

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ  
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра математики и методики ее преподавания

**Учебный курс внеурочной деятельности  
«Геометрическое место точек»  
АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ**

студентки 4 курса 461 группы  
направления 44.03.01 Педагогическое образование  
механико-математического факультета

Скляренко Кристины Евгеньевны

Научный руководитель

старший преподаватель

Зав. кафедрой

к.п.н., доцент

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

А. А. Вдовиченко

И. К. Кондаурова

Саратов 2023

**Введение.** В обновленном Федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования (далее – ФГОС ООО) закреплены ключевые приоритеты системы образования РФ, один из которых – единство учебной и воспитательной деятельности. Урочная деятельность, согласно ФГОС ООО, направлена на достижение обучающимися планируемых результатов освоения программы основного общего образования с учетом обязательных для изучения учебных предметов; внеурочная – на достижение планируемых результатов освоения программы основного общего образования с учетом выбора участниками образовательных отношений учебных курсов внеурочной деятельности. Внеурочная деятельность по учебным предметам предусматривает углубленное изучение предметов с целью удовлетворения различных интересов учащихся, потребностей в физическом и умственном развитии и совершенствовании и т.д. Включение во внеурочную деятельность по математике вопросов и тем, которые по разным причинам не были всесторонне изучены на уроках, позволяет углубить и расширить математические знания учащихся, проявляющих повышенный интерес к предмету.

В курсе математики основной школы мало времени уделяется теме «Геометрическое место точек» (ГМТ). Задачи на геометрическое место точек в курсе геометрии 7-9 классов неразрывно связаны с изучением многих новых понятий. Такие задачи, по сути дела, являются определениями геометрических фигур или их комбинаций, но они выражены не в виде определения, а в форме описания расположения точек данной фигуры или данных фигур. Например, «какую фигуру образует геометрическое место точек, равноудаленных от концов данного отрезка». Рассматривая учебники геометрии различных авторов и авторских коллективов (Атанасяна Л. С., Бутузова В. Ф., Кадомцева С. Б.; Погорелова А. В.; Мерзляка А.Г., Полонского В.Б., Якира М.С.), было выявлено, что все они содержат определения самого понятия ГМТ, окружности, биссектрисы и серединного перпендикуляра к отрезку, и лишь некоторые из них раскрывают суть метода ГМТ и предлагают задачи, которые решаются с помощью этого метода.

Анализируя различные публикации по теме в научной электронной библиотеке Elibrary.ru, следует отметить повышение интереса авторов (С. И. Гроздева, В. Н. Дубовского и С. Н. Позднякова, С. Н. Матвеева и Г. Р. Антроповой, О. М. Корчажкиной, О. В. Масловой) к использованию различных программных средств для решения задач на построение методом ГМТ.

Методикой обучения решению конструктивных задач методом геометрических мест и методическим обеспечением данной темы занимались многие авторы, в том числе О. В. Веретенникова и профессор Е. С. Петрова.

Цель бакалаврской работы: разработать программу и методическое обеспечение занятий учебного курса внеурочной деятельности «Геометрическое место точек» для учащихся восьмого класса.

Задачи бакалаврской работы:

1. Охарактеризовать внеурочную деятельность школьников на ступени основного общего образования, а также внеурочную деятельность школьников по математике.

2. Проанализировать ФГОС ООО и Примерную ООП ООО и выявить основные требования к учебным курсам внеурочной деятельности.

3. Разработать примерную программу учебного курса внеурочной деятельности «Геометрическое место точек» для учащихся 8 класса.

4. Разработать методическое обеспечение и апробировать некоторые занятия учебного курса внеурочной деятельности «Геометрическое место точек» для учащихся 8 класса.

Методы исследования: анализ научно-методической, математической литературы, нормативных документов; разработка и апробация методических материалов.

Структура работы: титульный лист; введение; два раздела («Внеурочная деятельность школьников по математике: теоретические аспекты», «Разработка учебного курса внеурочной деятельности «Геометрическое место точек» для учащихся 8 класса»); заключение; список использованных источников.

**Основное содержание работы.** В первом разделе бакалаврской работы решены первая и вторая задачи: охарактеризованы внеурочная деятельность школьников на ступени основного общего образования, внеурочная деятельность школьников по математике; проанализированы ФГОС ООО и Примерная ООП ООО и выявлены основные требования к учебным курсам внеурочной деятельности.

Внеурочная деятельность – это образовательная деятельность, направленная на достижение планируемых результатов освоения основной образовательной программы (личностных, метапредметных и предметных), осуществляемая в формах, отличных от урочной. Внеурочная деятельность и дополнительное образование – это два разных понятия, самостоятельных и самоценных вида образовательной деятельности. Их содержание определяют программы, но в случае дополнительного образования они работают на индивидуальный выбор и находятся за пределами федерального государственного образовательного стандарта. Внеурочная деятельность находится внутри ФГОС и является неотъемлемой и обязательной частью основной общеобразовательной программы.

План внеурочной деятельности представляет собой описание целостной системы функционирования образовательной организации в сфере внеурочной деятельности и может включать в себя различные виды внеурочной деятельности, среди которых внеурочная деятельность по учебным предметам образовательной программы (учебные курсы, учебные модули по выбору, в том числе предусматривающие углубленное изучение учебных предметов, с целью удовлетворения различных интересов обучающихся, потребностей в физическом развитии и совершенствовании, а также учитывающие этнокультурные интересы, особые образовательные потребности обучающихся с ОВЗ).

Количество часов, выделяемых на внеурочную деятельность, составляет за 5 лет обучения на этапе основной школы не более 1750 часов, в год – не более 350 часов. Величина недельной образовательной нагрузки (количество занятий), реализуемой через внеурочную деятельность, определяется за

пределами количества часов, отведенных на освоение обучающимися учебного плана, но не более 10 часов. Для недопущения перегрузки обучающихся допускается перенос образовательной нагрузки, реализуемой через внеурочную деятельность, на периоды каникул, но не более 1/2 количества часов. Внеурочная деятельность в каникулярное время может реализовываться в рамках тематических программ.

При реализации плана внеурочной деятельности должны быть предусмотрена вариативность содержания внеурочной деятельности с учетом образовательных потребностей и интересов обучающихся.

Внеурочная деятельность по математике может проходить в двух направлениях: в работе с учащимися, отстающими от других в изучении программного материала, т.е. дополнительные занятия по математике; в работе с учащимися, проявляющими интерес к математике.

Целями внеурочной деятельности по математике являются: пробуждение и развитие устойчивого интереса учащихся к математике и ее приложениям; расширение и углубление знаний учащихся по программному материалу; развитие математических способностей, мышления, культуры учащихся; развитие у учащихся умения самостоятельно и творчески работать с учебной и научно-популярной литературой; привитие учащимся навыков научно-исследовательского характера; расширение и углубление представлений учащихся о практическом значении и культурно-исторической ценности математики, о роли ведущих ученых-математиков в развитии мировой науки.

ФГОС ООО дает трактовку понятий «учебный предмет», «учебный курс», «учебный модуль». Учебный курс – целостная, логически завершённая часть содержания образования, расширяющая и углубляющая материал предметных областей, и (или) в пределах которой осуществляется освоение относительно самостоятельного тематического блока учебного предмета. Учебный курс является относительно самостоятельным тематическим блоком учебного предмета или тематически самостоятельной частью содержания образования,

которая расширяет (углубляет) материал предметной области (предметных областей), учебные курсы внеурочной деятельности.

Учебный курс внеурочной деятельности должен иметь рабочую программу, которая должна обеспечивать достижение планируемых результатов освоения программы основного общего образования и разрабатываться на основе требований ФГОС к результатам освоения программы основного общего образования.

В свою очередь, рабочая программа учебного курса внеурочной деятельности включает: содержание учебного курса внеурочной деятельности; планируемые результаты освоения учебного курса внеурочной деятельности; тематическое планирование с указанием количества академических часов, отводимых на освоение каждой темы учебного курса внеурочной деятельности и возможность использования по этой теме электронных (цифровых) образовательных ресурсов, являющихся учебно-методическими материалами, используемыми для обучения и воспитания различных групп пользователей. Рабочие программы учебных курсов внеурочной деятельности также должны содержать указание на форму проведения занятий, подлежат оцениванию с учетом специфики и особенностей предмета оценивания и формируются с учетом рабочей программы воспитания.

Результаты освоения учебного курса внеурочной деятельности подлежат оцениванию с учетом специфики и особенностей предмета оценивания.

Учебные курсы внеурочной деятельности выбираются обучающимися самостоятельно в соответствии с их интересами из перечня, предлагаемого образовательной организацией. В связи с этим учебные курсы внеурочной деятельности по математике в основной школе можно соотнести с факультативами.

Во втором разделе бакалаврской работы решены третья и четвертая задачи: разработаны примерная программа и методическое обеспечение некоторых занятий учебного курса внеурочной деятельности «Геометрическое место точек» для учащихся 8 класса; приведены сведения об апробации.

Приведем содержание и методическое обеспечение одного из занятий учебного курса внеурочной деятельности «Геометрическое место точек» для учащихся 8 класса.

1. Геометрическое место точек (ГМТ). Повторение курса геометрии 7 класса. Геометрическое место точек: определение, обзор простейших геометрических мест. Элементарные задачи на построение, основные этапы решения. Нахождение геометрических мест. Решение простейших задач. Инструменты геометрических построений. Входной контроль знаний.

2. Метод геометрических мест точек. Суть метода ГМТ. Применение метода ГМТ при решении задач на построение. Решение задач на построение методом геометрических мест точек на плоскости. Решение различных задач на построение методом геометрических мест.

3. Методы решения задач на геометрические места по отдельным темам планиметрии. Четырёхугольники. Линии в круге. Вписанные и описанные треугольники и четырёхугольники. Пропорциональные отрезки и подобные фигуры. Метрические соотношения между элементами треугольника и параллелограмма и пропорциональные отрезки в круге.

4. Окружность Аполлония. Краткая историческая справка об окружности Аполлония. Окружность Аполлония, как геометрическое место точек. Окружность Аполлония в задачах.

5. Подведение итогов курса внеурочной деятельности. Подведение итогов: ГМТ. Итоговая зачетная работа учебного курса «Геометрическое место точек».

Программа учебного курса внеурочной деятельности рассчитана на 34 часа. Занятие проводится 1 раз в неделю.

*Методическая разработка занятия контроля знаний по разделу 1  
«Геометрическое место точек».*

Цель: проверка достижения учащимися уровня обязательной подготовки по первому разделу учебного курса «Геометрическое место точек».

Форма проведения: устный зачет.

Продолжительность занятия: 1 час.

### Специфика проведения.

Зачет проходит в несколько этапов. Первый этап – ответ на теоретический вопрос в рамках первого раздела учебного курса. Каждый учащийся получает свой вопрос, время, отводимое на подготовку – 5 минут. Ответив на вопрос, ученик поднимает руку, к нему подходит проверяющий и оценивает устный ответ учащегося. Если теоретический вопрос раскрыт верно и полно, учащийся переходит на второй этап, в котором ему предлагается решение задачи на построение. Время подготовки – 15 минут. Когда ученик готов, он также поднимает руку и устно объясняет последовательность построения и этап доказательства данной задачи. Решив задачу верно, ученик переходит на третий этап – решение задачи на нахождение ГМТ, где он, как и во втором этапе объясняет решение задачи устно. Время на подготовку третьего этапа – 20 минут.

Оценка «зачтено» ставится при условии прохождения минимум 2-х любых этапов из трех предложенных.

При проведении зачета ученик должен иметь при себе циркуль и линейку. При решении задач используются нелинованные листы формата А4. Каждый ученик получает карточку, в которой отмечается количество пройденных этапов.

ФИО	
Первый этап	зачтено/не зачтено Комментарий проверяющего:
Второй этап	зачтено/не зачтено Комментарий проверяющего:
Третий этап	зачтено/не зачтено Комментарий проверяющего:



*Перечень теоретических вопросов к зачету (первый этап).*

1. Понятие геометрического места точек. Характеристическое свойство геометрического места.
2. Обзор простейших геометрических мест точек: пара параллельных прямых и прямая, параллельная двум прямым.
3. Определение окружности и круга как геометрического места точек. Центр, радиус окружности.
4. Признаки и свойства касательной окружности.
5. Биссектриса как геометрическое место точек. Прямая теорема.
6. Биссектриса как геометрическое место точек. Обратная теорема.
7. Обзор простейших геометрических мест точек: середина отрезка, серединный перпендикуляр к отрезку.
8. Элементарные задачи на построение. Решение задач на построение.
9. Аксиомы циркуля и линейки.
10. Этапы решения задачи на построение.
11. Задача на нахождение геометрического места точек.

*Перечень задач на построение (второй этап).*

1. Построить биссектрису острого угла, изображенного на рисунке.
2. Построить биссектрису прямого угла, изображенного на рисунке.
3. Построить биссектрису тупого угла, изображенного на рисунке.
4. На прямой отметьте точку, которая равноудалена от точек А и В.
5. На прямой отметьте точку, которая равноудалена от точек А и В.
6. Докажите, что серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в одной точке.
7. Постройте окружность, которая проходила бы через две данные точки и центр которой находился бы на данной прямой.
8. Постройте окружность по трем заданным точкам.
9. Постройте окружность, проходящую через данную точку А и касающуюся данной прямой в данной точке В.
10. Между двумя параллельными прямыми дана точка. С помощью

циркуля и линейки постройте окружность, проходящую через эту точку и касающуюся данных прямых.

11. Постройте геометрическое место точек, из которых данный отрезок виден под прямым углом.

12. Постройте геометрическое место точек, из которых данный отрезок виден под острым углом.

13. Постройте угол, равный данному, одна из сторон которого является данным лучом.

14. Постройте прямую, проходящую через данную точку, лежащую на данной прямой, и перпендикулярную к этой прямой.

15. Постройте прямую, проходящую через данную точку, не лежащую на данной прямой, и перпендикулярную к этой прямой.

*Перечень задач на нахождение ГМТ (третий этап).*

1. Дан отрезок АВ, который лежит в некоторой плоскости. Найдите все точки М плоскости, для которых  $AM = MB$ .

2. Докажите, что геометрическим местом точек, расположенным внутри данного угла и равноудаленных от его сторон, является биссектриса этого угла.

3. Найдите ГМТ вершин С равнобедренных треугольников с заданным основанием АВ.

4. Дан отрезок АВ. Найдите геометрическое место точек М, для которых  $\angle MAB = 70^\circ$ .

5. Постройте окружность данного радиуса, проходящую через две данные точки.

6. Докажите, что геометрическое место точек, удалённых на данное расстояние от данной прямой, есть две параллельные прямые.

7. Найдите геометрическое место точек, равноудалённых от двух пересекающихся прямых.

8. Докажите, что серединный перпендикуляр к отрезку есть геометрическое место точек, равноудалённых от концов этого отрезка.

9. Найдите геометрическое место середин хорд данной окружности,

проходящих через данную точку.

10. Найдите геометрическое место вершин  $C$  треугольников  $ABC$  с заданным основанием  $AB$  и данным по величине углом  $\alpha$  при основании.

*Результаты апробации занятия.* На устном зачете по разделу 1 «Геометрическое место точек» присутствовало по 20 человек из каждого класса. Все получили оценку «зачтено» за устный зачет. Большинство учащихся справились со всеми тремя этапами, и лишь небольшая группа учащихся прошли два из трех предложенных этапов.

### **Заключение.**

1. Охарактеризованы внеурочная деятельность школьников на ступени основного общего образования, а также внеурочная деятельность школьников по математике.

2. Проанализированы ФГОС ООО и Примерную ООП ООО и выявлены основные требования к учебным курсам внеурочной деятельности.

3. Разработана примерная программа учебного курса внеурочной деятельности «Геометрическое место точек» для учащихся 8 класса.

4. Разработано методическое обеспечение и апробировать некоторые занятия учебного курса внеурочной деятельности «Геометрическое место точек» для учащихся 8 класса.

Учебный курс внеурочной деятельности «Геометрическое место точек» может стать частью или основой для разработки большого учебного курса внеурочной деятельности по геометрии для учащихся 7-9 классов, а также может быть полезен учителям математики при проведении занятий по темам: «Геометрическое место точек», «Окружность и круг», «Свойства касательных к окружности», «Задачи на построение», «Метод геометрических мест точек при решении задач на построение», «Вписанные и описанные окружности».