

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра дифференциальных уравнений и математической экономики

**Формирование портфеля ценных рисков бумаг с учетом  
доходности, риска и ликвидности**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 4 курса 441 группы

направления 09.03.03 – Прикладная информатика

механико-математического факультета

Буровой Александры Артемовны

Научный руководитель  
профессор, д.ф.-м.н., профессор

С.И. Дудов

Заведующий кафедрой  
зав. кафедрой, д.ф.-м.н., доцент

В.С. Рыхлов

Саратов 2026

**Введение.** Формирование инвестиционного портфеля является одной из ключевых задач финансового анализа и управления капиталом. Инвестор стремится получить приемлемую доходность при ограниченном уровне риска. Традиционно эта задача рассматривается в рамках модели Марковица, где основными характеристиками портфеля являются ожидаемая доходность и риск. Однако в реальных рыночных условиях этих двух показателей недостаточно.

Важным фактором при выборе портфеля является ликвидность ценных бумаг. Даже актив с высокой ожидаемой доходностью и умеренным риском может быть неудобен для инвестора, если его трудно быстро продать без существенного отклонения от справедливой цены. Низкая ликвидность приводит к дополнительным издержкам, задержкам исполнения сделок и возможным потерям при вынужденной продаже. Поэтому при формировании портфеля необходимо учитывать не только доходность и риск, но и возможность эффективной реализации активов на рынке.

Актуальность темы дипломной работы определяется необходимостью построения более реалистичной модели выбора структуры портфеля, учитывающей доходность, риск и ликвидность. Такой подход позволяет приблизить теоретическую модель к практическим условиям финансового рынка.

Объектом исследования является портфель рискованных ценных бумаг. Предметом исследования выступают методы выбора оптимальной структуры портфеля с учетом доходности, риска и ликвидности.

Целью дипломной работы является исследование и применение модели выбора оптимальной структуры портфеля рискованных ценных бумаг с учетом доходности, риска и ликвидности.

Для достижения поставленной цели решаются следующие задачи:

1. Рассмотреть основные подходы к портфельной оптимизации и роль модели Марковица.
2. Изучить понятие ликвидности ценных бумаг и обосновать необходимость ее учета.
3. Построить математическую модель выбора оптимального портфеля с учетом доходности, риска и ликвидности.
4. Реализовать вычислительный алгоритм решения задачи.

5. Провести эксперименты на тестовых данных.
6. Выполнить расчеты на реальных данных Московской биржи.
7. Проанализировать влияние ликвидности на структуру портфеля и соотношение доходности и риска.

Методологическую основу работы составляют методы теории портфеля, линейной алгебры, математической статистики и численной оптимизации. В качестве информационной базы используются данные Московской биржи, включая цены закрытия и показатели денежного оборота торгов.

Практическая значимость работы заключается в том, что предложенная модель позволяет более полно оценивать портфельные решения в условиях реального рынка. Учет ликвидности повышает применимость результатов оптимизации, так как отражает не только потенциальную доходность и риск, но и реальную торговую доступность активов.

Работа состоит из введения, пяти разделов, заключения, списка использованных источников и двух приложений.

**В первом разделе** рассматриваются риск и ликвидность как ключевые факторы формирования портфеля рискованных ценных бумаг. Эти характеристики тесно связаны с доходностью, а задача инвестора состоит в поиске оптимального баланса между ними.

Риск определяется как вероятность возникновения убытков или отклонения фактической доходности от ожидаемой. В разделе выделяются основные виды риска. Рыночный риск связан с общими экономическими факторами и не устраняется диверсификацией. Специфический риск относится к отдельным компаниям или отраслям и может быть снижен за счет включения в портфель разных активов. Кредитный риск возникает при вложениях в облигации и отражает вероятность невыплаты долга эмитентом. Операционный риск связан с внутренними сбоями, ошибками или мошенничеством. Валютный риск появляется при инвестировании в бумаги, номинированные в иностранной валюте.

Ликвидность ценной бумаги показывает, насколько быстро и с какими издержками ее можно продать по цене, близкой к рыночной. Высокая ликвидность позволяет инвестору оперативно реагировать на изменения рынка, тогда как низкая ликвидность может привести к потерям при продаже.

На ликвидность влияют размер компании, устойчивость эмитента, объем торгов, количество сделок, спред между ценой покупки и продажи, наличие маркет-мейкеров, доля акций в свободном обращении и волатильность. Наиболее ликвидными обычно являются акции крупных компаний, относящиеся к «голубым фишкам». Бумаги второго и третьего эшелона, как правило, имеют меньший спрос и более высокий риск ликвидности.

Таким образом, при управлении портфелем необходимо учитывать не только ожидаемую доходность и риск, но и ликвидность активов, поскольку она определяет практическую возможность реализации инвестиционного решения.

**Во втором разделе** рассматриваются основные подходы к измерению ликвидности ценных бумаг, их преимущества и недостатки, а также обосновывается выбор метода, используемого в работе.

Одним из распространенных показателей является среднедневной объем торгов (ADTV). Он прост в расчете и основан на доступных данных, однако не учитывает спред, влияние крупных сделок на цену и может искажаться краткосрочными колебаниями.

Другой показатель — спред между ценой покупки и продажи. Он напрямую отражает транзакционные издержки: чем меньше спред, тем выше ликвидность. Недостатком является высокая изменчивость показателя в течение торгового дня и сложность получения устойчивых исторических данных для низколиквидных бумаг.

Также используется отношение объема торгов к капитализации (Turnover Ratio). Этот показатель позволяет сравнивать бумаги разных компаний, но зависит от выбранного периода и может искажаться аномальными объемами торгов. Кроме того, он не учитывает спред и глубину рынка.

Показатель Impact Cost отражает влияние сделки на цену бумаги и хорошо характеризует глубину рынка. Однако для его расчета требуются детальные данные о сделках и стакане заявок, что ограничивает его практическое применение.

В разделе также приводятся бухгалтерские коэффициенты ликвидности: текущей, быстрой и абсолютной ликвидности. Они относятся к оценке пла-

тежеспособности эмитента, а не к рыночной ликвидности ценных бумаг, поэтому не используются в качестве основного показателя в данной работе.

Для получения данных рассматривались библиотека `moexalgo` и ISS API Московской биржи. Библиотека `moexalgo` удобна, но доступ к полному набору данных требует платной подписки `AlgoPack`. Поэтому в работе используется бесплатный ISS API Московской биржи, который позволяет получать цены закрытия, объемы торгов и другие необходимые показатели за длительные периоды.

Таким образом, в работе ликвидность оценивается через средний дневной денежный оборот. Этот показатель доступен, экономически понятен и подходит для сравнения активов с разной торговой активностью.

**В третьем разделе** формулируется математическая постановка задачи формирования оптимального портфеля с учетом доходности, риска и ликвидности, а также приводится ее аналитическое решение.

Пусть инвестор распределяет капитал между  $n$  ценными бумагами. Доля вложений в  $i$ -ю бумагу обозначается через  $x_i$ , причем сумма всех долей равна единице. Доходность портфеля определяется как взвешенная сумма доходностей отдельных активов, а ликвидность портфеля — как взвешенная сумма их ликвидностей. Риск измеряется дисперсией доходности портфеля и выражается через ковариационную матрицу  $V$ .

Задача состоит в том, чтобы при заданных значениях ожидаемой доходности  $m_p$  и ликвидности  $l_p$  найти структуру портфеля  $x$ , минимизирующую риск. Математически это задача условной оптимизации с тремя ограничениями: сумма долей равна единице, ожидаемая доходность равна  $m_p$ , ликвидность равна  $l_p$ .

Для решения используется метод множителей Лагранжа. Составляется функция Лагранжа, после чего берутся частные производные по вектору  $x$ . Из полученной системы выражается оптимальный вектор долей через множители Лагранжа и обратную ковариационную матрицу. Подстановка этого выражения в ограничения приводит к системе трех линейных уравнений относительно множителей Лагранжа. После их нахождения получается явная формула оптимального портфеля.

В результате оптимальная структура портфеля имеет вид

$$x^* = b + c \cdot m_p + d \cdot l_p,$$

где векторы  $b$ ,  $c$  и  $d$  зависят от ковариационной матрицы, доходностей и ликвидностей активов, но не зависят от выбранных инвестором значений  $m_p$  и  $l_p$ .

Полученное решение показывает, что изменение требуемой доходности или ликвидности приводит к изменению структуры портфеля. Введение ограничения на ликвидность сужает множество допустимых решений по сравнению с классической моделью Марковица. Чем выше требуемая ликвидность, тем больший вес получают более оборотные активы. При этом может снижаться ожидаемая доходность или изменяться уровень риска.

Таким образом, в третьем разделе построена модель формирования портфеля с учетом трех параметров: доходности, риска и ликвидности. Полученное аналитическое решение позволяет исследовать компромисс между этими характеристиками и использовать модель для практических расчетов.

**В четвертом разделе** описываются инструментальные средства, постановка вычислительных экспериментов и результаты, полученные на тестовых данных.

Для реализации модели выбран язык программирования *Python*. Получение данных с Московской биржи осуществляется с помощью *ISSAPI*, библиотек *requests* и *moex — data — fetcher*. Для обработки временных рядов, расчета доходностей и ликвидности используется *pandas*, для матричных вычислений — *numpy*, для решения оптимизационной задачи — *scipy.linalg*. Визуализация результатов выполняется с помощью *matplotlib*, *mplot3d* и *plotly*.

Вычислительный алгоритм включает несколько этапов: получение исторических данных, расчет доходностей, определение показателей ликвидности, построение ковариационной матрицы, нахождение оптимальной структуры портфеля методом Лагранжа, а также построение двумерных и трехмерных графиков.

Для проверки модели использовались четыре условные компании: *TestBank*, *TestOil*, *TestAir* и *TestRetail*. Для каждой были заданы пара-

метры доходности, риска и ликвидности. Ликвидность актива определялась как средний дневной денежный оборот.

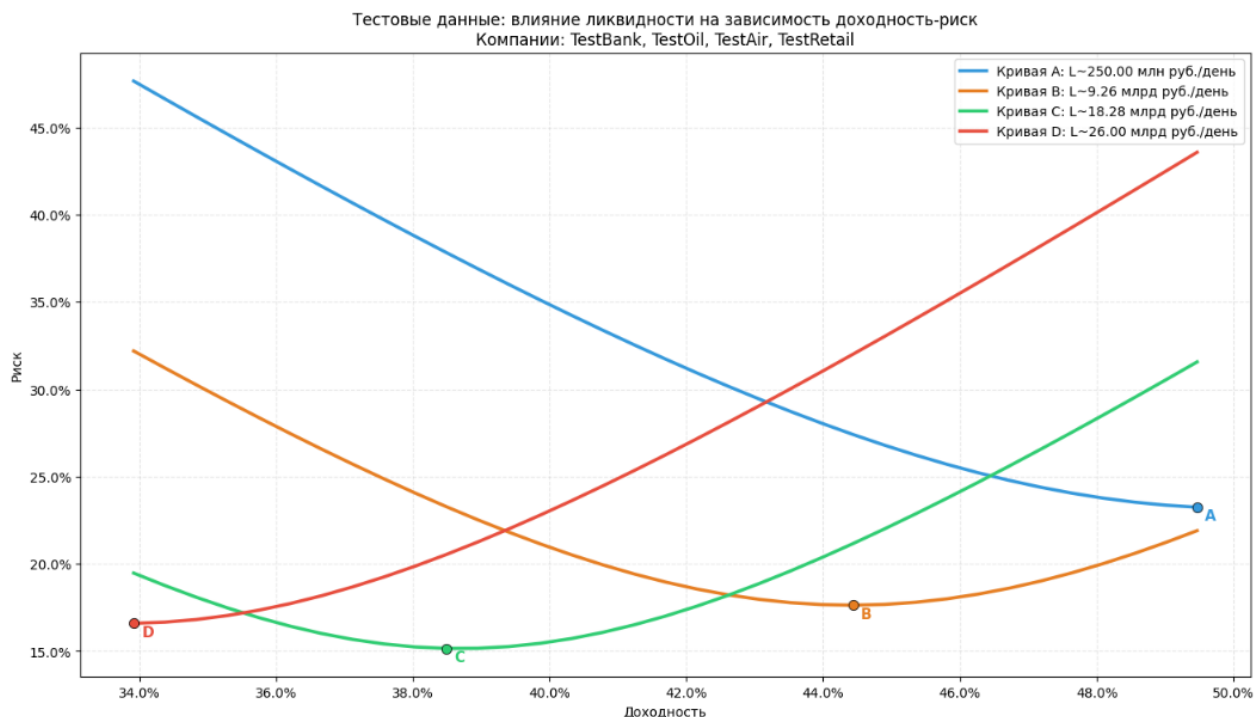


Рисунок 1 — Тестовые данные в виде 2d графика

На рисунке представлены четыре кривые, соответствующие различным уровням ликвидности портфеля. Для каждой кривой выделена точка минимального риска. При низкой ликвидности портфель имеет более высокую доходность, но допускает значительные изменения долей активов, включая короткие позиции. При увеличении ликвидности доходность постепенно снижается, а структура портфеля смещается в сторону наиболее ликвидного актива. При максимальном уровне ликвидности портфель практически полностью состоит из *TestBank*, что приводит к снижению доходности и изменению риска.

Трехмерный график показывает зависимость риска от доходности и ликвидности. По оси  $X$  отложена ожидаемая доходность, по оси  $Y$  — ликвидность, по оси  $Z$  — риск. Такая визуализация позволяет оценить влияние всех трех параметров одновременно. Из графика видно, что ликвидность формирует отдельное направление изменения портфельных решений и не может рассматриваться как второстепенный показатель.

Тестовые данные: 3D-график доходность - ликвидность - риск  
Компании: TestBank, TestOil, TestAir, TestRetail

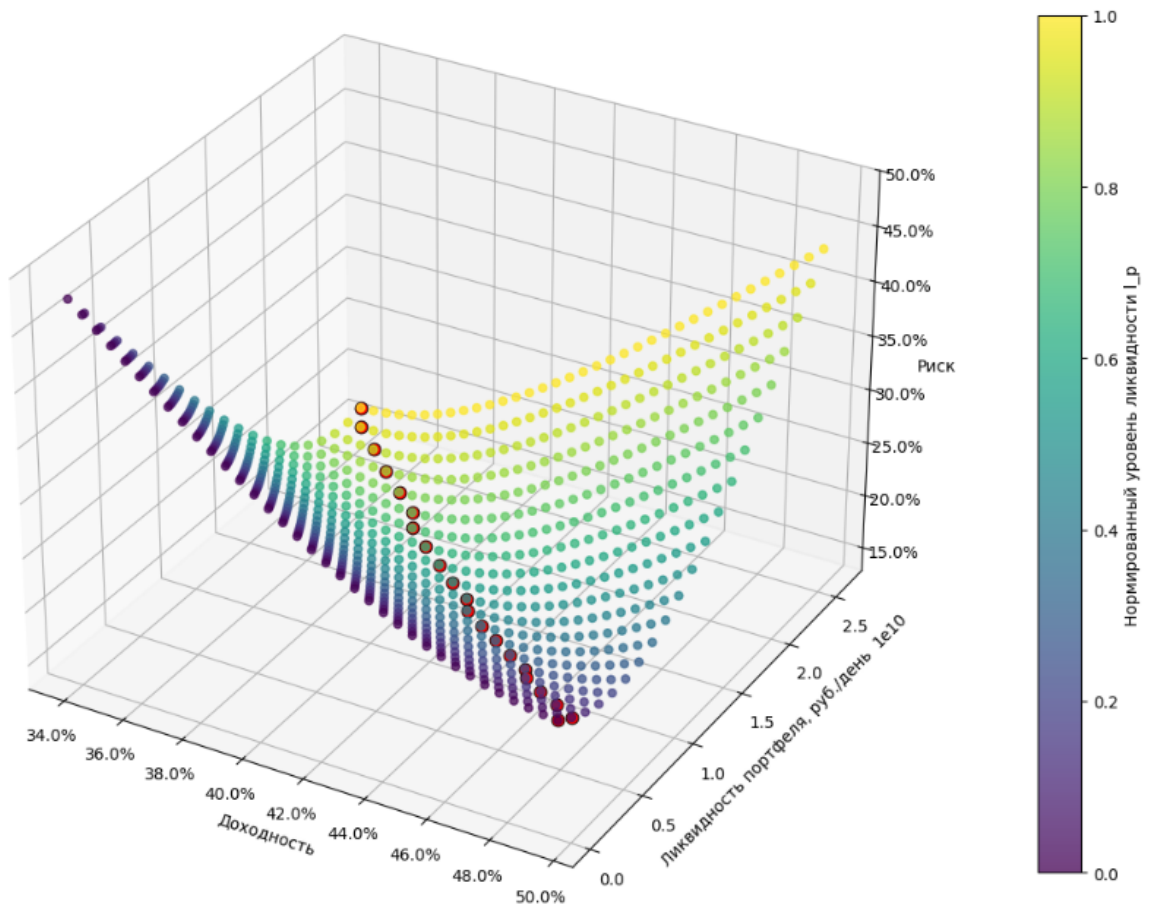


Рисунок 2 — Тестовые данные в виде 3d графика

Таким образом, эксперименты на тестовых данных подтвердили корректность работы модели. Было показано, что увеличение требований к ликвидности приводит к изменению структуры портфеля, снижению доли менее ликвидных активов и изменению соотношения доходности и риска.

**В пятом разделе** рассматриваются эксперименты на реальных данных Московской биржи, анализируются полученные результаты и формулируются выводы.

Для расчетов были выбраны акции российских компаний *SBER*, *GAZP*, *AFLT* и *LSRG*, торгующиеся на основном рынке акций Московской биржи *TQBR*. Период наблюдения составляет с 1 января 2023 года по 1 апреля 2026 года. Выбор этих бумаг обусловлен тем, что они относятся к разным отраслям экономики и имеют различный уровень торговой активности. *SBER* характеризуется очень высокой ликвидностью, *GAZP* — высокой, *AFLT* — средней, а *LSRG* — низкой ликвидностью. Такое сочетание позволяет проследить, как изменение требований к ликвидности влияет на структуру оптимального портфеля.

Ликвидность каждой акции определялась как средний дневной денежный оборот, а ликвидность портфеля рассчитывалась как взвешенная сумма ликвидностей отдельных бумаг.

На двумерном графике представлены кривые, отражающие связь между доходностью и риском при различных уровнях ликвидности портфеля. При низких требованиях к ликвидности модель допускает большую долю менее оборотных акций, таких как *LSRG* и *AFLT*. При повышении требований структура портфеля смещается в сторону более ликвидных бумаг *SBER* и *GAZP*.

Трехмерный график позволяет одновременно рассмотреть доходность, ликвидность и риск. Каждая точка соответствует одному из возможных портфелей, а совокупность точек образует область допустимых решений. Из графика следует, что более доходный портфель не всегда является более ликвидным, а более ликвидный портфель не всегда обеспечивает минимальный риск. Следовательно, ликвидность оказывает самостоятельное влияние на итоговый выбор портфеля.

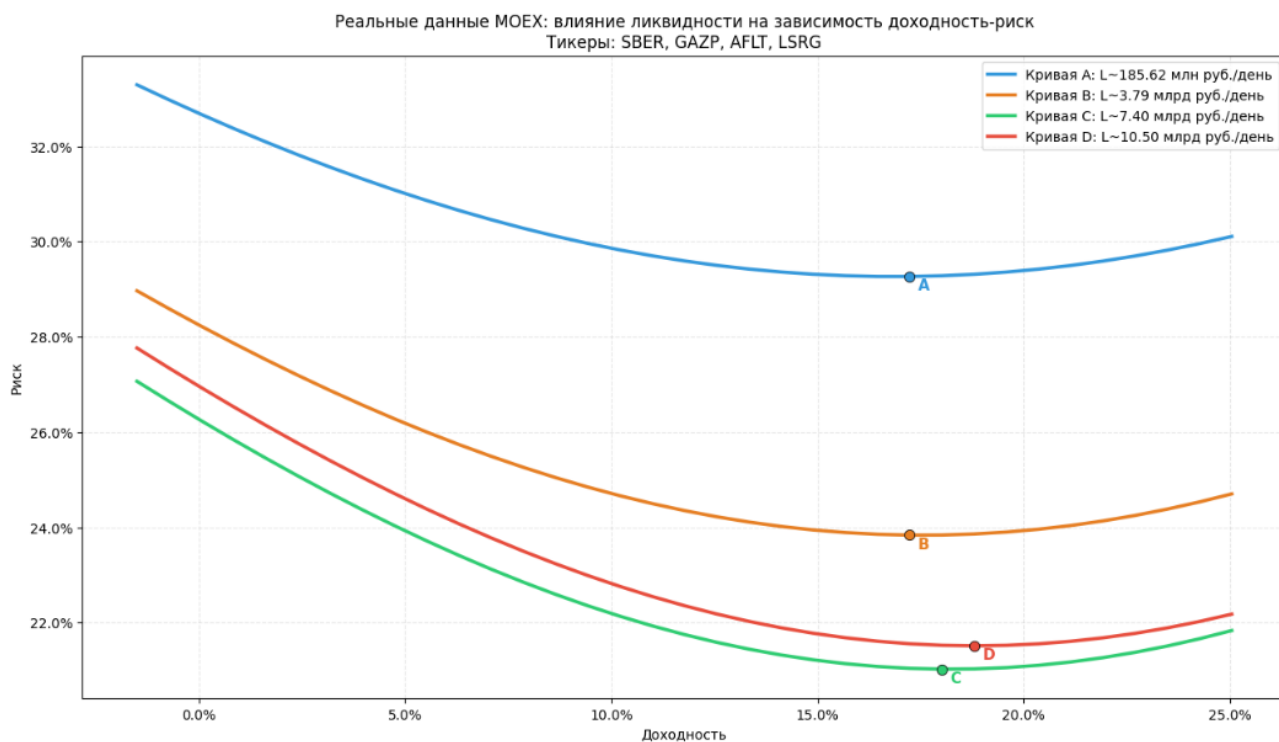


Рисунок 3 — Реальные данные в виде 2d графика

Проведенные расчеты показали, что акции имеют различный уровень ликвидности, что существенно влияет на оптимальную структуру портфеля. По мере роста требований к ликвидности увеличивается доля наиболее оборотных бумаг *SBER* и *GAZP*, а доля менее ликвидных активов *LSRG* и *AFLT* сокращается. Двумерный анализ показал изменение зависимости между доходностью и риском, а трехмерное представление подтвердило, что доходность, риск и ликвидность образуют единую систему взаимосвязанных характеристик.

Таким образом, эксперименты на реальных данных подтвердили необходимость учета ликвидности при портфельной оптимизации. Использование среднего дневного денежного оборота как количественного показателя ликвидности придало результатам ясный экономический смысл. Модифицированная модель Марковица с ограничением по ликвидности позволяет учитывать особенности реального рынка и является более содержательным инструментом по сравнению с классической постановкой задачи.

Тикеры: SBER, GAZP, AFLT, LSRG

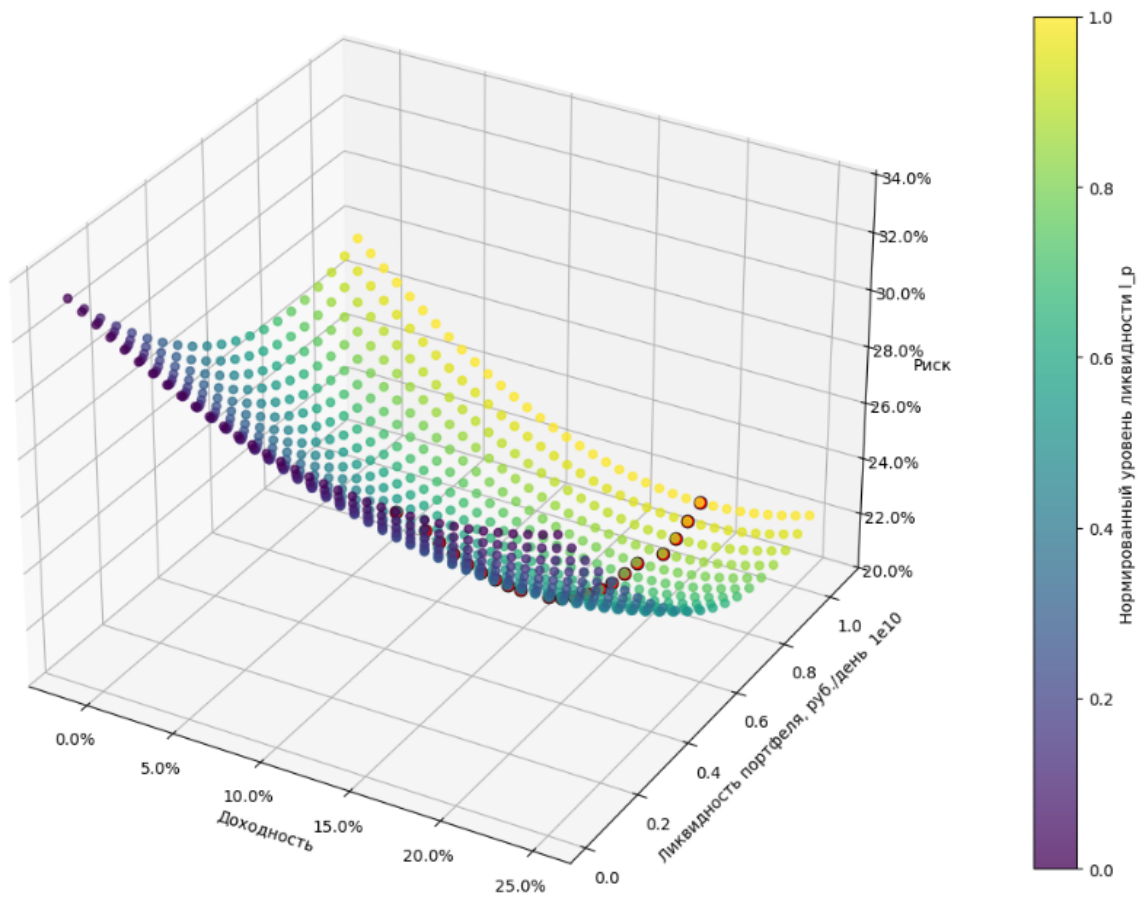


Рисунок 4 — Реальные данные в виде 3d графика

**В приложениях** представлен программный код на языке *Python*, использованный для получения данных, расчета характеристик активов, решения оптимизационной задачи и построения графиков.

### **Заключение.**

В дипломной работе была рассмотрена задача выбора оптимальной структуры портфеля рискованных ценных бумаг с учетом доходности, риска и ликвидности. В отличие от классической модели Марковица, где анализ ограничивается доходностью и риском, в данной работе дополнительно учитывается ликвидность активов. Это позволяет приблизить портфельный анализ к реальным условиям финансового рынка.

В ходе исследования были рассмотрены основные положения портфельной теории, особенности модели Марковица и необходимость учета ликвидности при принятии инвестиционных решений. Было показано, что ликвидность влияет на возможность покупки и продажи ценных бумаг без значительных потерь, поэтому ее нельзя рассматривать как второстепенный показатель.

В работе построена модель оптимизации портфеля, в которой наряду с ограничениями на доходность и бюджет вводится ограничение по ликвидности. Для оценки ликвидности использовался средний дневной денежный оборот ценных бумаг. На основе данной постановки был реализован вычислительный алгоритм, позволяющий определять структуру оптимального портфеля и анализировать влияние ликвидности на результаты оптимизации.

Эксперименты на тестовых данных подтвердили корректность работы модели. Было установлено, что при росте требований к ликвидности структура портфеля смещается в сторону более оборотных активов, даже если это сопровождается изменением доходности и риска.

Расчеты на реальных данных Московской биржи по акциям *SBER*, *GAZP*, *AFLT* и *LSRG* за период с 1 января 2023 года по 1 апреля 2026 года подтвердили полученные выводы. Использование бумаг с разным уровнем торговой активности показало, что учет ликвидности изменяет не только веса активов, но и форму зависимости между доходностью и риском. Двумерные и трехмерные графики продемонстрировали, что доходность, риск и ликвидность должны рассматриваться как взаимосвязанные характеристики.

Таким образом, поставленная цель работы была достигнута, а задачи решены. Результаты исследования позволяют сделать вывод, что учет ликвидности является необходимым условием более полного и реалистичного портфельного анализа. Модифицированная модель выбора структуры портфеля рискованных ценных бумаг с учетом доходности, риска и ликвидности может использоваться как более практичный инструмент принятия инвестиционных решений по сравнению с классической моделью Марковица.

Перспективы дальнейшего развития работы могут быть связаны с расширением набора активов, учетом транзакционных издержек, введением дополнительных ограничений и анализом динамического изменения параметров портфеля во времени.