МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра теории функций и стохастического анализа

ИГРЫ С НУЛЕВОЙ СУММОЙ, САЛОННЫЕ ИГРЫ

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студента 4 курса 412 группы
направления 01.03.02 — Прикладная математика и информатика

механико-математического факультета
Завьялова Владимира Сергеевича

Научный руководитель
доцент, к. ф.-м. н., доцент ______________ С. С. Волосивец

Заведующий кафедрой
д. ф.-м. н., доцент ______________ С. П. Сидоров

Саратов 2026

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Целью выпускной квалификационной работы является изучение теории игр с нулевой суммой и салонных игр и разработка математического и программного обеспечения для выбора оптимальной стратегии в данных играх.

Актуальность темы выпускной квалификационной работы обусловлена повышением интереса теории игр с нулевой суммой и салонных игр при построении оптимальных стратегий и эффективности принятия решений в различных ситуациях.

Игры с нулевой суммой возникают в экономических моделях, финансовых рынках, инвестировании, политике, международных отношениях и др. Салонные игры возникают в организации тематических и корпоративных мероприятиях, развлечении и отдыхе компании и др.

Задачами выпускной квалификационной работы являются:

1. рассмотрение теоретических аспектов игр с нулевой суммой и салонных игр;
2. определение основных аспектов задачи выбора наиболее оптимальной стратегии в играх.
3. формулировка задачи вычислительного эксперимента по подсчёту выигрыша и нахождения наиболее оптимальной стратегии в арбитражной процедуре и игре "Три напёрстка"и нахождение наиболее оптимальной стратегии в арбитражной процедуре и "Три напёрстка".

1 Основное содержание работы

В первой части работы рассмотрены основные понятия теории игр с нулевой суммой и представлен обзор методов выбора наиболее оптимальной стратегии в играх с нулевой суммой.

В **главе 1.1** рассмотрены определения игры с нулевой суммой и равновесия по Нэшу игры с нулевой суммой.

Определение 1. Игрой в нормальной форме будем называть объект

$$\Gamma =< I, II, X, Y, H_1, H_2 >,$$

где X, Y - множества стратегий игроков I, II, а H_1 и H_2 соответсвенно их функции выигрыша, $H_i : X \times Y \to \mathbb{R}, i = 1, 2$.

Каждый из игроков выбирает свою стратегию независимо от выбора его соперника и при этом заинтересован максимизировать свой выигрыш. Однако выигрыш игрока зависит не только от выбора им своей стратегии, но также и от поведения второго игрока.

Определение 2. Равновесием по Нэшу в игре Γ называется набор стратегий (x^*, y^*), для которого выполняются условия

$$H_1(x, y^*) \leqslant H_1(x^*, y^*), H_2(x^*, y) \leqslant H_2(x^*, y^*) \qquad (1)$$

для произвольных стратегий игроков x и y.

Если для игры в нормальной форме $\Gamma =< I, II, X, Y, H_1, H_2 >$ выполняется $H_1(x, y) + H_2(x, y) = 0 \ \forall (x, y)$, то такая игра называется игрой с нулевой суммой или антагонистической игрой.

В этом случае для определения игры достаточно задать только функцию выигрыша первого игрока.

Определение 3. Игрой с нулевой суммой будем называть игру в нормальной форме $\Gamma =< I, II, X, Y, H >$, где X, Y - множества стратегий игроков I, II, а $H(x, y)$ функция выигрыша игрока I, $H : X \times Y \to \mathbb{R}$.

Каждый из игроков выбирает свою стратегию независимо от выбора его соперника. При этом игрок I заинтересован максимизировать выигрыш $H(x, y)$, а игрок II минимизировать его.

Введём понятие равновесия по Нэшу в классе игр с нулевой суммой.

Определение 4. Равновесием по Нэшу в игре Г называется набор стратегий $H(x^*, y^*)$, для которого выполняются следующие условия:

$$H(x, y^*) \leqslant H(x^*, y^*) \leqslant H(x^*, y)$$

для произвольных стратегий игроков x и y.

В **главе 1.2** рассмотрены определение минимакса и максимина и связанных с ними утверждения.

Предположим, что игрок I использует стратегию x. В самом неблагоприятном для него случае он получит выигрыш $\inf\limits_{y} H(x, y)$. Он будет пытаться максимизировать эту величину. В самом неблагоприятном для него для него варианте гарантированный выигрыш первого игрока — это величина $\sup\limits_{x}\inf\limits_{y} H(x, y)$. Аналогично игрок II может гарантировать себе проиграть не более $\inf\limits_{y}\sup\limits_{x} H(x, y)$.

Определение 5. Минимакс $\overline{v} = \inf\limits_{y}\sup\limits_{x} H(x, y)$ называется верхним значением игры Г, а максимин $\underline{v} = \sup\limits_{x}\inf\limits_{y} H(x, y)$ - нижним значением игры.

Лемма 1. $\underline{v} \leqslant \overline{v}$.

Теорема 1. Равновесие по Нэшу (x^*, y^*) в игре с нулевой суммой существует тогда и только тогда, когда $\inf\limits_{y}\sup\limits_{x} H(x, y) = \min\limits_{y}\sup\limits_{x} H(x, y)$, $\sup\limits_{x}\inf\limits_{y} H(x, y) = \max\limits_{x}\inf\limits_{y} H(x, y)$ и $\underline{v} = \overline{v}$.

Теорема 2 (Теорема фон-Неймана.) В любой матричной игре существует такая пара смешанных стратегий (x^*, y^*), что

1. $H(x, y^*) \leqslant H(x^*, y^*) \leqslant H(x^*, y)$;
2. $\underline{v} = \overline{v} = H(x^*, y^*)$.

В **главе 1.3** рассмотрена рандомизациия.

В случае, когда не существует равновесия по Нэшу, может помочь рандомизация, т.е. расширение пространства стратегий с использова нием смешанных стратегий.

Определение 6. Смешанными стратегиями игроков I и II называются вероятностные меры μ и ν, определяемы на множествах X и Y.

При рандомизации образуются новые игры, где стратегии игроков представляют собой функции распределения, а функция выигрыша представляет собой математическое ожидание выигрыша вида

$$H(\mu, \nu) = \int\limits_X \int\limits_Y H(x, y) d\mu(x) d\nu(y).$$

Под интегралом здесь понимается интеграл Лебега–Стилтьеса.

В **главе 1.4** рассмотренна схема нахождения равновесия в играх с разрывной функцией выигрыша.

В ряде случаев равновесие существует и для разрывных функций выигрыша. Общая схема нахождения равновесия в таких играх может быть описана следующим образом.

Теорема 3. Пусть в бесконечной игре $\Gamma =< I, II, X, Y, H >$ существует равновесие по Нэшу (μ^*, ν^*) и функции выигрыша $H(\mu^*, y)$ и $H(x, \nu^*)$ непрерывны по y и x соответственно. Тогда выполняются равенства

$$H(\mu^*, y) = v, \forall y \text{ на носителе меры } \nu^*, \tag{2}$$

$$H(x, \nu^*) = v, \forall x \text{ на носителе меры } \mu^*, \tag{3}$$

где v - значение игры Γ.

В **главе 1.5** рассмотрены определения вогнуто-выпуклых, линейно-вогнутых игр и выпуклых игр и теоремы о равновесии по Нэшу в этих играх а также рассмотрены теоремы о значениях выпуклых игр.

Определение 7. Игры, в которых множества стратегий $X \subset \mathbb{R}^m$, $Y \subset \mathbb{R}^n$ являются компактными выпуклыми множествами, а функция выигрыша $H(x, y)$ непрерывна, вогнута по x и выпукла по y, называются вогнуто-выпуклыми играми.

Теорема 4. В вогнуто-выпуклых играх всегда существует равновесие по Нэшу в чистых стратегиях.

Частным случаем в вогнуто-выпуклых игр являются линейно-выпуклые игры $\Gamma =< X, Y, H(x, y) >$, в которых стратегии - это точки из симплексов $X = \{(x_1, \ldots, x_m) : x_i \geqslant 0, i = 1, ..., m, \sum\limits_{i=1}^{m} x_i = 1\}$ и $Y = \{(y_1, \ldots, y_n) : y_j \geqslant$

$0, j = 1, ..., n, \sum_{j=1}^{n} y_j = 1\}$, а функция выигрыша определяется с помощью матрицы $A = [a(i,j)], i = 1, ..., m, j = 1, ..., n$

$$H(x,y) = \sum_{i=1}^{m} x_i f\left(\sum_{j=1}^{n} a(i,j) y_j\right),$$

где f - выпуклая неубывающая функция.

Линейно-выпуклые игры возникают в задачах распределения ресурсов.

Теорема 5. Пусть $X \subset \mathbb{R}^m$ и $Y \subset \mathbb{R}^n$ компактные множества, Y выпукло и функция $H(x,y)$ непрерывна по совокупности аргуметов и выпукла по y. Тогда игрок II имеет оптимальную чистую стратегию, оптимальная стратегия игрока I, смешанной, сосредоточенной не более, чем в $(m+1)$ точке множества X. При этом значение игры равно

$$v = \max_{x_1,\dots,x_{m+1}} \min_y \max\{H(x_1,y),\dots,H(x_{m+1},y)\} = \min_y \max_x H(x,y).$$

Теорема 6. Пусть $X \subset \mathbb{R}^m$ и $Y \subset \mathbb{R}^n$ компактные множества, X выпукло и функция $H(x,y)$ непрерывна по совокупности аргуметов и выпукла по x. Тогда игрок I имеет оптимальную чистую стратегию, оптимальная стратегия игрока II, смешанной, сосредоточенной не более, чем в $(n+1)$ точке множества Y. При этом значение игры равно

$$v = \min_{y_1,\dots,y_{n+1}} \max_x \max\{H(x,y_1),\dots,H(x,y_{n+1})\} = \max_x \min_y H(x,y).$$

В **главе 1.6** рассмотрены арбитражные процедуры по последнему предложению и согласительные арбитражные процедуры теоремы о равновесии по Нэшу в этих процедурах.

Рассмотрим игру двух лиц, в которой участвуют игрок I и игрок II . Участники должны договориться о величине прибавления заработной платы. Каждый из игроков вносит некое предложение (соответственно x и y), и если происходит конфликт (т.е. если $x > y$), то стороны обращаются в арбитражный суд, который должен поддержать какую-то сторону.

Рассмотрим арбитраж по последнему предложению. В этой процедуре, если конфликта нет, т.е. если $x \leqslant y$, то стороны договариваются о величине прибавки в размере между x и y.

Для определенности будем считать её равной $(x+y)/2$. Если же $x < y$, стороны обращаются к третьей стороне (назовем ее арбитром).

Арбитр имеет некое мнение α, и тогда он принимает ту сторону, чье предложение ближе к данному значению α.

Таким образом, мы получили игру вида $\Gamma =< I, II, \mathbb{R}^1, \mathbb{R}^1, H_\alpha >$, где функция выигрыша имеет вид

$$H_\alpha(x,y) = \begin{cases} \frac{x+y}{2}, x \leqslant y, \\ x, x > y, |x-\alpha| < |y-\alpha|, \\ y, x > y, |x-\alpha| > |y-\alpha|, \\ \alpha, x > y, |x-\alpha| = |y-\alpha|. \end{cases}$$

Если α фиксированно, то равновесием является пара стратегий (α, α). Однако в случае когда мнение арбитра может меняться, задача становится нетривиальной.

Рассмотрим случай, когда мнение арбитра является случайным, т.е. α является случайной величиной с некоторым непрерывным распределением $F(a)$, $a \in \mathbb{R}^1$. Предположим, что игрокам известен вид $F(a)$ и существует плотность $f(a)$.

Тогда если $y < x$, то в соответствии с видом функции выигрыша арбитр принимает предложение y, если $\alpha < \frac{x+y}{2}$, в противном случае — предложение x. Выигрыш игрока I является случайным с математическим ожиданием $H(x,y) = MH_\alpha(x,y)$:

$$H(x,y) = F\left(\frac{x+y}{2}\right)y + \left(1 - F\left(\frac{x+y}{2}\right)\right)x.$$

Во второй части работы рассмотрены основные понятия теории салонных игр, теоретико-игровая модель покера и представлен обзор методов выбора наиболее оптимальной стратегии в салонных играх.

В **главе 2.1** рассмотрена теоретико игровая модель покера.

К салонным играм относятся всевозможные карточные игры, шахматы, шашки и др.

В качестве математической модели покера рассмотрим игру двух лиц $\Gamma =< I, II, X, Y, H_1, H_2 >$. В начале игры игроки делают взнос, равный единице. После этого они получают две карты достоинством x и y, не имея информации о карте противника. Первый ход у игрока I. Он имеет выбор, либо спасовать, и тогда он теряет свой взнос, либо сделать ставку c, где $c > 1$. В последнем случае ход переходит к игроку II, и он имеет те же возможности. Если он пасует, то теряет свой взнос, в противном случае игроки открывают карты и тогда выигрывает игрок с большим значением карты.

Поэтому под стратегией игрока I в этой игре мы будем понимать функцию $\alpha(x)$ — вероятность сделать ставку, если на руках у него карта x. $\bar{\alpha}$ - это вероятность спасовать. Аналогично, если игрока I сделал ставку, то стратегией игрока II будет функция $\beta(y)$ — вероятность поддержать ставку, если у него на руках карта y.

Средний выигрыш игрока I будет равен

$$H(\alpha, \beta) = \int_0^1 \int_0^1 \Big[-\bar{\alpha}(x) + \alpha(x) - \bar{\beta}(y) + (c+1) sgn(x-y)\alpha(x)\beta(y)\Big] dxdy.$$

В **главе 2.2** рассмотрен метод нахождения оптимальной стратегии в покере.

Значение выигрыша игрока I:

$$H^* = H(a^*, b^*) = \frac{(c+1)^2}{4(c+1)}\left[\left(\frac{c}{c+2}\right)^4 - \left(\frac{c}{c+2}\right)^2\right] = -\left(\frac{c}{c+2}\right)^2,$$

где $a^* = \left(\frac{c}{c+2}\right)^2$, $b^* = \frac{c}{c+2}$.

В третьей части работы сформулирована задача вычислительного эксперимента по подсчёту выигрыша и нахождения наиболее оптимальной стратегии в арбитражной процедуре и игре "три напёрстка"и найдена наиболее оптимальная стратегия в арбитражной процедуре и игре "три напёрстка".

В **главе 3.1** представлена математическая модель арбитража по последнему предложению как игры с нулевой суммой. Разработан алгоритм и программная реализация для нахождения оптимальной чистой стратегии первого игрока.

Постановка задачи

Пусть:

— Игрок 1 (истец) предлагает $s_1 \in [L, H]$, игрок 2 (ответчик) предлагает $s_2 \in [L, H]$, причём $s_1 \geqslant s_2$.

— Идеальная точка арбитра a - случайная величина с известным распределением: $a \sim N(\mu, \sigma^2)$.

— Арбитр выбирает предложение, ближайшее к a:

— Выигрыш Игрока 1 в случае победы составляет $V > 0$, в случае поражения - проигрыш $C > 0$ (т.е. полезность $-C$).

Выигрывает Игрок 1, если $|s_1 - a| < |s_2 - a|$.

Игра является игрой с нулевой суммой: полезность Игрока 2 равна U_1.

Вероятность победы Игрока 1:

$$(s_1 - a)^2 < (s_2 - a)^2 \iff s_1^2 - 2s_1 a < s_2^2 - 2s_2 a \iff (s_1 - s_2)(s_1 + s_2 - 2a) < 0.$$

Так как $(s_1 - s_2 > 0)$, то $(s_1 + s_2 - 2a < 0 \iff a > \frac{s_1+s_2}{2})$

Следовательно, вероятность победы Игрока 1:

$$P(s_1, s_2) = \Pr\left(a > \frac{s_1 + s_2}{2}\right) = 1 - F\left(\frac{s_1 + s_2}{2}\right),$$

где (F) — функция распределения (a). Для нормального распределения:

$$P(s_1, s_2) = 1 - \Phi\left(\frac{s_1 + s_2}{2}, \mu, \sigma^2\right).$$

Ожидаемая полезность игрока 1:

$$U_1(s_1, s_2) = P(s_1, s_2) \cdot V + (1 - P(s_1, s_2)) \cdot (-C) = (V + C)P(s_1, s_2) - C.$$

Целью работы является нахождение оптимальной чистоц стратегии первого игрока при фиксированной стратегии второго игрока s_2 (например, $s_2 = \mu$):

$$s_1^* = \arg\max_{s_1 \geq s_2} U_1(s_1, s_2).$$

Алгоритм решения

Ниже представлен псевдокод численного поиска максимума функции

$U_1(s_1, s_2)$ на сетке значений.

Algorithm 1 Поиск оптимальной стратегии s_1^*

Require: μ, σ (параметры распределения арбитра), s_2 (фиксированная стратегия Игрока 2), V, C (выигрыш/проигрыш), L, H (границы), N (число точек сетки)

Ensure: s_1^*, $U_{\max}$

$\Delta \leftarrow (H - \max(L, s_2))/N$
$s_1^* \leftarrow \max(L, s_2)$
$U_{\max} \leftarrow -\infty$
for $k = 0$ **to** N **do**
  $s_1 \leftarrow \max(L, s_2) + k \cdot \Delta$
  $m \leftarrow (s_1 + s_2)/2$
  $p \leftarrow 1 - \Phi(m; \mu, \sigma)$ {нормальная CDF}
  $U \leftarrow (V + C) \cdot p - C$
  if $U > U_{\max}$ **then**
    $U_{\max} \leftarrow U$
    $s_1^* \leftarrow s_1$
  end if
end for
return $(s_1^*, U_{\max})$

Результаты вычислительного эксперимента

При заданных параметрах:

$$\mu = 100, \quad \sigma = 15, \quad s_2 = 100, \quad V = 50, \quad C = 30, \quad L = 80, \; H = 120.$$

программа выдаёт:

$$s_1^* = 107.26, U_{\max} \approx 8.5714,$$

Интерпретация результатов:

1. **Смещение оптимального предложения**: Поскольку $(V > C)$, Игрок 1 предпочитает рискнуть и предложить зарплату выше μ, чтобы

увеличить вероятность победы, даже если это увеличивает расстояние до идеальной точки арбитра в случае проигрыша.

2. **Влияние асимметрии выигрышей**: Чем больше отношение (V/C), тем сильнее (s_1^*) сдвигается вверх. В симметричном случае ($V = C$) оптимум достигается при ($s_1^* = \mu$).
3. **Практическое значение**: Из результата следует, что в реальных арбитражах стороны часто делают "экстремальные"предложения, так как они пытаются использовать асимметрию своих функций полезности.

В **главе 3.2** работе представлена математическая модель салонной игры "Три напёрстка"как игры с нулевой суммой с вероятностным обманом. Построена матрица выигрышей, решена задача линейного программирования для нахождения оптимальных смешанных стратегий.

Постановка задачи

Рассмотрим салонную игру с нулевой суммой между двумя игроками:

— **Игрок А (Угадывающий)**: выбирает номер напёрстка (1, 2 или 3), под которым, по его мнению, находится монета.

— **Игрок В (Шулер)**: выбирает, под какой напёрсток реально положить монету.

Механизм обмана:

1. Шулер кладёт монету под выбранный напёрсток.
2. Игрок А делает предположение.
3. Если А угадал, то:
    — с вероятностью $r = 0.6$ В сдвигает монету под один из двух других напёрстков (равновероятно) $\rightarrow$ игрок А проигрывает;
    — с вероятностью $1 - r = 0.4$ В не сдвигает $\rightarrow$ игрок А выигрывает.
4. Если игрок А не угадал, то игрок В забирает ставку, и никакого сдвига нет.
5. Дополнительно: если А выбрал ту же стратегию, что и игрок В, но игрок В планировал сдвиг, то в момент сдвига игрок А может заметить обман с вероятностью $d = 0.3$ и получить удвоенный выигрыш (компенсация).

Ставка: 1 рубль (выигрыш А = +1, проигрыш А = -1).

Обозначим:

— i — стратегия игрока А (какой напёрсток называет),

— j — стратегия игрока B (где реально находится монета монету),

— $i, j \in \{1, 2, 3\}$.

Далее рассматриваются 2 случая:

1. $i \neq j$ (игрок A угадал);
2. $i = j$ (игрок A неугадал).

и вычисляется матрица выигрышей игрока A:

$$A = \begin{pmatrix} 0.34 & -1 & -1 \\ -1 & 0.34 & -1 \\ -1 & -1 & 0.34 \end{pmatrix}.$$

Игра является игрой с нулевой суммой, так как выигрыш B равен $-a_{ij}$.

Поиск оптимальных смешанных стратегий

Пусть:

— $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ — смешанная стратегия игрока A ($x_i \geq 0, \sum x_i = 1$),

— $\mathbf{y} = (y_1, y_2, y_3)$ — смешанная стратегия игрока B ($y_j \geq 0, \sum y_j = 1$),

— v — цена игры (выигрыш A в равновесии).

Согласно теореме фон Неймана:

$$v = \max_{\mathbf{x} \in \Delta^3} \min_j \sum_{i=1}^{3} x_i a_{ij} = \min_{\mathbf{y} \in \Delta^3} \max_i \sum_{j=1}^{3} a_{ij} y_j.$$

Сформулируем задачи инейного программирования для игрока A.

Задача максимизации v:

максимизировать v при органичениях

$$\sum_{i=1}^{3} a_{ij} x_i \geq v, \quad j = 1, 2, 3, \sum_{i=1}^{3} x_i = 1, \quad x_i \geq 0.$$

Приводим к стандартной форме минимизации для симплекс-метода:

минимизировать v при

$$-\sum_{i=1}^{3} a_{ij} x_i + v \leq 0, \quad j = 1, 2, 3, \sum_{i=1}^{3} x_i = 1, \quad x_i \geq 0, \quad v \in \mathbb{R}.$$

Двойственная задача для игрока B заключается в минимизации v при

$$\sum_{j=1}^{3} a_{ij} y_j \leq w, \quad i = 1, 2, 3, \sum_{j=1}^{3} y_j = 1, \quad y_j \geq 0.$$

Алгоритм решения

Ниже представлен псевдокод численного решения задачи линейного программирования для игры

Algorithm 2 Решение задачи линейного программирования для игры

Require: Matrix $A \in \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3$

Ensure: Optimal strategies $\mathbf{x}^*$, $\mathbf{y}^*$ and game value v^*

{Player A's problem}
Set $c = [0, 0, 0, -1]$
for $j = 1$ to 3 **do**
    $A_{ub}[j] \leftarrow [-A_{1j}, -A_{2j}, -A_{3j}, 1]$
    $b_{ub}[j] \leftarrow 0$
end for
$A_{eq} \leftarrow [[1, 1, 1, 0]]$
$b_{eq} \leftarrow [1]$
$bounds \leftarrow [(0, \infty), (0, \infty), (0, \infty), (-\infty, \infty)]$
$(x_1, x_2, x_3, v) \leftarrow \text{linprog}(c, A_{ub}, b_{ub}, A_{eq}, b_{eq}, bounds)$
$\mathbf{x}^* \leftarrow (x_1, x_2, x_3)$
$v^* \leftarrow v$
{Player B's dual problem}
$c_B \leftarrow [0, 0, 0, 1]$
for $i = 1$ to 3 **do**
    $A_{ub\_B}[i] \leftarrow [A_{i1}, A_{i2}, A_{i3}, -1]$
end for
$(y_1, y_2, y_3, w) \leftarrow \text{linprog}(c_B, A_{ub\_B}, b_{ub}, A_{eq}, b_{eq}, bounds)$
$\mathbf{y}^* \leftarrow (y_1, y_2, y_3)$
return $(\mathbf{x}^*, \mathbf{y}^*, v^*)$

Результаты вычислительного эксперимента

$$x^* = \left(\frac{1}{3},\ \frac{1}{3},\ \frac{1}{3}\right), y^* = \left(\frac{1}{3},\ \frac{1}{3},\ \frac{1}{3}\right), v^* = -0.22 \text{ (руб.)}.$$

Интерпретация результатов:

1. **Симметрия оптимальных стратегий**: Оба игрока выбирают каждый напёрсток с равной вероятностью $1/3$. Это объясняется симметрией матрицы выигрышей.
2. **Отрицательная цена игры**: $v^* = -0.22$ рубля означает, что при оптимальной игре с обеих сторон угадывающий в среднем проигрывает 22 копейки за партию.
3. **Причина невыгодности для игрока A**: Шулер имеет возможность сдвигать монету с вероятностью $r = 0.6$ при угадывании, что создаёт асимметрию в пользу B.
4. **Практическое значение**: Результат показывает, что даже при оптимальной стратегии угадывающий не может избежать отрицательного ожидаемого выигрыша из-за встроенного преимущества шулера.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполненной работы были рассмотрены основные понятия теории игр с нулевой суммой и салонных игр, определены основные аспекты задачи выбора оптимальной стратегии в играх, сформулированы задачи вычислительного эксперимента по подсчёту выигрыша и нахождения наиболее оптимальной стратегии в арбитражной процедуре и салонной игре "Три напёрстка".

Вычислительный эксперимент демонстрирует, что при асимметрии выигрышей оптимальное предложение смещается относительно среднего значения идеальной точки арбитра. Предложенный подход может быть использован для поддержки принятия решений в реальных арбитражных процессах.

Вычислительный эксперимент также демонстрирует, что симметрия матрицы приводит к равномерному распределению стратегий, но отрицательная цена игры отражает преимущество шулера. Предложенный подход может быть использован для анализа других игр с асимметричной информацией.