МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

Особенности колебаний в мемристивном генераторе с учетом шума мемристивной проводимости

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 4032 группы

направления 03.03.03 Радиофизика

Института физики

Леоненко Владислава Андреевича

Научный руководитель

профессор, д.ф.-м.н., профессор ____________________ Т.Е. Вадивасова

Зав. кафедрой радиофизики

и нелинейной динамики,

д.ф.-м.н., доцент ____________________ Г.И. Стрелкова

Саратов 2023 г.

Введение

В микроэлектронике недавно появился новый элемент, двухполюсник, называемый мемристором (сокращение от резистора с памятью), который имеет полное право быть таким же базовым, как три уже существующих элемента классической схемы, а именно резистор, катушка индуктивности и конденсатор. Мемристор – это пассивный элемент электрических цепей, способный изменять свое внутреннее сопротивление в зависимости от приложенного напряжения и, что наиболее важно, запоминать свое состояние при отключении питания. Среди преимуществ мемристора можно выделить его превосходную масштабируемость до нанометров, быстрое переключение, низкое энергопотребление и простую структуру.

Идея существования четвертого базового радиотехнического элемента, названного мемристором, была предложена в 1971 году Леоном Чуа. Он отметил, что существует шесть различных математических соотношений, соединяющих пары четырех основных переменных цепи: электрического тока I, напряжения U, заряда q и магнитного потока φ. Одно из этих соотношений (заряд есть интеграл тока по времени) следует из определений тока и заряда, а другое (поток есть интеграл от напряжения по времени) отражает закон индукции Фарадея. Таким образом, должно быть четыре основных элемента схемы, описываемых оставшимися соотношениями между переменными.

Теоретические модели мемристивных систем

В литературе предложены различные теоретические модели мемристивных систем. Можно выделить четыре основных подхода к построению модели: динамический, микроструктурный, термодинамический и стохастический.

В рамках стохастического подхода в математической модели используют случайные переменные. Аналогично динамическому подходу в основе стохастических моделей лежат, по крайней мере, два уравнения: соотношение омического типа и дифференциальное уравнение первого порядка, но с источником шума. Стохастическая часть модели – это уравнение Ланжевена первого порядка, известное как модель сверхвязкого броуновского движения в силовом поле. Если вместо отдельной броуновской частицы мы рассматриваем ансамбль частиц, где каждая из них движется хаотично и независимо друг от друга в соответствии с уравнением Ланжевена, то можно ввести среднюю концентрацию частиц в единице объема. Соответствующим уравнением для концентрации частиц (или плотности вероятности, если выполнено условие нормировки) является УФП. Поэтому уравнение Ланжевена первого порядка и УФП эквивалентны в том смысле, что они оба описывают одну и ту же динамику броуновских частиц, но разными способами: на основе стохастического уравнения, описывающего случайную траекторию движения частицы или с использованием динамического уравнения описывающего усредненную эволюцию концентрации частиц. Поэтому термодинамический и стохастический подходы имеют общую основу и могут рассматриваться как вариации одной и той же базовой математической модели. Таким образом, флуктуации учитываются явным образом только в стохастических и термодинамических моделях.

Динамика мемристивных систем

Свойства мемристора, включенного в качестве элемента в радиотехническую систему, могут существенно изменить динамику колебательной системы и индуцировать качественно новые типы поведения. По этой причине мемристор интересен специалистам в области нелинейной динамики. Существуют хорошо известные осцилляторы с хаотической и гамильтоновой динамикой на основе мемристоров. Было обнаружено существование скрытых аттракторов в системах, включающих мемристор. Одиночный мемристор под суммарным воздействием шума и периодического сигнала проявляет явление стохастического резонанса. Темы мемристора касаются коллективной динамики связанных через мемристор осцилляторов и ансамблей связанных осцилляторов на основе мемристора: от синхронизации двух хаотических или регулярных автономных осцилляторов, связанных через мемристор, до пространственно-временных.

Малоизученной на сегодняшний день проблемой является влияние эффектов, связанных с воздействием шума на системы, содержащие мемристоры. В частности, сам мемристор включает источники внутреннего шума, влияние которых на поведение мемристивной системы не исследовано.

Актуальность исследования поведения мемристивных систем определяется всё более широким применением мемристоров при разработке новых технологий обработки и хранения информации, например, в искусственных нейронных сетях, а также использованием мемристивных элементов при моделировании процессов в реальных нейронах .

Целью выпускной квалификационной работы является: исследование влияния шума мемристора на характеристики колебаний мемристивного генератора. В соответствии с целью решались следующие задачи:

1. Были рассчитаны совместные плотности вероятности динамических переменных для различных интенсивностей шума;

2. Исследовано влияние начального состояния мемристора на установление вероятностного распределения для случаев идеального и неидеального мемристора.

3. Рассчитаны спектральные плотности мощности различных динамических переменных при различных интенсивностях шума и различных параметрах забывания мемристора.

1. Модель мемристивного генератора и методы численного исследования

1.1. Уравнения мемристивного генератора

Рассмотрим простую схему автогенератора с постоянным отрицательным сопротивлением и колебательным контуром, содержащим мемристор, управляемый магнитным потоком (flux controlled memristor) (рис.1).

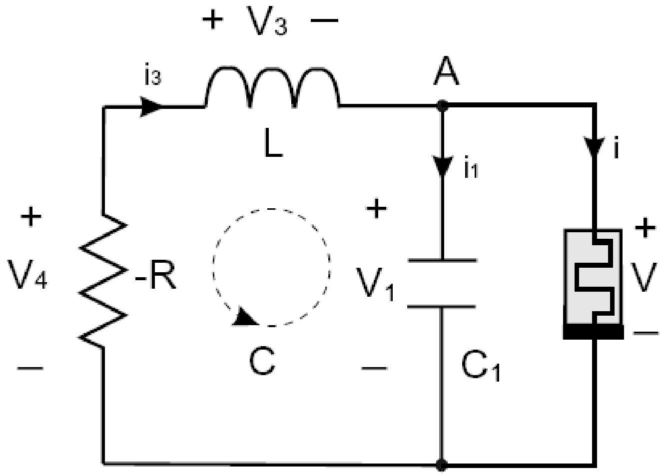

Рисунок 1-Радиотехническая схема исследуемой автоколебательной системы с мемристором, управляемым магнитным потоком

Уравнения системы в нормированных переменных имеют вид

$$\frac{dx}{dt} = \alpha(y - G_M(z)x), \qquad \frac{dy}{dt} = -\gamma x + \beta y, \qquad \frac{dz}{dt} = -\delta z + x + \sqrt{2D}n(t), \tag{2}$$

где x ~v_1 – напряжение на емкости, y~i_3 – ток через индуктивность, z - переменная, управляющая мемристором, α, β и γ - безразмерные параметры: $\alpha = 1/C_1,\ \beta = R/L,\ \gamma = 1/L$, G_M – проводимость мемристора, которую зададим в виде:

$$G_M(z) = G_0(1 + \mu z^2). \tag{3}$$

Третье уравнение системы (2) определяет динамику переменной, управляющей мемристором. Параметр δ характеризует скорость «забывания» мемристором начального состояния. Значение $\delta = 0$ соответствует идеальному мемристору, который помнит начальное состояние бесконечно долго. С целью учета внутренних шумов мемристора в уравнение для z добавлен нормированный источник аддитивного гауссова белого шума. Параметр D определяет интенсивность шума.

1.2. Особенности динамики мемристивного генератора (2) без шума

При данных значениях параметров в мемристивном генераторе (2) без источников шума наблюдается следующая динамика. Если мемристор – идеальный ($\delta = 0$), то притягивающее множество состоит их различных замкнутых кривых и точек равновесия. В этом случае амплитуда и форма колебаний зависят от начальных условий. В случае неидеального мемристора ($\delta \neq 0$) существует предельный цикл, являющийся единственным аттрактором системы.

1.3. Методы численного исследования

Для исследования динамики мемристивного генератора в присутствии источника шума была написана программа интегрирования на языке С. Использовался метод Рунге-Кутты 4-го порядка с учетом случайных воздействий. Для моделирования случайных приращений использовался генератор некоррелированных случайных чисел со стандартным гауссовым распределением. С учетом шума интегрирование проводилось с постоянным достаточно малым шагом Δt =0.001. По полученным данным интегрирования строились проекции фазовых портретов, спектры мощности колебаний, а также совместные вероятностные распределения динамических переменных.

2. Практическая часть

2.1. Иллюстрация фазовых траекторий в мемристивном генераторе (1) без источников шума

С помощью специальной компьютерной программы, написанной на языке С, интегрировались стохастические уравнения исследуемой системы (2). При этом были зафиксированы значения параметров: $\alpha = 1$; $\gamma = 1$; $\beta = 0.5$; $\mu = 40$; $G_0 = 0.02$. Рис.2 иллюстрирует динамические режимы в системе (2) без шума, наблюдающиеся при указанных параметрах. На Рис.2(а) показаны траектории, соответствующие установившимся режимам в генераторе с идеальным мемристором ($\delta = 0$) при различных начальных условиях: $x_0 = 0.2$, $y_0 = 0.1$, $z_0 = 0$ и $x_0 = 0.2$, $y_0 = 0.1$, $z_0 = \pm 0.8$.

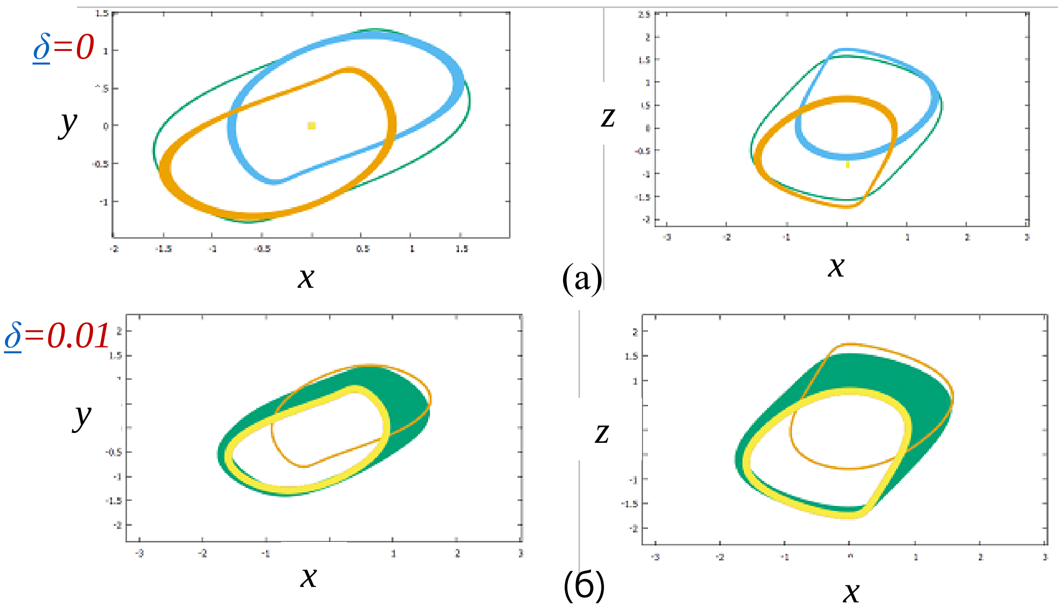

Рисунок 2-Фазовые портреты в случае идеального мемристора (а) и мемристора с коэффициентом забывания δ =0.01 (б). Справа приведены проекции на плоскость x,y, слева – на плоскость x,z. Траектории 1,2,3,4 соответствуют начальным условиям $x_0 = 0.2$, $y_0 = 0.1$, $z_0 = 0$, $x_0 = 0.2$, $y0 = 0.1$,

$z0 = 0.5$, $x0 = 0.2$, $y0 = 0.1$, $z0 = -0.5$, $x0 = 0.2$, $y0 = 0.1$, $z0 = 0.8$ и $x0 = 0.2$, $y0 = 0.1$, $z0 = -0.8$. Значения параметров: $\alpha = 1$, $\gamma = 1$, $\beta = 0.5$, $\mu = 40$, $G_0 = 0.2$

При $\delta = 0$ имеется множество замкнутых кривых, на которые траектории наматываются в зависимости от начальных условий (рис.а). При $\delta = 0.01$ существует единственный предельный цикл, но на рис.б виден длительный период установления, зависящий от НУ. В случае неидеального мемристора ($\delta = 0.01$) при любых начальных условиях траектории стремятся к единственному предельному циклу, изображенному на Рис.2(б).

2.2. Влияние шума на поведение генератора с идеальным мемристором ($\delta = 0$)

Зафиксируем значение параметров и проведем численные эксперименты по выявлению влияния шума меняя интенсивность шума D. Кроме того будем рассматривать, как влияет на фазовый портрет и плотность вероятности начальное значение мемристивной переменной z_0. Были проведены расчеты при двух значениях z_0: $z_0 = 0$ и $z_0 = 0.8$. Начальные значения других переменных зафиксируем: $x_0 = 0.2$, $y_0 = 0.1$.

На Рис.3 приведены результаты, полученные для идеального мемристора ($\delta = 0$) при начальном значении $z_0 = 0$ и интенсивности шума $D = 0.0001$. Траектория долгое время находится в окрестности замкнутой кривой, на которую попадает при $D = 0$ (Рис.а), но затем «обегает» всё притягивающее множество. Устойчивые точки на линии равновесий (ось 0Z) характеризуются максимумом плотности вероятности (Рис.б). При очень большом времени наблюдения траектория уходит на бесконечность вдоль оси 0Z.

Результаты, полученные при $D = 0.001$, приведены на Рис.4. Повторяется та же картина, что и при $D = 0.0001$, но равновесия на линии 0Z еще больше заметны (притягивают траектории), и уход на бесконечность происходит быстрее.

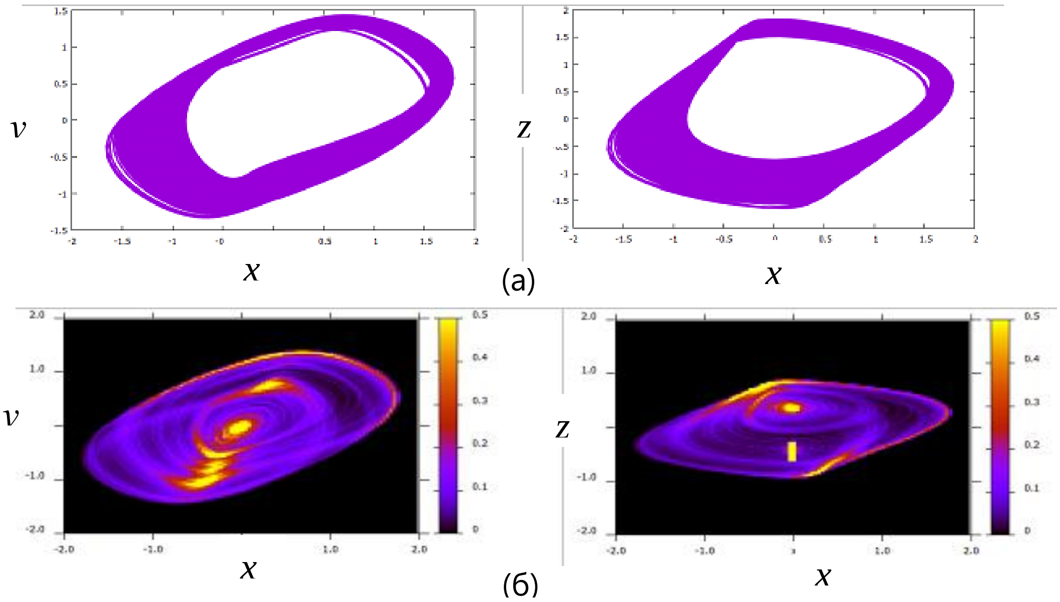

Рисунок 3-Характеристики режима при интенсивности шума D = 0.0001 и начальном значении мемристивной переменной z_0= 0:

а - проекции фазовых траекторий на плоскость x,y (слева) и x,z (справа);

б – совместные плотности вероятности $p(x,y)$ (слева) и $p(x,z)$ (справа).

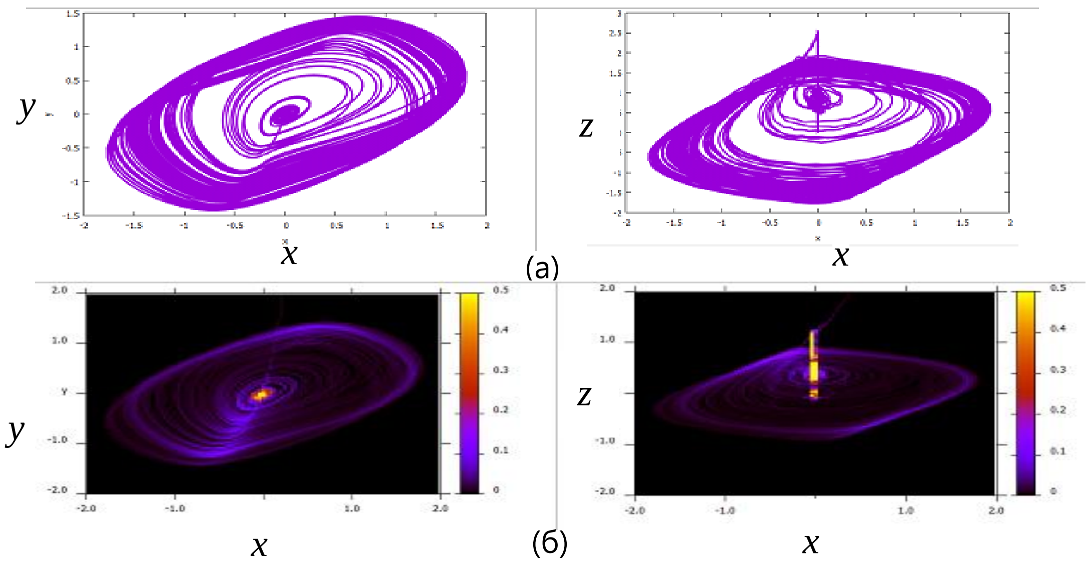

Рисунок 4-Характеристики режима при интенсивности шума D = 0.001 и начальном значении мемристивной переменной z_0= 0:

а - проекции фазовых траекторий на плоскость x,y (слева) и x,z (справа);

б – совместные плотности вероятности $p(x,y)$ (слева) и $p(x,z)$ (справа).

2.3. Влияние шума на поведение генератора с неидеальным мемристором при δ = 0.01

Были построены проекции фазовых траекторий и плотности вероятности для мемристивного генератора при δ = 0.001 и различных значениях интенсивности шума. Система (1) интегрировалась при тех же начальных условиях, что и в предыдущем случае. Полученные при D = 0.001 результаты приведены на Рис.5.

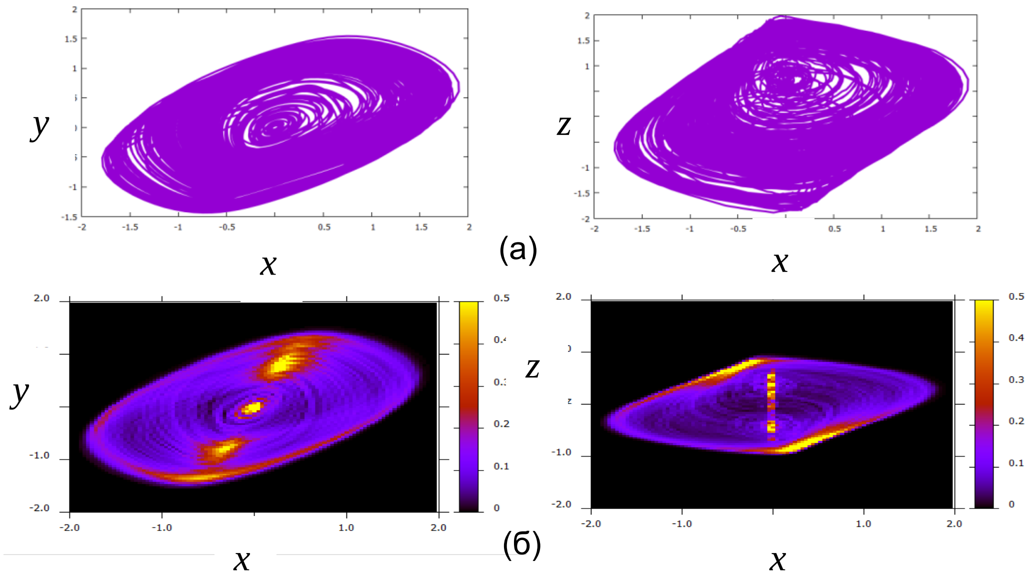

Рисунок 5-Характеристики режима при интенсивности шума D = 0.001 и начальном значении мемристивной переменной z_0= 0:

а - проекции фазовых траекторий на плоскость x,y (слева) и x,z (справа);

б – совместные плотности вероятности $p(x,y)$ (слева) и $p(x,z)$ (справа).

При неидеальном мемристоре влияние шума похоже на случай идеального мемристора. Траектория блуждает по всему притягивающему множеству, которое было в системе с идеальным мемристором. Однако уходов на бесконечность не наблюдается.

На Рис.6. приведены результаты, полученные при той же интенсивности шума D = 0.001, но при другом начальном значении переменной z: z_0= 0.8. Результаты аналогичны случаю z_0= 0. На рассматриваемом времени в системе устанавливается вероятностное распределение, не зависящее от начального состояния мемристора.

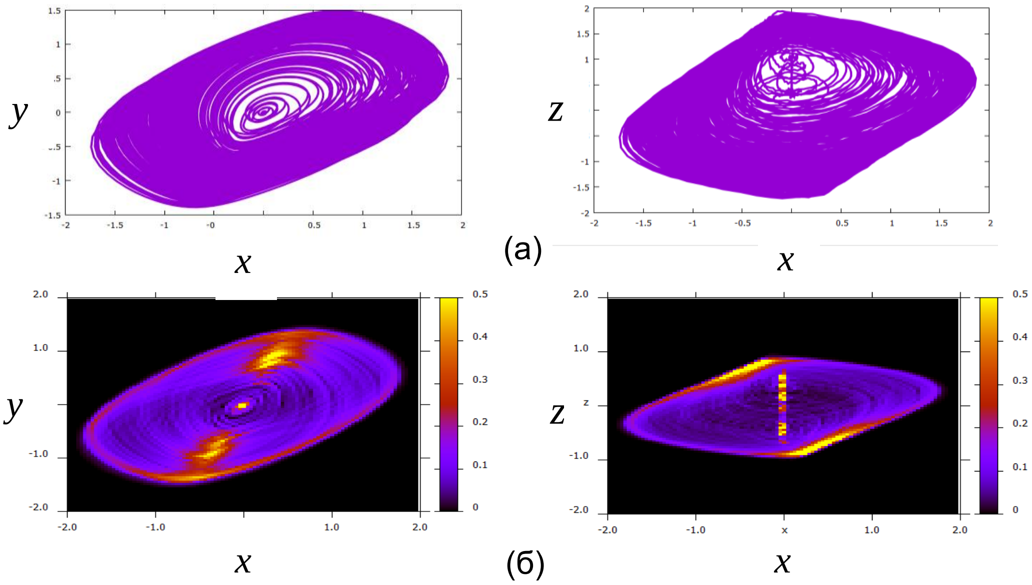

Рисунок 6-Характеристики режима при интенсивности шума D = 0.001 и начальном значении мемристивной переменной z_0 = 0.8:

а - проекции фазовых траекторий на плоскость x,y (слева) и x,z (справа);

б – совместные плотности вероятности $p(x,y)$ (слева) и $p(x,z)$ (справа)

На Рис.7 представлены спектральные плотности мощности колебаний $x(t)$ и $z(t)$, полученные в системе (1) с неидеальным мемристорпом δ= 0.001 при двух значениях интенсивности шума: D = 0.0001 и D = 0.001. Спектры колебаний $x(t)$ в присутствии шума имеют основной спектральный максимум на основной частоте автоколебаний $\omega_0 = 0.8053 \pm 10^5$, а также максимумы на гармониках. Для колебаний мемристивной переменной $z(t)$ основной спектральный максимум наблюдается на нулевой частоте. С ростом интенсивности шума спектральные линии расширяются

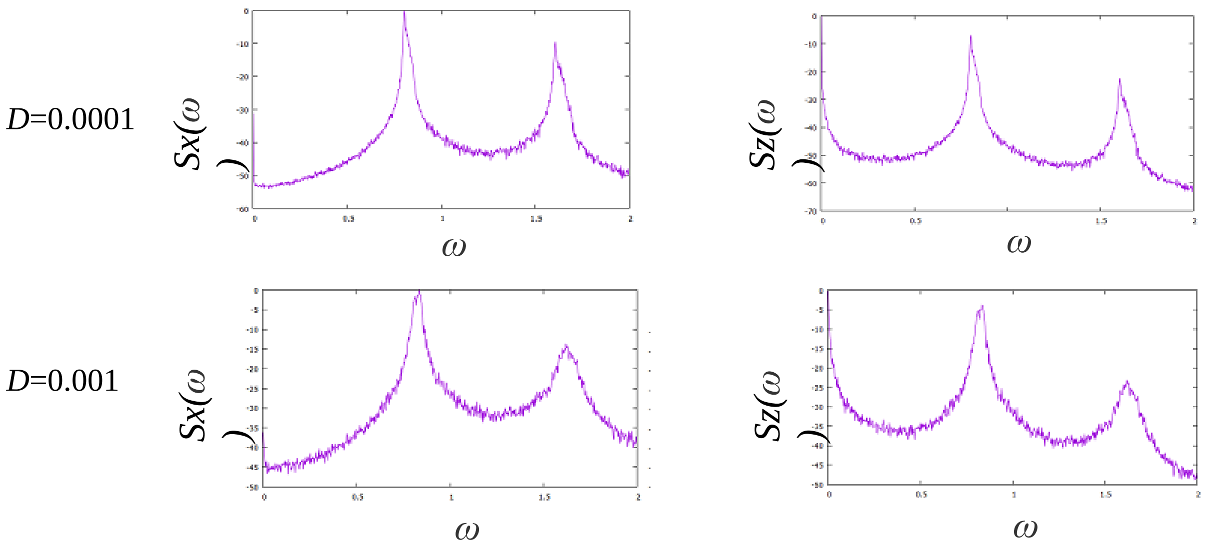

Рисунок 7-Спектры колебаний при δ=0.01 и различной интенсивности шума

Выводы

На основании проведенных исследований были сделаны следующие выводы:

- В случае идеального мемристора шум мемристора приводит к тому, что фазовые траектории перемещаются по притягивающему предельному множеству, существующему в фазовом пространстве системы без шума. При этом с течением времени траектория уходит на бесконечность.
- При небольших значениях параметра забывания δ в присутствии шума система ведет себя подобно генератору с идеальным мемристором. Траектории также перемещаются по предельному множеству, которое существует в детерминированном генераторе с идеальным мемристором, но уход на бесконечность наблюдается только при сильном шуме на больших временах.
- При малых значениях δ на больших временах сохраняется зависимость вероятностного распределения от начальных условий.