

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра теории функций и стохастического анализа

**АЛГОРИТМЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ТРАНСПОРТНОЙ  
ЛОГИСТИКИ**

**АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ**

Студентки 2 курса 248 группы  
направления 09.04.03 — Прикладная информатика

механико-математического факультета  
Тыриной Полины Павловны

Научный руководитель  
доцент, к.ф.м.н.

\_\_\_\_\_

М. Г. Плешаков

Заведующий кафедрой  
д. ф.-м. н., доцент

\_\_\_\_\_

С. П. Сидоров

Саратов 2023

## ВВЕДЕНИЕ

Задачи транспортной логистики объединяют задачи разработки и применения методов системного анализа, управления и обработки информации. Транспортная логистика является одной из основополагающих направлений науки об управлении информационными и материальными потоками в процессе движения товаров.

Проблемами управления и рационального использования транспорта математики активно занимаются все последнее столетие. Несмотря на это, активность ученых и количество научных работ в области исследования прикладных задач транспортной логистики в последние десятилетия только увеличивается. Это связано с практической актуальностью снижения производственных затрат за счет совершенствования механизмов оптимизации и управления логистическими процессами, а значительная доля всех логистических затрат связана с транспортировкой товаров. Большинство прикладных задач транспортной логистики, таких как маршрутизации и размещения товаров являются NP-трудными проблемами и точных методов поиска оптимальных решений полиномиальной сложности в настоящее время не известно. Эффективность решения этих задач значительно можно повысить за счет применения эволюционных метаэвристик, осуществляющих локальный поиск оптимума для решения задач большой размерности.

Актуальность работы обусловлена большой сложностью и размерностью задач транспортной логистики, а также возникновением их новых верификаций. Разработанные алгоритмы позволят сократить время поиска решений в задачах большой размерности, и в то же время повысить качество получаемых решений.

Целью настоящей работы является исследование различных подходов к решению задач транспортной логистики, основанных на эволюционных методах.

Для достижения поставленной цели были сформулированы и решены следующие задачи:

- рассмотреть сущность понятия «транспортная логистика» и ее функции;

- изучить классические алгоритмы для решения задач транспортной логистики;
- рассмотреть возможность применения уже известных алгоритмов (алгоритм Дейкстры, генетический алгоритм) и иных (например, комбинированных) алгоритмов для решения задач транспортной логистики;
- рассмотреть постановку зависимой от времени задачи маршрутизации транспортных средств и реализовать ее решение на основе генетического алгоритма;
- апробировать решение зависимой от времени задачи маршрутизации транспортных средств на основе реальных данных с целью конкретизации расчетов;
- изучить свойство масштабируемости генетического алгоритма на примере зависимой от времени задачи маршрутизации транспортных средств.

Предметом исследования являются эволюционные алгоритмы для решения задач транспортной логистики. Объектом исследования являются задачи транспортной логистики.

Методы исследования: дискретная оптимизация, теория сложности алгоритмов, математическое моделирование, математическая статистика, динамическое программирование и объектно-ориентированное программирование.

Магистерская работа состоит из введения, двух разделов («Транспортная задача и методы ее решения»; «Разработка алгоритмов решения логистических задач»), заключения, списка использованных источников и приложений.

Работа прошла апробацию на различных конференциях, в частности, на ежегодной студенческой конференции «Актуальные проблемы математики и механики», которую проводил механико-математический факультет СГУ в апреле 2023 года, в секции «Анализ данных», в XI Международной молодежной научно-практической конференции «Математическое и компьютерное моделирование в экономике, страховании и управлении рисками», ноябрь 2022 года и на III Региональной молодежной научной конференции «Физико-математические, естественно-научные и социальные аспекты современного развития науки, техники и общества», КНИТУ-КАИ май 2023 года.

## Основное содержание работы

Первый раздел «Транспортная задача и методы ее решения» посвящен решению первой и второй задач магистерской работы. Были рассмотрены виды задач транспортной логистики, проанализированы алгоритмы решения задачи коммивояжера и ее модификации - задачи маршрутизации транспортных средств. Построена математическая модель для зависимой от времени задачи маршрутизации транспортных средств.

При этом под транспортной логистикой мы понимали часть логистической науки, направленную на управление перевозками, поставками и доставкой товаров.

Базовыми задачами транспортной логистики являются:

- классическая транспортная задача;
- задача коммивояжера;
- задача маршрутизации (Vehicle Routing Problems - VRP);
- задача загрузки транспортного средства.

По своей сути задача маршрутизации является разновидностью задачи о коммивояжере. Поэтому для ее решения и различных модификаций задачи маршрутизации, позволяющих учесть практические особенности и требования, пригодны методы и алгоритмы, эффективные для решения задачи коммивояжера.

Задача о коммивояжере (TSP - Traveling Salesman Problem) заключается в нахождении кратчайшего гамильтонова цикла в графе. Она относится к NP-трудным. Это первая комбинаторная задача, решенная муравьиными алгоритмами.

Сформулирована математическая постановка задачи о коммивояжере: дан граф  $G=(X, U)$ , где  $|X|=n$  - множество вершин (города),  $|U|=m$  - множество ребер (возможные пути между городами). Дана матрица чисел  $D(i, j)$ , где  $i, j \in 1, 2, \dots, n$ , представляющих собой стоимость переезда из вершины  $x_i$  в  $x_j$ .

Требуется найти перестановку  $\phi$  из элементов множества  $X$ , такую, что значение целевой функции равно:

$$F(\phi) = D(\phi_1, \phi_n) + \sum_{j=1}^{n-1} D(\phi_j, \phi_{j+1}) \longrightarrow \min. \quad (1)$$

При этом классическая задача коммивояжера не учитывает многие аспекты практических задач, такие как динамичность, нечеткость, неточность, недоопределенность.

В дальнейшем подробно рассмотрена «усложненная» задача коммивояжера - динамическая задача коммивояжера, которая учитывает такие аспекты реальной задачи коммивояжера как пробки, загруженность дорог, изменения движения на отдельных участках дорог в зависимости от времени суток. Стоит заметить, что задача является многокритериальной, поскольку необходимо минимизировать и время, и маршрут. Это связано с тем, что на коротких маршрутах могут возникать пробки, в результате чего будет происходить простой.

Задача маршрутизации является расширением и модификацией задачи коммивояжера. Принципиальным отличием задачи маршрутизации от задачи коммивояжера является наличие специальной вершины, в которую можно возвращаться несколько раз. В литературе такую специальную вершину часто называют центром, базой или депо. В нашем случае такой вершиной являлся магазин, где хранился товар клиентов.

Фактически, решение классической задачи маршрутизации сводится к построению непересекающихся гамильтоновых циклов для связного взвешенного графа, в вершинах которого находятся клиенты, а ребра показывают стоимость (время, расстояние) маршрута.

Для задачи маршрутизации автотранспорта были рассмотрены следующие классы для учета множества ограничений и дополнительных условий:

- каждое транспортное средство имеет фиксированную грузоподъемность (CVRP);
- каждый клиент должен быть обслужен в определенный срок, т.е. «временное окно» (VRPTW);
- скорости транспортных средств изменяются во времени (TDVRP);
- предприятие использует транспортное средство из нескольких транспортных депо для обслуживания заказчиков (MDVRP);

- клиент может отказаться отчасти заказанных товаров (VRPPD);
- доставка может осуществляться в течение длительного периода (PVRP);
- любой клиент или транспортное средство может иметь случайное поведение (SVRP);
- некоторое транспортное средство должно забрать товар у клиента после того, как обслужил всех остальных (VRPB);
- существует возможность дополнительной загрузки транспортного средства по ходу следования маршруту (VRFSF);
- клиент может быть обслужен различным транспортом (SDVRP).

TDVRP не предполагает постоянных скоростей транспортных средств. Скорость транспортных средств варьируется в разное время суток в зависимости от условий движения. В периоды пиковых часов движения транспортные средства движутся на низких скоростях, а в непиковые часы транспортные средства движутся на более высоких скоростях.

Для моделирования времени в пути в зависимости от трафика предлагается матрица (Рисунок 1), представляющая время в пути в разные моменты горизонта планирования; многослойная матрица с одним слоем для каждого временного шага, где каждый слой содержит время прохождения между любыми точками в задаче.

Матрица ориентируется только на время, необходимое для перехода из одной точки в другую (которое будет зависеть от трафика). В результате предполагается, что каждый слой необязательно симметричен.

TDVRP можно смоделировать как ориентированный граф с набором узлов  $V$  и набором дуг  $A$ . Первый узел соответствует магазинам, где хранится товар, а остальные — клиентам. Каждой дуге  $(i, j)$  соответствует зависящая от времени стоимость  $C_{ij}(k_i)$ , равная времени в пути между узлами  $i$  и  $j$  в момент отправления  $k_i$ . На любом заданном временном шаге стоимость соответствует неравенству треугольника. Данный маршрут моделируется как список  $R$  узлов.  $R_a$  — это  $a^{th}$  узел, обслуживаемый на маршруте.  $P_i$  — положение узла  $i$  на заданном маршруте  $R$ .  $T$  — длина горизонта планирования.  $u_i$  — фиктивная переменная, используемая для выражения условия

$$u_i - u_j + nx_{ij} \leq n - 12 \leq i, j \leq n, i \neq j, \quad (2)$$

$x_{ij} \in \{0, 1\}$  указывает, движется ли в решении транспортное средство из узла  $i$  в узел  $j$ .

В модели не учитываются время возврата и обработки. Таким образом, время прибытия в узел является также временем отправления из того же узла. Курьер должен начать свой путь из магазина в начале горизонта планирования ( $k_0 = 0$ ).

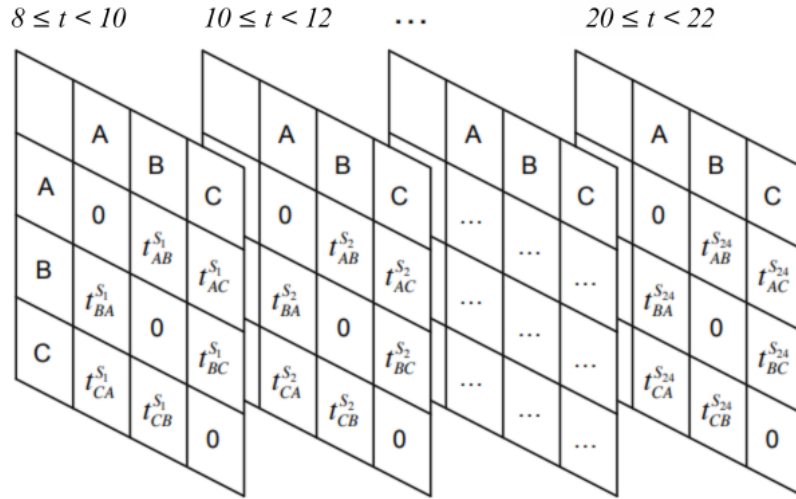


Рисунок 1 – Пример многослойной матрицы

Задача была смоделирована следующим образом:

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} x_{ij} C_{ij}(k_i) \rightarrow \min, \quad (3)$$

при ограничениях:

$$\forall i \in V, \sum_{i \in V} x_{ij} = 1, \quad (4)$$

$$\forall j \in V, \sum_{j \in V} x_{ij} = 1, \quad (5)$$

$$u_i - u_j + n x_{ij} \leq n - 12 \leq i, j \leq n, i \neq j, \quad (6)$$

$$\forall i, j \in V, x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad (7)$$

$$\forall i \in V, u_i \in \mathbb{Z}, \quad (8)$$

$$\forall i \in V, k_i \in \{0, T\}. \quad (9)$$

Ограничения (4) и (5) обеспечивают сохранение потока: ровно одно прибытие и одно отправление для каждого узла. Ограничение (6) гарантирует, что каждый маршрут проходит через узел 1. В сочетании с сохранением потока оно доказывает, что все узлы обслуживаются одним и тем же маршрутом (т. е. нет подмаршрутов). Ограничение (6) исходит из целочисленной формулировки задачи коммивояжера Миллера и др. Можно доказать, что  $P_i$  — это значения фиктивных переменных  $u_i$ , которые проверяют ограничение (6).

В маршруте  $R$  узел  $i$  находится в позиции  $P_i$ . Узлы, посещенные перед узлом  $i$ , являются узлами  $R_a$  с  $a = 1, \dots, P_i - 1$ . Тогда время отправления из  $i$ ,  $k_i$ , представляет собой сумму времени, необходимого для перехода из узла  $R_a$  в  $R_{a+1}$ , при  $a = 1, \dots, P_i - 1$ . Время отправления  $k_i$  из узла  $i$  можно вычислить рекурсивно следующим образом:

$$k_0 = 0, \quad (10)$$

$$k_i = \sum_{a=1}^{P_i-1} x_{R_a R_{a+1}} C_{R_a R_{a+1}}(k_{R_a}). \quad (11)$$

Также были проанализированы подходы к решению NP-полных задач, а впоследствии сделан вывод о том, что почти все из имеющихся методов являются эвристическими или метаэвристическими, так как точные алгоритмы не всегда дают решение за приемлемое время при большом размере задачи.

Во втором разделе работы «Разработка алгоритмов решения логистических задач» задача маршрутизации рассмотрена на примеры работы сервисов доставки Delivery Club, Яндекс Еда, СберМаркет. Выбраны именно эти сервисы курьерской доставки, потому что все они имеют примерно одинаковые параметры работы, а именно: все они занимаются доставкой еды, у сервисов нет собственных складов — товары доставляются прямо с полок торговых сетей. Рассмотрены принципы работы уже имеющейся системы Marketplace efficiency.

Также для лучшего понимания состояния вопроса транспортной логи-



стики был проведен обзор облачных программ для маршрутизации, таких как: Relog, Махортра, АВМ Rinkai, Яндекс.Маршрутизация, Муравьиная логистика.

В дальнейшем приведена реализация решений задачи маршрутизации доставки при помощи алгоритма Дейкстры и генетического алгоритма; проведено их сравнение с точки зрения скорости работы алгоритмов. Точные методы редко используют для решения задач большой размерности на практике ввиду их NP-полноты. По этой причине обычно применяют эвристические алгоритмы, которые не гарантируют оптимальность решения, но дают в целом приемлемые результаты за время, существенно меньшее по сравнению с точными методами.

Решение задачи маршрутизации транспортных средств реализовано с использованием упорядоченного скрещивания и мутации перетасовкой.

Проведено сравнение результатов 3 запусков генетического алгоритма при разных параметрах вероятности кроссовера и мутации. Эти значения во многом определяют точность решения и скорость сходимости.

Сделан вывод о том, что повышение частоты мутаций (до определённого предела) повышает качество получаемого решения при небольшом увеличении времени вычисления.

Также выяснили как количество курьеров влияет на время работы алгоритма, общую стоимость пути и максимальный путь одного курьера. Сравнительный анализ показал, что при увеличении числа курьеров время работы алгоритма увеличивается, в то время как сами решения субоптимальны. В связи с этим для 28 клиентов будем считать необходимым и достаточным работу 7 курьеров.

Оценка загруженности дорог проводилась с использованием сервиса «Статистика пробок». В этом сервисе на основе исторических данных за последние два месяца прогнозируется загруженность дорог в баллах.

Время	Средняя скорость	Отклонение скорости
8:00 - 10:00	15,5 км/ч	19,8 км/ч
10:00 - 12:00	26,5 км/ч	8,8 км/ч
12:00 - 14:00	27,6 км/ч	7,7 км/ч
14:00-16:00	28,9 км/ч	6,4 км/ч
16:00-18:00	26,7 км/ч	8,6 км/ч
18:00-20:00	28,1 км/ч	7,2 км/ч
20:00-22:00	31,8 км/ч	3,5 км/ч

Приведенные в таблице средние значения скорости были необходимы для создания каждого слоя матрицы в зависящей от времени задаче маршрутизации.

Геокодирование адресов клиентов было произведено с использованием библиотеки GeoPandas, предназначенной для работы с пространственными данными в Python. Матрица смежности создана с использованием платформы Geopy. Выбор слоя матрицы производится в зависимости от того, в какой временной слот планируется доставка. Был выбран общий временной диапазон с 8:00 до 22:00, который в свою очередь разделен на 7 временных слотов. Каждому временному слоту сопоставляется свой слой временной матрицы.

#### Учет временного слота для выбора слоя матрицы:

```
from datetime import datetime, time

def is_time_between(begin_time, end_time, check_time=None):
    # Если время проверки не указано, по умолчанию используется
    # текущее время UTC
    check_time = check_time or datetime.utcnow().time()
    if begin_time < end_time:
        return check_time >= begin_time and check_time <= end_time
    else: # пересекает полночь
        return check_time >= begin_time or check_time <= end_time

check_time=time(21,20)
```

В результате работы генетического алгоритма мы получаем разбивку маршрута, на основе которой визуализируем маршруты на статическом графе (Рисунок 2).

**Результат:**

Разбивка маршрута =  $[[7, 23, 20], [17], [13, 8, 4, 25, 22], [14, 9], [15, 2], [26, 21, 5], [6], [11], [12], [27, 19, 1, 18, 16, 28], [10], [24, 3]]$

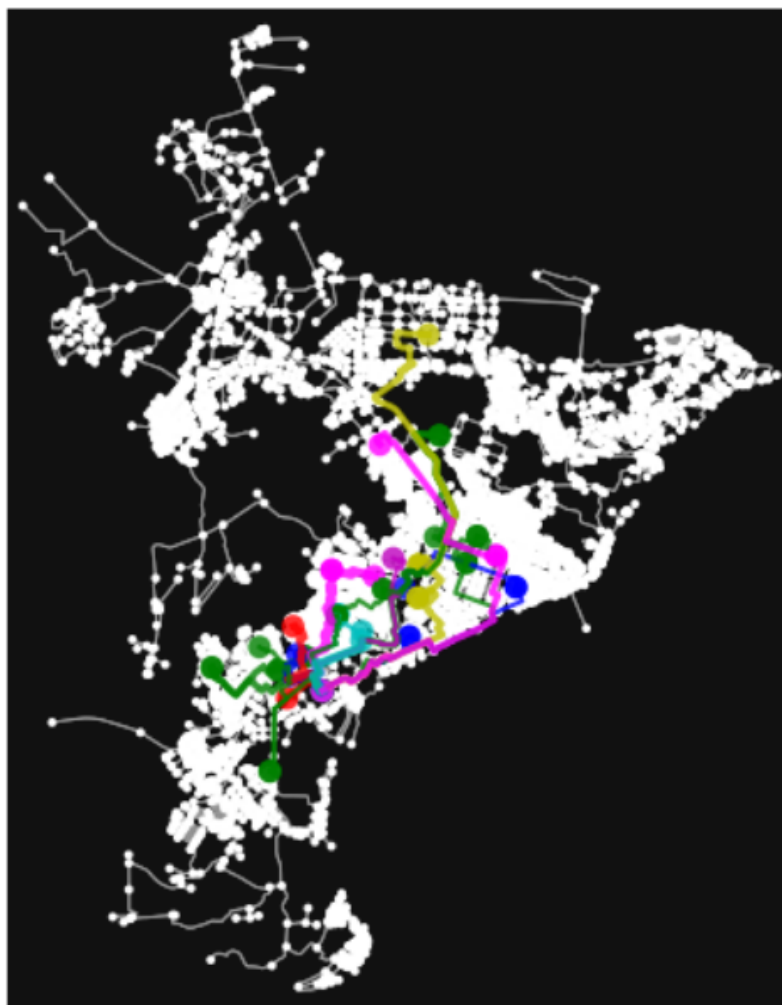


Рисунок 2 – Маршруты 7 курьеров для доставки заказов 28 клиентам

Можно сделать вывод о том, что когда зависимость от времени суток, в которое производится доставка, учитывается, мы можем получать более реальные и оптимальные решения, чем когда принимаем время в пути за постоянную величину.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенной работы сделаны следующие выводы:

1. Уточнено понятие «транспортная логистика», рассмотрены виды задач транспортной логистики;
2. Исследованы различные математические модели задач коммивояжера и маршрутизации автотранспорта. Рассмотрены модели CVRP, VRPTW, TDVRP, MDVRP, SDVRP, PVRP, VRPB, VRPSF при решении задачи маршрутизации автотранспорта, которые являются проблемно - ориентированными, то есть учитывают ограничения и условия, возникающие при решении задачи в реальных условиях;
3. Приведена математическая модель и постановка зависящей от времени задачи маршрутизации доставки, определяющая практическую ценность данной работы;
4. Проведены анализ и исследования существующих методов решения задач коммивояжера и маршрутизации транспортных средств;
5. Проанализирована деятельность сервисов доставки еды и продуктов Delivery Club, Яндекс Еда, СберМаркет; выделены возможные задачи и проблемы в работе сервиса;
6. Рассмотрены алгоритм Дейкстры и генетический алгоритм в рамках решения задачи маршрутизации доставки; приведены их преимущества и недостатки;
7. Зависящая от времени задача маршрутизации доставки решена с помощью генетического алгоритма, проанализированы результаты.

Результаты магистерской работы имеют практическую ценность для работы локальных логистических сервисов.