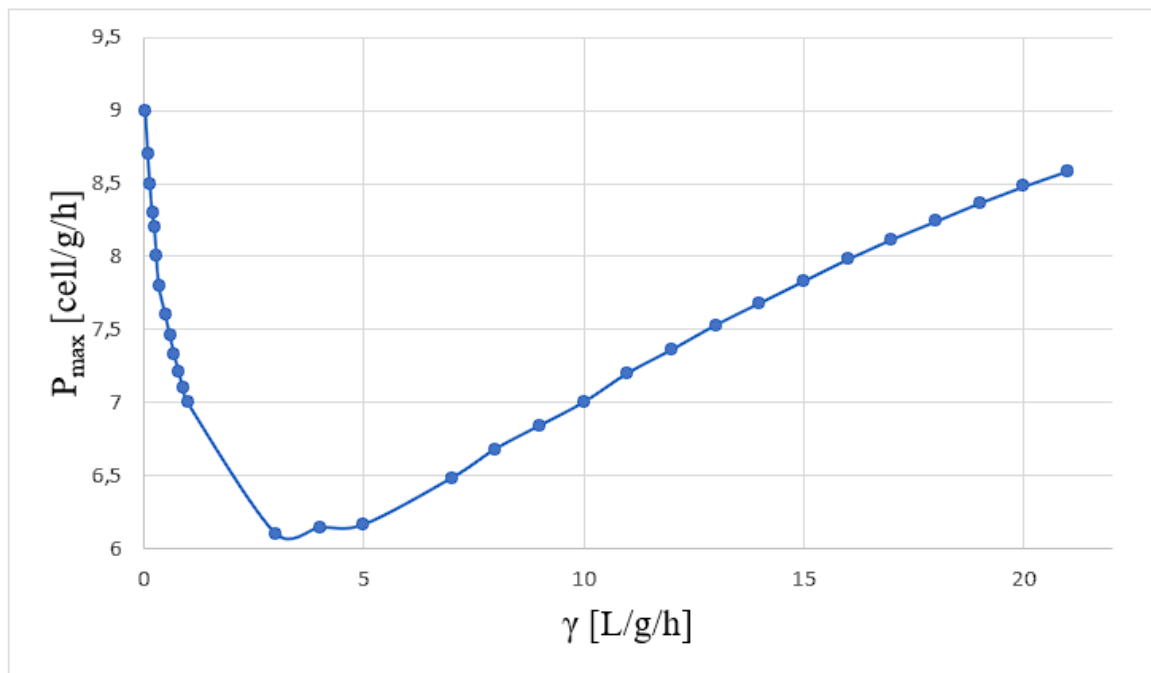


Рисунок 2 – Зависимость P_{max} от γ в модели (7) при $h = 0.01, k = 10, \mu = 4, \delta = 1, P = 1$.

Анализ зависимостей P_{max} от γ показывает, что при увеличении γ от нуля до 3,5 максимальное число бактерий уменьшается. При дальнейшем увеличении γ максимальное число бактерий увеличивается.

Зависимость P_{min} от γ при $h = 0.01, k = 10, \mu = 4$ представлена на рисунке 3.

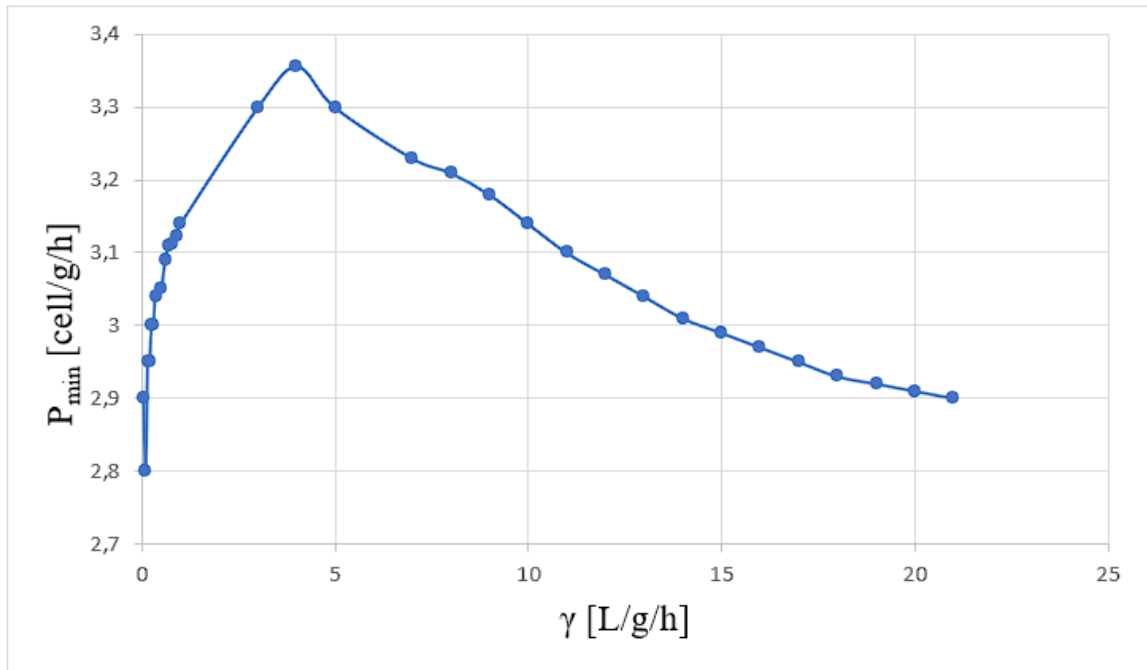


Рисунок 3 – Зависимость P_{min} от γ в модели (7) при $h = 0.01, k = 10, \mu = 4, \delta = 1, P = 1$.

Зависимость P_{min} от γ , представленная на рисунке, показывает, что при увеличении γ от нуля до 3 минимальное число бактерий увеличивается. При дальнейшем увеличении значения параметра γ минимальное число бактерий уменьшается.

Построим зависимость S_{max} от γ , которая представлена на рисунке 4.

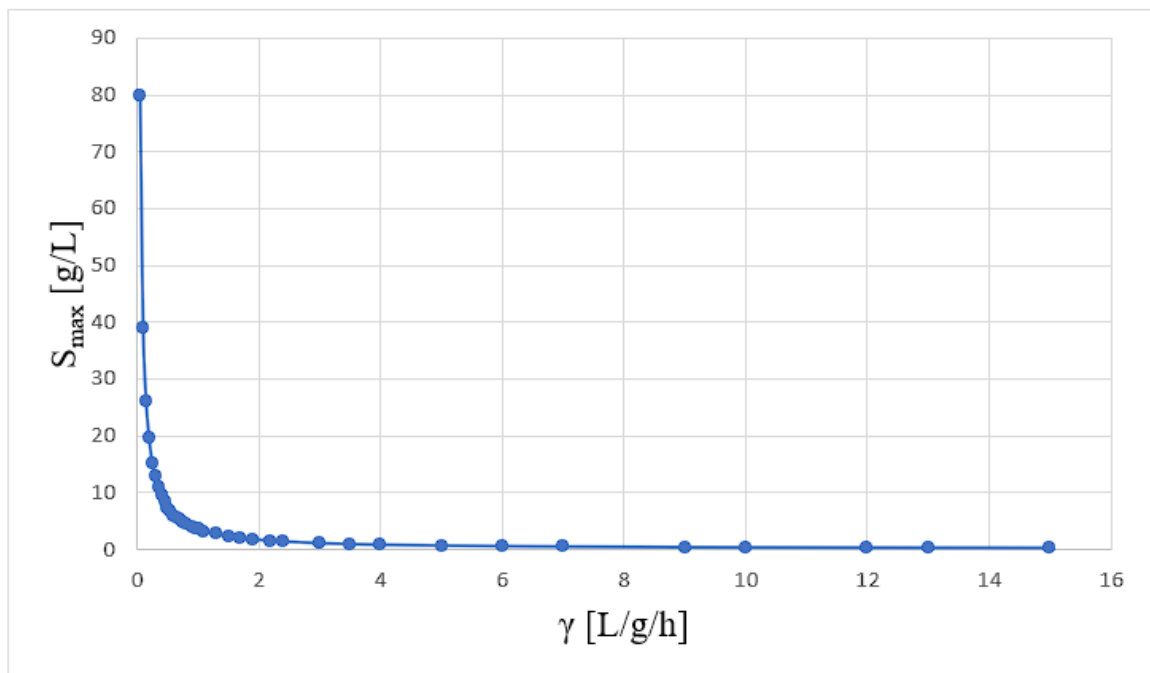


Рисунок 4 – Зависимость S_{max} от γ в модели (7) при $h=0.01, k=10, \mu =4, \delta=1, S=1$.

На рисунке 4 представлена зависимость S_{max} от γ . График зависимости демонстрирует, что при увеличении γ от нуля до 0.25 максимальное количество

биосурфактантов резко уменьшается в несколько раз. От 0,25 до 2 идет плавный спад. При дальнейшем увеличении γ максимальное количество биосурфактанта стремится к нулю.

Построим зависимость γ от S_{min} , которая представлена на рисунке 5.

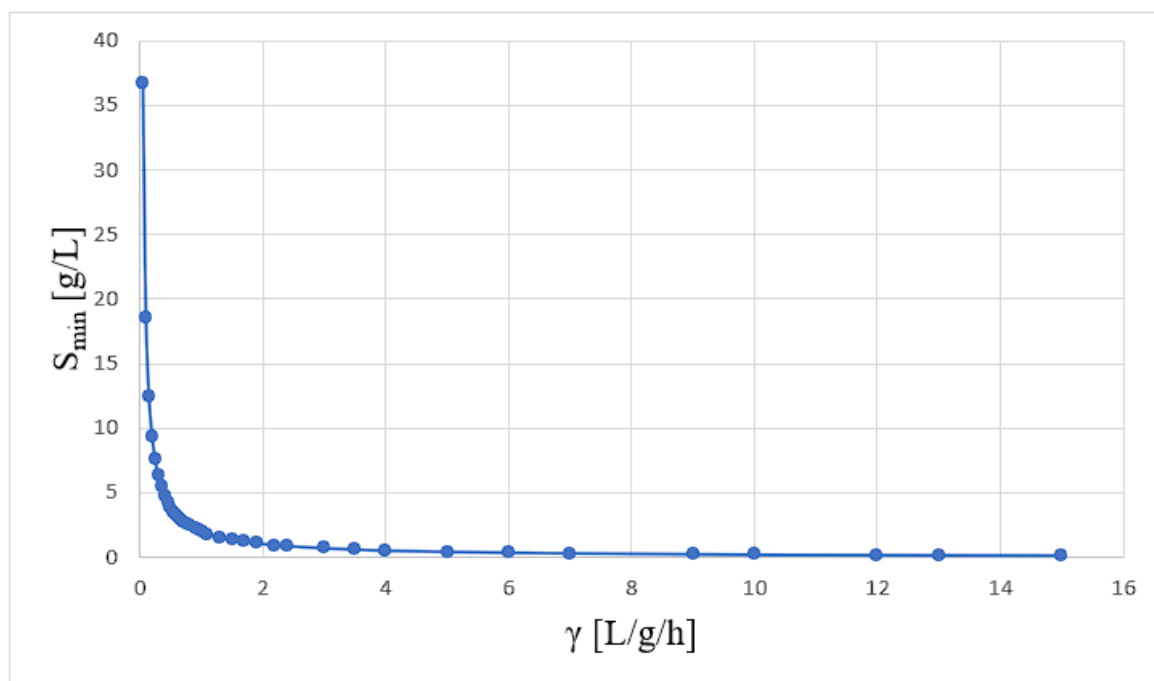


Рисунок 5 – Зависимость S_{min} от γ в модели (7) при $h=0.01$, $k=10$, $\mu =4$, $\delta=1$, $S=1$.

На рисунке 5 представлена зависимость S_{min} от γ . График зависимости демонстрирует, что при увеличении γ от нуля до 0,25 минимальное количество биосурфактантов резко уменьшается в несколько раз. От 0,25 до 4 идет плавный спад. При дальнейшем увеличении γ максимальное количество биосурфактанта стремится к нулю.

Заключение

Таким образом, модель роста выработки биосурфактантов бактериями демонстрирует динамику численности популяции бактерий, характеризующуюся тем, что с ростом численности бактерий скорость их роста снижается, стремясь со временем к нулю. Для согласованной модели при фиксированных значениях $\mu_1 = 4$, $\delta = 1$ и $K_0 = 10$ имеем устойчивый узел при $\gamma \in [0,9; 1,1]$, седловую точку (устойчивую в одном из направлений в фазовом пространстве и неустойчивую – в другом) при $\gamma \in [\frac{3}{4}; 0,9]$ и при $\gamma \in [1,1; \frac{5}{4}]$, репеллер при $\gamma < \frac{3}{4}$ и при $\gamma > \frac{5}{4}$.

В результате выполнения ВКР была изучена ВВГ модель и проведен литературный обзор в области моделирования популяций бактерий. В графической среде LabVIEW разработана лабораторная работа на тему “Модель роста бактерий, продуцирующих биосурфактанты”, которая может быть использована в учебном процессе. На данной установке был проведен опыт. Для анализа динамики модели из зависимостей концентраций бактерий и

биосурфактантов были получены значения и моменты времени, соответствующие первым двум экстремумам. Из полученных данных были построены и изучены графики зависимости от γ .

Данная виртуальная лабораторная работа поможет студентам не только ознакомиться с системой графического программирования LabVIEW, но и использовать виртуальную лабораторию в качестве компьютерного "тренажера", а также позволит студентам заочной формы обучения лучше усвоить изучаемый материал.

Список используемых источников

1. Austad T., Taugbøl K. Chemical flooding of oil reservoirs 1. Low tension polymer flood using a polymer gradient in the three-phase region //Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects. – 1995. – Т. 101. – №. 1. – С. 87-97.
2. West C. C., Harwell J. H. Surfactants and subsurface remediation //Environmental Science & Technology. – 1992. – Т. 26. – №. 12. – С. 2324-2330.
3. Beckman J. W. Action of bacteria on mineral oil //Ind. Eng. Chem. November. – 1926. – Т. 10. – С. 3.
4. CE Z. B. Bacterial release of oil from oil-bearing materials, part I //World Oil. – 1947. – Т. 126. – №. 13. – С. 36-47.
5. Youssef N. H. et al. Comparison of methods to detect biosurfactant production by diverse microorganisms //Journal of microbiological methods. – 2004. – Т. 56. – №. 3. – С. 339-347.
6. Banat I. M. Biosurfactants production and possible uses in microbial enhanced oil recovery and oil pollution remediation: a review //Bioresource technology. – 1995. – Т. 51. – №. 1. – С. 1-12.
7. Brown L. R. Microbial enhanced oil recovery (MEOR) //Current opinion in Microbiology. – 2010. – Т. 13. – №. 3. – С. 316-320.
8. Swinnen I. A. M. et al. Predictive modelling of the microbial lag phase: a review //International journal of food microbiology. – 2004. – Т. 94. – №. 2. – С. 137-159.
9. Corradini M. G. et al. Modeling and predicting non-isothermal microbial growth using general purpose software //International journal of food microbiology. – 2006. – Т. 106. – №. 2. – С. 223-228.
10. Juneja V. K. et al. Modeling the effect of temperature on growth of Salmonella in chicken //Food microbiology. – 2007. – Т. 24. – №. 4. – С. 328-335.
11. Gospavic R. et al. Mathematical modelling for predicting the growth of Pseudomonas spp. in poultry under variable temperature conditions //International journal of food microbiology. – 2008. – Т. 127. – №. 3. – С. 290-297.
12. Theys T. E. et al. Effect of pH, water activity and gel micro-structure, including oxygen profiles and rheological characterization, on the growth kinetics of Salmonella Typhimurium //International journal of food microbiology. – 2008. – Т. 128. – №. 1. – С. 67-77.
13. Huang L. Optimization of a new mathematical model for bacterial growth //Food Control. – 2013. – Т. 32. – №. 1. – С. 283-288.

14. Buchanan R. L., Whiting R. C., Damert W. C. When is simple good enough: a comparison of the Gompertz, Baranyi, and three-phase linear models for fitting bacterial growth curves //Food microbiology. – 1997. – T. 14. – №. 4. – C. 313-326.