МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математического анализа

Экстремальнае задачи в классе выпуклых однолистных функций

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студента(ки) 4 курса 421 группы
направления (специальности) 02.03.01 Математика и компьютерные науки
код и наименование направления (специальности)
Механико-математического факультета
наименование факультета, института, колледжа
Письменной Алисы Сергеевны
фамилия, имя, отчество

Научный руководитель

доцент, к.ф.-м.н., доцент ____________________ Е.В. Разумовская
должность, уч. степень, уч. звание дата, подпись инициалы, фамилия

Заведующий кафедрой

зав. кафедрой, к.ф.-м.н. ____________________ А.М. Захаров
должность, уч. степень, уч. звание дата, подпись инициалы, фамилия

Саратов 2023 год

Введение. Выпускная квалификационная работа посвящена решению экстремальных задач в известном подклассе однолистных функций - выпуклых однолистных функций.

Цель работы : применение метода мажорантной области к описанию систем функционалов на подклассах однолистных функций.

Задачи, поставленные в работе:

- интегральное представление функций Базилевича;
- рассмотрение первой задачи Гронуолла на классе функций Базилевича;
- оценка $|f(z)|$ в зависимости от $|a_2|$, $|a_3|$ на классе выпуклых однолистных функций.
- построение областей изменения модуля функции при конкретных значаниях параметров.

Обозначим через S - класс всех регулярных и однолистных в единичном круге $E = z : |z| < 1$ функций $f(z) = z + a_2 z^2 + a_3 z^3 + ...$. Класс S - главный объект исследований в геометрической теории функций комплексного переменного. Пусть $C_{[a;b]}$ множество, состоящее из однопараметрических семейств $p(z;t)$, $a \leq t \leq b$, функций класса C, где C - класс Каратеодори функций $p(z)$, регулярных в E с разложением

$$p(w) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} 2p_k z^k$$

и условием $Rep(z) > 0$.

Для каждой функции $f(z) \in S$ существует однопараметрическое семейство $p(z,t)$ из множества $C_{[0;\infty]}$ такое, что решение $w = f(z,t)$ задачи Коши для дифференциального уравнения Левнера-Куфарева

$$\frac{dw}{dt} = -wp(w,t),$$

представляет $f(z)$ по формуле

$$f(z) = \lim_{t\to\infty} e^t f(z,t).$$

Куфаревым проведен ряд исследований свойств интегралов этого уравнения, доказана их однолистность. В. Я. Гутлянский доказал, что уравнение Левнера-Куфарева порождает множество всех однолистных функций, тем самым, получив исчерпывающий результат в данном направлении иследования.

И. Е. Базилевич, проинтегрировав частный вид уравнения Левнера-Куфарева, получил интегральное представление подкласса однолистных функций B_α, где $\alpha \leq 0$.

Если $f \in B_\alpha$, то

$$f(z) = \lim_{t\to\infty} e^t w(z,t),$$

где $w(z,t)$ - решение дифференциального уравнения Левнера-Куфарева:

$$\frac{dw(z,t)}{dt} = -\frac{w(z,t)}{e^{-\alpha t}p_1(w)+(1-e^{-\alpha t})p_0(w)},$$
$$w(z,0) = z,$$

где p_0, p_1 являются функциями класса Каратеодори (C) с разложением в единичном круге E

$$p_0(w) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} 2\gamma_k w^k,$$
$$p_1(w) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} 2\beta_k w^k,$$

удовлетворяющие в E условию $Rep_0(w) > 0$, $Rep_1(w) > 0$.

Справедлива следующая теорема, принадлнжащая И. Е. Базилевичу:

Теорема.1.1 Если функции $p_0(w)$, $p_1(w)$ регулярны в круге $|z| < 1$ и имеют в нем положительные действительные части, то функция

$$f(z) = \left[\alpha \int_0^z p_1(s)s^{\alpha-1}\exp\left(\alpha\int_0^s \frac{p_0(t)-1}{t}dt\right)ds\right]^{\frac{1}{\alpha}}$$

однолистна в этом круге, если под $f(z)$ понимать ту ветвь многозначной функции, которая имеет разложение

$$f(z) = z + a_2 z^2 + ..., \; |z| < 1.$$

Класс B_α содержит ряд подклассов, представляющих самостоятельный интерес. В частности, при $p_1(z) = 1$, $p_0(z) \in C$ интегралы задачи Коши для следующего дифференциального уравнения порождают подкласс класса Базилевича - класс выпуклых однолистных функций.

$$\frac{dw(z,t)}{dt} = -\frac{w(z,t)}{e^{-\alpha t} + (1 - e^{-\alpha t}) p_0(w)},$$
$$w(z,0) = z.$$

И следующая формула дает интегральное представление подкласса S^0 всех выпуклых функций класса S:

$$f(z) = \left[\alpha \int\limits_0^z s^{\alpha - 1} \exp \left(\alpha \int\limits_0^s \frac{p_0(t) - 1}{t} dt \right) ds \right]^{\frac{1}{\alpha}}.$$

Выпускная квалификационная работа состоит из четырех разделов. В первом разделе рассмотрено интегральное представление функций класса Базилевича[1]. Во втором разделе рассмотрено решение первой задачи Гронуолла на классе функций Базилевича. Исследования, приведенные в работе, опираются на метод мажорантной области, предложенный в работах М. Финкельштейна[2], Д. В. Прохорова[3]. Находится связь между коэффициентами функций класса Базилевича и функциями класса Каратеодори. Исследование производится с помощью оператора специального вида.

$$P_{d_1}[q](w) = \frac{1 + \overline{d_1} + w(1 + d_1) q(w) + 1 - \overline{d_1} + w(d_1 - 1)}{1 + \overline{d_1} - w(1 + d_1) q(w) + 1 - \overline{d_1} - w(d_1 - 1)},$$

где $q(w) \in C$, который однозначно отображает класс C на класс $C(d_1)$ функций класса C с фиксированным коэффициентом d_1. Это используется для доказательства следующего утверждения:

[1]Базилевич И.Е., Обобщение одной интегральной формулы для класса однолистных функций, Матем. сб. 100(1964), 628-630.

[2]Finkelstein M., Growth estimates of convex functions, Proc. AMS 18(3) (1967), 412 - 418.

[3]Прохоров Д.В., Шиналь Я., Оценка модуля функции Мокану с фиксированными коэффициентами, Теория функций и приближений. Труды Сарат.зимн.школы 1 (1982), 156.

Теорема.1.2 Пусть $f(z)=z+a_2z^2+...\in B_\alpha$, $\alpha\in R$, $z\in E=\{z:|z|<1\}$. Тогда справедливы неравенства:

$$J_1^*\leq|f(z)|\leq J_2^*,$$

где

$$J_1^*=\tfrac{|z|}{1+|z|^2+|z||a_2|},$$

$$J_2^*=\left[\alpha\int\limits_0^{|z|}\tfrac{2s^\alpha}{e(1-s^2)^{\alpha+1}\log\left(\frac{1+s}{1-s}\right)}\left(\tfrac{1+s}{1-s}\right)^{\frac{1+s^2+s|a_2|(\alpha+1)}{2s}}ds\right]^{\frac{1}{\alpha}}$$

Это раздел опирается на статью Разумовской Е. В.

В третьем разделе рассматривается задача об оценке $|f(z)|$ в зависимости от начальных коэффициентов $|a_2|$ и $|a_3|$ на подклассе выпуклых функций. Аналогично для исследований ипользуется метод мажорантной области, применяемый в разделе 2. Результаты исследований сформулированы в утверждении:

Теорема 1.3 Пусть $f(z)=z+a_2z^2+a_3z^3...\in S^0$, $\alpha\in R$, $z\in E$. Тогда если для коэффициентов γ_1, $\gamma_2\in R$ из разложения функции $p_2(z)=1+\sum\limits_{k=1}^{\infty}2\gamma_kz^k$ класса Каратеодори C выполняется неравенство:

$$T(\gamma_1,\gamma_2)=\gamma_1^2-\gamma_2\leq 0,$$

то справедлива оценка:

$$|f(z)|\leq\left[\alpha\int\limits_0^{|z|}s^{\alpha-1}(1-s)^{M_1}(1+A_1s+s^2)^{M_2}ds\right]^{\frac{1}{\alpha}},$$

где

$$M_1=\tfrac{2\alpha^2-|a_2|^2(\alpha+1)^2+\alpha|a_3|(\alpha+2)-\alpha|a_2|^2(\alpha+3)}{6\alpha-4\alpha|a_2|(\alpha+1)+2\alpha|a_3|(\alpha+2)-\alpha|a_2|^2(\alpha+3)},$$

$$M_2=\tfrac{-4+4\alpha|a_2|(\alpha+1)-4\left[|a_3|(\alpha+2)-\frac{|a_2|^2}{2}(\alpha+3)\right]^2}{6\alpha-4\alpha|a_2|(\alpha+1)+2\alpha|a_3|(\alpha+2)-\alpha|a_2|^2(\alpha+3)},$$

$$A_1=\tfrac{2\alpha-2\alpha|a_2|(\alpha+1)+|a_3|(\alpha+2)-\frac{|a_2|^2}{2}(\alpha+3)}{2\alpha-|a_2|(\alpha+1)},$$

$$|z| < 1,$$

Если же выполняется неравенство $T(\gamma_1, \gamma_2) = \gamma_1^2 - \gamma_2 \geq 0$, то справедлива оценка:

$$|f(z)| \geq \left[\alpha \int\limits_0^{|z|} s^{\alpha-1}(1-s)^{N_1}(1+A_2 s + s^2)^{N_2} ds\right]^{\frac{1}{\alpha}},$$

$$N_1 = \frac{-4\alpha^2+4\alpha|a_3|(\alpha+2)-2\alpha|a_2|^2(\alpha+3)}{6\alpha^2-4\alpha|a_2|(\alpha+1)+|a_2|^2(\alpha+1)^2-2\alpha|a_3|^2(\alpha+2)+\alpha|a_2|^2(\alpha+3)},$$

$$N_2 = \frac{-4\alpha^2+4\alpha|a_2|(\alpha+1)-4\left[|a_3|(\alpha+2)-\frac{|a_2|^2}{2}(\alpha+3)\right]^2}{6\alpha^2-4\alpha|a_2|(\alpha+1)+|a_2|^2(\alpha+1)^2-2\alpha|a_3|(\alpha+2)+\alpha|a_2|^2(\alpha+3)},$$

$$A_2 = \frac{-2\alpha^2+2\alpha|a_2|(\alpha+1)-|a_2|^2(\alpha+1)^2+2\alpha|a_3|(\alpha+2)-\alpha|a_2|^2(\alpha+3)}{\alpha(2\alpha-|a_2|(\alpha+1))},$$

$$|z| < 1.$$

Основное содержание работы. Рассмотрим более подробно каждый раздел, начнем с интегрального представления функций класса Базилевича.

Самый широкий класс однолстных функций с интегральным представлением - клсс функций Базилевича: для таких функций

$$\frac{d\xi}{dt} = -\xi p(z,t),$$

где

$$p(z,t) = \frac{1}{e^{-mt}p_1(z)+(1-e^{-mt}p_2(z)}.$$

Это уравнение интегрируется в квадратурах и интегральное представление имеет вид:

$$f(z) = \left[\frac{m}{1+a^2}\int\limits_0^z (p_1(z)-ai)S^{\frac{m}{1+ai}-1}e^{\frac{m}{1+e^2}\int\limits_0^S \frac{p_2-1}{t}dt}ds\right]^{\frac{1+ai}{m}} \forall a \in R. \tag{1.1}$$

Получим его из уравнения Лёвнера-Куфарева:

$$\frac{d\xi(z,t)}{dt} = -\xi(z,t)p(\xi,t).$$

Полагая $\tau = e^{-t}$, $0 < \tau \leq 1$, перепишем

$$\frac{d}{\tau} = p^*(\xi,\tau)\frac{d\xi}{\xi} \tag{1.2}$$

$\left(d\tau = -e^{-t}dt, \text{ следовательно, } p^* = \frac{1}{p(\xi,\ln\frac{1}{\tau})} \right)$ $p^*(\xi,\tau) = 1 + \alpha_1(\tau)\xi + ...$

Формально обобщим это уравнение, введя параметр $a \in R$:

$$p_1(\xi,\tau) = p^*(e^{ia\tau}\xi,\tau)$$

Сделаем замену: $\eta = e^{ia\tau}\xi$, имеем $\frac{d\xi}{\xi} = \frac{d\eta}{\eta} - ia\frac{d\tau}{\tau}$.

$$\left(d\eta = e^{ia \in \tau} i \frac{a\frac{d\tau}{\tau}}{\tau}\xi + e^{ia\ln\tau}d\xi = \eta i\frac{a^{d\tau}}{\tau} + \frac{d\xi}{\xi} \right)$$

Положим

$$\frac{1}{p(\eta\tau)} = p_2(\eta,\tau) = 1 + \beta_1(\tau)\xi + ... \text{ в } |\xi| < 1 \text{ с } Rep_2(\xi,\tau) > 0.$$

Получим

$$\frac{d\eta}{\eta} = \frac{d\xi}{\xi} + ia\frac{d\tau}{\tau} = \left(\frac{1}{p^*(\xi,\tau)} + ia \right)\frac{d\tau}{\tau} = (p_2(\eta,\tau) + ia)\frac{d\tau}{\tau}$$

Так как

$$\frac{1}{p_2(\xi,\tau)} + ia = \frac{1-ia}{1+a^2} - \frac{ai}{1-a^2}$$

$$\text{с } p_3(\eta,\tau) = 1 + \delta_1(\tau)\eta + \ ..., \ Rep_3(\eta,\tau) > 0 \text{ в } |\eta| < 1.$$

Следовательно,

$$(1+a^2)\frac{d\tau}{\tau} = [p_3(\eta,\tau) - ia]\frac{d\eta}{\eta} \tag{1.3}$$

Теорема 1.4 Если $f_*(z) \in S^*$, регулярна в $|z| < 1$ с $Rep(z) > 0$, то $\forall \alpha \in R$, $m > 0$ главная ветвь функции, определяемой по формуле

$$w(z) = \left[\frac{m}{1+a^2}\int\limits_0^z (p_1(s) - ai)s^{-\frac{mai}{1+a^2}-1} \cdot \left(f_*(s)\right)^{\frac{m}{1+a^2}} ds\right]^{\frac{1+ai}{m}}$$

В принадлежит классу S'.

Замечание 1.1 В последствии И.Е. Базилевичем (1964) была выведена более общая структурная формула: если $p_0(z)$, $p_1(z)$ регулярны в $|z| < 1$ и $Rep_0(z) > 0$, $Rep_1(z) > 0$ в $|z| < 1$, то

$$f(z) = \left[\frac{p_0(0)}{p_1(0)}\int\limits_0^z p_1(s)^{p_0-1}\exp\left(\int\limits_0^s \frac{p_0(t)-p_0(0)}{t}dt\right)ds\right]^{\frac{1}{p_0(0)}}$$

однолистна в $|z| < 1$, если $f(z)$ та ветвь многозначной функции, что $f(z) = z + c_2z^2 + ...$ в $|z| < 1$.

Рассмотрим решение задачи об оценке $|f(z)|$ в зависимости от $|a_2|$ на классе функций Базилевича B_α. Эта задача носит название первой задачи Гронуолла.

Как было рассмотрено в разделе 1, если$f \in B_\alpha$, то

$$f(z) = \lim_{t\to\infty} e^t w(z,t)$$

$$\frac{dw(z,t)}{dt} = -\frac{w(z,t)}{e^{-\alpha t}p_1(w)+(1-e^{-\alpha t})p_0(w)}, \tag{2.1}$$

$$w(z,0) = z,$$

где $p_0(w)$, $p_1(w)$ - функции класса Каратеодори (C) с разложением в единичном круге

$$p_0(w) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} 2\gamma_k w^k,$$

$$p_1(w) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} 2\beta_k w^k,$$

удовлетворяющие в нем условию $Rep_0(w) > 0$, $Rep_1(w) > 0$.

Оператор

$$P_{d_1}[q](w) = \frac{1+\overline{d_1}+w(1+d_1)q(w)+1-\overline{d_1}+w(d_1-1)}{1+\overline{d_1}-w(1+d_1)q(w)+1-\overline{d_1}-w(d_1-1)} = \frac{\frac{\overline{d_1}\frac{q-1}{q+1}+1}{d_1+\frac{q-1}{q+1}}+w}{\frac{\overline{d_1}\frac{q-1}{q+1}+1}{d_1+\frac{q-1}{q+1}}-w} = \frac{k+w}{k-w}, \tag{2.2}$$

где $q(w) \in C$, однозначно отображает класс C на класс $C(d_1)$ функцией $f \in C$ с фиксированным коэффициентом d_1. Функция $\xi = \frac{k+w}{k-w}$, $(|k| > r)$ отображает круг $E_r = \{w : |w| \leq r\}$ на круг

$$\left|\xi - \frac{|k^2+r^2|}{|k|^2-r^2}\right| \leq \frac{2|k|r}{|k|^2-r^2}, \tag{2.3}$$

который расширяется с уменьшением $|k|$. Образ круга E_r при отображении функциями класса C содержится в круге

$$D_r = \left\{I : |I - \frac{1+r^2}{1-r^2}| \leq \frac{2r}{1-r^2}\right\}. \tag{2.4}$$

Функция $k = \frac{\overline{d_1}\frac{q-1}{q+1}+1}{d_1+\frac{q-1}{q+1}}$ отображает круг D_r на круг

$$\left|k - \frac{|d_1|^2(1-r^2)}{|d_1|^2-r^2}\right| \leq \frac{1-|d_1|^2 r}{|d_1|^2-r^2} \tag{2.5}$$

И поэому в круге

$$D_r|k|_{\min} = \frac{r|d_1|+1}{|d_1|+r} \tag{2.6}$$

Применим оператор P_d функциям $p_0(w)$, $p_1(w)$, зафиксировав коэффициенты γ_1 и β_1 на классе функций C

$$|k_1| = |k|_{\substack{\min\\ d_1=\beta_1}} = \tfrac{r|\beta_1|+1}{|\beta_1|+r}, \tag{2.7}$$

$$|k_2| = |k|_{\substack{\min\\ d_1=\gamma_1}} = \tfrac{r|\gamma_1|+1}{|\gamma_1|+r} \tag{2.8}$$

Используя равенства (2.7), (2.8) получим выражения для T_1 и T_2:

$$e^{-\alpha t}\tfrac{k_1+r}{k_1-r} + (1-e^{-\alpha t})\tfrac{k_2+r}{k_2-r} =$$

$$= e^{-\alpha t}\frac{\frac{r|\beta_1|+1}{|\beta_1|+r}+r}{\frac{r|\beta_1|+1}{|\beta_1|+r}-r} + (1-e^{-\alpha t})\frac{\frac{r|\gamma_1|+1}{|\gamma_1|+r}+r}{\frac{r|\gamma_1|+1}{|\gamma_1|+r}-r} =$$

$$= e^{-\alpha t}\frac{r|\beta_1|+1+r|\beta_1|+r^2}{r|\beta_1|+1-r|\beta_1|-r^2} + (1-e^{-\alpha t})\frac{r|\gamma_1|+1+r|\gamma_1|+r^2}{r|\gamma_1|+1-r|\gamma_1|-r^2} =$$

$$\text{e}= e^{-\alpha t}\tfrac{1+2r|\beta_1|+r^2}{1-r^2} + (1-e^{-\alpha t})\tfrac{1+2r|\gamma_1|+r^2}{1-r^2} = T_2$$

и

$$e^{-\alpha t}\tfrac{k_1-r}{k_1+r} + (1-e^{-\alpha t})\tfrac{k_2-r}{k_2+r} =$$

$$= e^{-\alpha t}\frac{\frac{r|\beta_1|+1}{|\beta_1|+r}-r}{\frac{r|\beta_1|+1}{|\beta_1|+r}+r} + (1-e^{-\alpha t})\frac{\frac{r|\gamma_1|+1}{|\gamma_1|+r}-r}{\frac{r|\gamma_1|+1}{|\gamma_1|+r}+r} =$$

$$= e^{-\alpha t}\frac{r|\beta_1|+1-r|\beta_1|-r^2}{r|\beta_1|+1+r|\beta_1|+r^2} + (1-e^{-\alpha t})\frac{r|\gamma_1|+1-r|\gamma_1|-r^2}{r|\gamma_1|+1+r|\gamma_1|+r^2} =$$

$$= e^{-\alpha t}\tfrac{1-r^2}{1+2r|\beta_1|+r^2} + (1-e^{-\alpha t})\tfrac{1-r^2}{1+2r|\gamma_1|+r^2} = T_1$$

Теперь будем решать задачу об оценке $|f(z)|$ на классе выпуклых функций $(f(z) \in S^0)$, считая фиксированными и $|a_2|$, и $|a_3|$.

Пусть функция $q \in C$ и имеет разложение $q(z) = 1 + 2a_1 z + 2a_2 z^2 + ...$

Напомним, что оператор

$$p_{\beta_1}[q](z) = \frac{\frac{(1+\beta_1)q+(1-\beta_1)}{(1+\beta_1)q-(1-\beta_1)}+z}{\frac{(1+\beta_1)q+(1-\beta_1)}{(1+\beta_1)q-(1-\beta_1)}-z} \tag{3.1}$$

отображает класс C на класс функций $C(\beta_1)$ с фиксированным коэффициентом β_1. Функция $p_1 = P_{\beta_1}[q]$ имеет разложение

$$p_1(z) = 1 + 2\beta_1 z + 2\beta_2 z^2 + \dots \tag{3.2}$$

Элементарными вычислениями находим, что

$$\beta_2 = (1 - \beta_1^2)a_1 + \beta_1^2 \ . \tag{3.3}$$

Для фиксированного значения β_1 соотношение (3.3) выражает β_2 через β_1 и a_1.

Еще раз отметим, что функция $P_{\beta_1}[q] = \frac{k+z}{k-z}$, $|k| < r$, где

$$k = \frac{(1+\beta_1)q+(1-\beta_1)}{(1+\beta_1)q-(1-\beta_1)} \ , \tag{3.4}$$

отображает круг $E_r = \{z : |z| \leq r\}$ на круг

$$\left| p_1 - \frac{|k|^2+r^2}{|k|^2-r^2} \right| \leq \frac{2|k|r}{|k|^2-r^2} \tag{3.5}$$

Теперь рассмотрим функцию $p_2 = P_{\gamma_1}[p_1]$, $p_1 \in C(\beta_1)$, которая отображает класс функций C (β_1) на класс функций $C(\gamma_1, \gamma_2)$ с фиксированными первыми коэффициентами γ_1, γ_2. Функции p_1, p_2 имеют разложение

$$p_1(z) = 1 + \sum_{j=1}^{\infty} 2\beta_j z^{æ}$$

и

$$p_2(z) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} 2\gamma_k z$$

Аналогично рассуждениям, приведенные выше, находим зависимость между коэффициентами данных функций:

$$\gamma_2 = (1 - \gamma_1^2)\beta_1 + \gamma_1^2$$

И выразим отсюда коэффициент β_1:

$$\beta_1 = \tfrac{\gamma_2 - \gamma_1^2}{1 - \gamma_1^2}$$

Заключение. В работе была рассмотрена задача Гронуолла для функцй класса Базилевича.

Дипломная работа состоит из трех разделов. В первом разделе рассмотрено интегральное представление функций класса Базилевича. Во втором разделе рассмотрено решение первой задачи Гронуолла на классе функций Базилевича. Исследования, приведенные в работе, опираются на метод мажорантной области, предложенный в работах М. Финкелыштейна , Д.В. Прохорова и Я.Шиналя. Находится связь между коэффициентами функций класса Базилевича и функциями класса Каратеодори. Этот раздел опирается на статью Разумовской Е.В.. В третьем разделе рассматривается задача об оценке $|f(z)|$ в зависимости от начальных коэффициентов $|a_2|$ и $|a_3|$ на подклассе выпуклых функций. Аналогично для исследований используется метод мажорантной области, применяемый в разделе 2. Результаты исследований сформулированы в виде теорем. В четвертом разделе были выведены оценки модуля функции при конкретных значениях параметров.