МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математического анализа

УЧЕБНЫЙ КУРС ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПО ПОДГОТОВКЕ ШКОЛЬНИКОВ К РЕШЕНИЮ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ «НЕРАВЕНСТВА»

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 2 курса 235 группа

направление **44.04.01 Педагогическое образование**

факультета физико-математических и естественно-научных дисциплин

Попадюк Елизаветы Алексеевны

Научный руководитель:

зав. кафедрой, к.ф.-м.н., доцент______________ Е.В. Разумовская

Заведующий кафедрой:

зав. кафедрой, к.ф.-м.н., доцент_______________ Е.В. Разумовская

Саратов 2026

Введение. Обучение школьников решению олимпиадных задач – многофункциональный инструмент, позволяющий выявить одарённых детей в области знания конкретного предмета, мотивировать их к изучению данного предмета на более глубоком уровне, развивать мышление, расширять кругозор, снабжать обучающихся многочисленными методами решения нестандартных задач. Для школьников мотивацией участия в олимпиадах является получение льгот при поступлении в вуз при наличии статуса победителя или призёра перечня олимпиад, определяемого конкретным учебным заведением.

Олимпиадная математика отличается от школьной более глубоким изучением предмета, нетипичными методами решения задач, применением разнообразного научного инструментария, развитием у школьников нестандартного и критического мышления. Решение олимпиадных математических задач помогает формировать у детей культуру логического мышления, способности ясно и системно излагать мысли и факты, грамотно выстраивая их доказательство.

Актуальность темы «Неравенства» обусловлена весьма высоким значением применения неравенств в области математических наук, а также в экономике, информатике, физике, химии. В частности, неравенства используются при решении задач математической статистики, исследовании функций: нахождении экстремумов, определении монотонности, ограниченности и т.д.

Существует достаточное количество различных методических пособий по подготовке к решению олимпиадных задач по неравенствам для учащихся средних и старших классов: Далингер В. А., Седракян Н. М., Блинков А. Д.., Севрюков П. Ф., Яковлев И. В., Генкин С. А, Тестов В. А., Морозова А. П., Тяпина А. И., Рогалёва М. С. и др. Самой близкой по содержанию разработкой является выпускная квалификационная работа студентки Пермского государственного гуманитарно-педагогического университета Пастуховой Е. С. «Уравнения и неравенства в школьных математических олимпиадах». Однако не было выявлено оформленного курса по методике обучения применению неравенств при решении олимпиадных задач школьниками 5-7 классов, чем и обусловлена актуальность выбранной темы.

Цель магистерской работы: разработка методического обеспечения учебного курса внеурочной деятельности по подготовке школьников 5-7 классов к решению олимпиадных задач по теме «Неравенства».

Задачи:

1. Провести анализа по теме исследования.

2. Охарактеризовать цель, задачи и планируемые результаты освоения учебного курса по решению школьниками 5-7 классов олимпиадных задач по теме «Неравенства».

3. Разработать учебно-тематический план, конкретизировать методические особенности проведения учебного курса.

4. Разработать структуру и содержание, учебного курса.

5. Частично апробировать методическое обеспечение проведения курса.

Методы: анализ нормативных документов, методико-математической литературы; разработка и апробация методических материалов, описание опытно-экспериментальной работы.

Магистерская работа состоит из введения, двух разделов («Учебный курс внеурочной деятельности по подготовке школьников к решению олимпиадных задач по теме «Неравенства»: теоретические аспекты»; «Учебный курс внеурочной деятельности по подготовке школьников к решению олимпиадных задач по теме «Неравенства»: практические аспекты»), заключения, списка из 25 использованных источников, приложения.

Основное содержание работы. Первый раздел «Учебный курс внеурочной деятельности по подготовке школьников к решению олимпиадных задач по теме «Неравенства»: теоретические аспекты» посвящён решению первых трёх задач магистерской работы. Проанализировав имеющуюся в нашем распоряжении литературу, мы описали место учебного курса внеурочной деятельности в рамках направления развития особых интеллектуальных и социокультурных потребностей обучающихся, уточнили определение понятия учебного курса внеурочной деятельности, конкретизировав предметное направление подготовки учащихся, – решение олимпиадных задач по теме «Неравенства»; описали рабочую программу курса: цель, задачи, содержание, формы организации, планируемые образовательные результаты курса; разработали учебно-тематический план проведения курса, а также конкретизировали методические рекомендации по организации проведения занятий курса.

Учебный курс внеурочной деятельности – это основная структурная единица внеурочной деятельности; одно из средств реализации соответствующего содержания образования. К одному из направлений внеурочной деятельности относятся занятия, связанные с реализацией особых интеллектуальных и социокультурных потребностей обучающихся. Понятие учебного курса внеурочной деятельности по подготовке школьников к решению олимпиадных задач по теме «Неравенства» полностью повторяет выше упомянутое понятие курса внеурочной деятельности, лишь конкретизируя предметное направление подготовки учащихся.

Нам разработана рабочая программа курса для школьников 5-7 классов. Цель курса – освоение школьниками различных методов решения олимпиадных задач по теме «Неравенства». Задачи курса: знакомство учащихся с основными определениями, свойствами и законами, фигурирующими в рамках темы «Неравенства», необходимыми при решении олимпиадных задач для 5-7 классов; обучение школьников методам решения разнообразных олимпиадных задач по теме «Неравенства»: развитие у учащихся критического и нестандартного мышления, а также навыков грамотно формулировать, излагать и аргументировать свою точку зрения с использованием теоретически обоснованных фактов.

Содержание курса: числовые неравенства. Сравнение чисел (однородные и неоднородные величины; критерий сравнимости величин; строгие и нестрогие неравенства; законы монотонности для неравенств; простейшие свойства неравенств, следующие из законов монотонности и их применение при решении олимпиадных задач на неравенства); десятичная система счисления (алфавит, основание и базис десятичной системы счисления; использование свойств позиционной записи натуральных чисел при решении олимпиадных задач на неравенства); средние величины (среднее арифметическое, среднее гармоническое, взвешенное среднее арифметическое двух и более чисел; связь между средним арифметическим и средним гармоническим двух чисел; свойства средних величин и их применение при решении задач на неравенства); принцип крайнего (принцип крайнего; метод экстремального контрпримера; правила решения олимпиадных задач на неравенства с использованием принципа крайнего); оценка + пример (использование при решении олимпиадных задач на неравенства метода доказательства теоретического факта в общем виде с использованием логических рассуждений в сопровождении иллюстрации с помощью конкретного примера).

Формы организации учебной деятельности: аудиторное занятие – лекция в формате проблемного изложения материала; практическое занятие с комментированным ответом школьников у доски; занятие в форме математического боя или устной олимпиады; домашнее задание – индивидуальная самостоятельная работа; промежуточный контроль – устная / письменная олимпиада; итоговый контроль – математический бой.

Планируемы образовательные результаты. Предметные. 5 класс: сравнивать и упорядочивать натуральные числа, обыкновенные дроби; применять при решении задач законы монотонности для неравенств; понимать и объяснять смысл позиционной записи натурального числа; использовать при решении задач приёмы, вытекающие из свойств позиционной записи натуральных чисел; различать понятия и взаимосвязь среднего арифметического, среднего гармонического и взвешенного среднего арифметического двух и более чисел; вычислять данные величины; использовать свойства средних величин при решении задач; выявлять и характеризовать экстремальные свойства объектов: рассматривать крайние точки в множестве, объекты, обладающие «экстремальными» характеристиками, наибольшее или наименьшее число, упорядочивать величины (в порядке возрастания или убывания); применять правило крайнего метод экстремального контрпримера при решении задач; использовать при решении задач метод оценки, иллюстрируемой примером – доказательство в общем виде факта невозможности рассматриваемой величины быть больше или меньше конкретного значения с подтверждением данного факта на конкретном примере. 6 класс: сравнивать и упорядочивать целые числа, обыкновенные и десятичные дроби; применять при решении задач простейшие свойства неравенств, следующие из законов монотонности; понимать и объяснять смысл позиционной записи натурального числа; использовать при решении задач приёмы, вытекающие из свойств позиционной записи натуральных чисел; различать понятия и взаимосвязь среднего арифметического, среднего гармонического и взвешенного среднего арифметического двух и более чисел; вычислять данные величины; использовать свойства средних величин при решении задач; выявлять и характеризовать экстремальные свойства объектов: рассматривать крайние точки в множестве, объекты, обладающие «экстремальными» характеристиками, наибольшее или наименьшее число, упорядочивать величины (в порядке возрастания или убывания); применять правило крайнего метод экстремального контрпримера при решении задач; использовать при решении задач метод оценки, иллюстрируемой примером – доказательство в общем виде факта невозможности рассматриваемой величины быть больше или меньше конкретного значения с подтверждением данного факта на конкретном примере. 7 класс: сравнивать и упорядочивать рациональные числа; применять при решении задач простейшие свойства неравенств, следующие из законов монотонности; понимать и объяснять смысл позиционной записи натурального числа; использовать при решении задач приёмы, вытекающие из свойств позиционной записи натуральных чисел; различать понятия и взаимосвязь среднего арифметического, среднего гармонического и взвешенного среднего арифметического двух и более чисел; вычислять данные величины; использовать свойства средних величин при решении задач; выявлять и характеризовать экстремальные свойства объектов: рассматривать крайние точки в множестве, объекты, обладающие «экстремальными» характеристиками, наибольшее или наименьшее число, упорядочивать величины (в порядке возрастания или убывания); применять правило крайнего метод экстремального контрпримера при решении задач; использовать при решении задач метод оценки, иллюстрируемой примером – доказательство в общем виде факта невозможности рассматриваемой величины быть больше или меньше конкретного значения с подтверждением данного факта на конкретном примере. Метапредметные: развитие навыков анализа и критического мышления; развитие умения доказывать гипотезы и свойства рассматриваемых объектов с использованием теоретически обоснованных фактов; развитие нестандартного мышления; развитие навыков применения математических понятий при описании различных процессов и явлений. Личностные: развитие любознательности, интереса к углублённому изучению математики; развитие ответственности и самостоятельности; развитие коммуникативных навыков.

Нами разработан учебно-тематический план проведения курса, а также конкретизированы методические рекомендации по организации проведения курса. Учебный курс внеурочной деятельности по подготовке школьников 5-7 классов к решению олимпиадных задач по теме «Неравенства» рассчитан на 12 часов аудиторных занятий без учёта времени самостоятельной внеклассной работы учеников (в соответствии с таблицей 1). Курс целесообразно включать в рабочую программу математического кружка в период второй и третьей учебных четвертей, поскольку именно в это время ученики проходят соответствующие темы школьного курса математики (сравнение натуральных, целых, рациональных и действительных чисел).

Таблица 1 – Учебно-тематический план курса «Неравенства»

№	Тема	Форма проведения	Кол-во часов
1	Входной контроль	Устная олимпиада	1 ч
2	Числовые неравенства. Сравнение чисел. Занятие 1	Аудиторное занятие (лекция)	1 ч
3	Числовые неравенства. Сравнение чисел. Занятие 2	Аудиторное занятие (практика)	1 ч
Промежуточный контроль №1		Самостоятельная работа (письменная олимпиада)	
4	Десятичная система счисления. Занятие 1	Аудиторное занятие (лекция)	1 ч
5	Десятичная система счисления. Занятие 2	Аудиторное занятие (практика)	1 ч
Промежуточный контроль №2		Самостоятельная работа (письменная олимпиада)	
6	Средние величины. Занятие 1	Аудиторное занятие (лекция)	1 ч
7	Средние величины. Занятие 2	Аудиторное занятие (практика)	1 ч
Промежуточный контроль №3		Самостоятельная работа (письменная олимпиада)	
8	Принцип крайнего. Занятие 1	Аудиторное занятие (лекция)	1 ч
9	Принцип крайнего. Занятие 2	Аудиторное занятие (практика)	1 ч
Промежуточный контроль №4		Самостоятельная работа (письменная олимпиада)	
10	Оценка + пример. Занятие 1	Аудиторное занятие (лекция)	1 ч
11	Оценка + пример. Занятие 2	Аудиторное занятие (практика)	1 ч
Промежуточный контроль №5		Самостоятельная работа (письменная олимпиада)	
12	Итоговый контроль	Математический бой	1 ч
Общее количество часов аудиторных занятий			12 ч

Второй раздел «Учебный курс внеурочной деятельности по подготовке школьников к решению олимпиадных задач по теме «Неравенства»: практические аспекты» посвящён решению двух заключительных задач магистерской работы. Нами было разработано и частично апробировано методическое обеспечение проведения курса.

В качестве примера приведём одно из занятий курса.

Тема №4. Принцип (правило) крайнего.

Занятие 1

Определение 1. Принципом крайнего называют метод решения задач, при котором рассматривается «крайний» (экстремальный, граничный) элемент, значение величины которого является наибольшим или наименьшим. То есть рассматриваются объекты с характеристиками: самый большой, самый маленький, самый короткий и т.д.

Правило 1. Если в задаче речь идёт о множестве точек на прямой или о множестве однородных элементов, то принцип крайнего советует сосредоточить внимание на самой крайней точке множества (самой левой или самой правой) или элементе, обладающем «экстремальными» свойствами.

Задача 1**.** На плоскости отмечены несколько точек. Может ли на каждом отрезке, соединяющем отмеченные точки, лежать еще хотя бы одна отмеченная точка?

Решение. Выберем самый короткий отрезок, обозначив его АВ. Если бы на АВ лежала какая-то отмеченная точка (например, точка С), то нашёлся бы такой отрезок АС или ВС, что $AC < AB$ или $BC < AB$. Но это противоречит выбору отрезка АВ (это самый короткий отрезок).

Ответ: нет.

Правило 2. Если в задаче фигурирует некоторый набор чисел, то принцип крайнего рекомендует рассмотреть наибольшее или наименьшее из этих чисел.

Задача 2. Зайчиха купила для своих семерых зайчат семь барабанов разных размеров и семь пар палочек разной длины. Если зайчонок видит, что у него и барабан больше, и палочки длиннее, чем у кого-то из братьев, он начинает громко барабанить. Какое наибольшее число зайчат сможет начать барабанить?

Решение. Все зайчата барабанить не могут, так как заведомо не будет барабанить зайчонок, которому достанется самый маленький барабан. С другой стороны, если дать этому же зайчонку и самые короткие палочки, то все остальные зайчата будут барабанить.

Ответ: 6 зайчат.

Правило 3. При решении некоторых задач следует упорядочивать ряд чисел по возрастанию (убыванию) или находить асимптоты.

Задача 3. На тарелке лежат 9 разных кусочков пирога. Всегда ли можно разрезать один из них на две части так, чтобы полученные 10 кусочков делились на две порции равной массы по 5 кусочков в каждой?

Решение. Обозначим массы кусочков $m_1, m_2, m_3, \dots, m_9$ (в порядке возрастания масс). Разложим кусочки пирога в две кучки. Слева: m_1, m_3, m_5, m_7. Справа: m_2, m_4, m_6, m_8.

Понятно, что $m_1 + m_3 + m_5 + m_7 < m_2 + m_4 + m_6 + m_8$.

Теперь рассмотрим сумму $m_3 + m_5 + m_7 + m_9$, очевидно, она больше суммы $m_2 + m_4 + m_6 + m_8$.

Если налево добавить кусок пирога массой m_1, то получим: $m_1 + m_3 + m_5 + m_7 + m_9 > m_2 + m_4 + m_6 + m_8$. Значит, теперь достаточно разрезать девятый (самый большой кусок пирога) на два кусочка так, что при добавлении этих кусочков к левой и правой кучкам общие массы в них сравняются.

Ответ: да.

Задача 4**.** В клетках таблицы $6 \cdot 6$ стоят числа так, что каждое число равно среднему арифметическому своих соседей (чисел в клетках с общими сторонами). Сумма чисел в нижней строке равна 30. Чему равна сумма чисел в угловых клетках?

Решение. Рассмотрим наибольшее число, написанное в таблице. Все его соседи не больше его (т.к. оно наибольшее). Если хоть одно из соседних чисел меньше выбранного числа, то и среднее арифметическое его соседей будет меньше выбранного (поскольку для того, чтобы среднее арифметическое двух или более чисел было равно данному числу, надо каждому числу, меньшему данного, «противопоставить» число, большее данного). Значит, все соседи этого числа равны самому числу, а их соседи, в свою очередь, также им равны. Получаем, что в таблице все числа равны. В нижней строке 6 одинаковых чисел, сумма которых равна 30. Тогда каждое из них равно $30 : 6 = 5$. Но тогда вся таблица заполнена только «5»-ми. Значит, и в четырёх угловых клетках также стоят пятёрки. Сумма чисел в угловых клетках равна $5 + 5 + 5 + 5 = 20$.

Ответ: 20.

Задача 5. Каждый из учеников класса занимается не более чем в двух кружках, причём для любой пары учеников существует кружок, в котором они занимаются вместе. Докажите, что найдётся кружок, в котором занимается не менее $\frac{2}{3}$ всего класса.

Решение. Если в некоторый кружок ходит весь класс, то всё в порядке. Далее мы считаем, что такого кружка нет. Пусть самый многочисленный кружок – математический; его участников мы будем называть математиками. Есть ученик Вася, который в него не ходит. Рассмотрим его и одного из математиков. Они вместе ходят в другой кружок, допустим, в фото. Вася не может ходить в этот кружок вместе со всеми математиками, иначе математический кружок не будет самым многочисленным. Значит, с кем-то из математиков он ходит ещё в один кружок, например, в танцевальный. Итак, каждый математик ещё является либо фотографом, либо танцором (и никем другим). То, что было выше сказано про Васю, можно сказать и про любого ученика, который не является математиком: каждый из таких учеников – фотограф и танцор одновременно (и больше ни в какие кружки не ходит). Таким образом, кружков всего три, и каждый ученик ходит ровно в два кружка. Пусть в классе n учеников, тогда на три кружка в общей сложности приходится $2n$ их участников. Поэтому в математический кружок (самый многочисленный) ходит не менее, чем $\frac{2n}{3}$ учеников.

Нами была проведена частичная апробация разработанного методического обеспечения курса. В качестве материала для апробации были выбраны методические разработки по темам «Числовые неравенства. Сравнение чисел», «Принцип крайнего», «Оценка + пример». Апробация была проведена на базе ГАОУ СО «Физико-технический лицей №1» среди учащихся трёх 5 классов.

Частичная апробация разработанного нами методического обеспечения курса, проведённая в рамках магистерской работы, подтвердила необходимость и эффективность проведения учебного курса внеурочной деятельности по подготовке школьников к решению олимпиадных задач по теме «Неравенства». Это аргументировано тем, что проведение данного курса способствует развитию у школьников нестандартного мышления, расширению их кругозора, обогащает их методический инструментарий, используемый при решении олимпиадных задач.

Заключение. В результате написания магистерской работы получены следующие теоретические и практические результаты.

1. Проведён анализ методико-математической литературы.

2. Определено понятие учебного курса внеурочной деятельности, охарактеризованы цель, задачи, содержание, формы организации и планируемые результаты освоения учебного курса по решению школьниками 5-7 классов олимпиадных задач по теме «Неравенства».

3. Разработан учебно-тематический план курса, конкретизированы методические особенности проведения курса.

4. Разработаны структура и содержание курса.

5. Частично апробировано методическое обеспечение проведения курса на основе разработок по темам «Числовые неравенства. Сравнение чисел», «Принцип крайнего», «Оценка + пример».