

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра информатики и программирования

**МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ ПРИ ПОМОЩИ
МЕТОДОВ ГЛУБОКОГО ОБУЧЕНИЯ**

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студента 2 курса 273 группы

направления 02.04.03 Математическое обеспечение и администрирование
информационных систем

факультета компьютерных наук и информационных технологий

Кузичкина Павла Александровича

Научный руководитель:

д.ф.-м.н.

Купцов П.В.

подпись, дата

Зав. кафедрой:

к.ф.-м.н.

Огнева М.В.

подпись, дата

Саратов 2025

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Динамика — это наука, изучающая развитие во времени процессов в различных системах, протекающих по определенным законам. Если система детерминированная, то есть не содержит источников шума и других случайных факторов, то ее состояние полностью определяется тем, что с ней было в прошлые моменты времени. Математическая модель этого называется детерминированной динамической системой. Чаще всего математические модели строятся в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Наибольший интерес представляют нелинейные динамические системы, которые задаются уравнениями, содержащими нелинейности - возведения в степень, применение функций, перемножения переменных состояния и т.д. Такие системы демонстрируют разнообразное поведение, которое может быть очень сложным, в том числе хаотическим.

Одна из основных задач науки о нелинейных динамических системах — построение математических моделей реальных систем с целью их дальнейшего изучения. Однако это задача очень сложна. Далеко не всегда удается построить приемлемую динамическую модель с возможностью изучать и предсказывать, как поведет себя система при изменении внешних условий, то есть ее управляющих параметров. Поэтому большое значение имеет развитие новых подходов в этой области, в частности — на основе методов машинного обучения и науки о данных.

В настоящее время для исследований в различных областях знаний и прикладных областях нередко задачи сводятся к сбору, анализу и прогнозированию данных. В большинстве подобных случаев, когда речь идет о больших массивах данных, для решения проблемы прибегают к использованию нейронных сетей, поскольку они являются эффективным инструментом для работы с данными, для выявления имеющихся в них неявных зависимостей.

В связи с бурным развитием нейронных сетей в наши дни, многие ранее трудно разрешимые вопросы сдвинулись с мертвой точки благодаря методам машинного и глубокого обучения. Например, в настоящее время стало возможным более точное прогнозирование поведения финансовых рынков благодаря нейронным сетям, поскольку они способны учитывать множество факторов и зависимостей, влияющих на состояние рынков.

Одно из главных качеств нейронных сетей при их использовании для анализа данных – возможность аппроксимации произвольных функций многих переменных. В силу этого нейронные сети можно применять для моделирования динамики нелинейных систем.

В настоящей работе исследуются возможности применения нейронной сети для моделирования поведения нелинейных систем. Исходные данные будут генерироваться при помощи компьютера, как решения уравнений динамических систем. На их основе будут строиться новые модели в виде нейронных сетей, функционирующих как рекуррентные отображения. Такие сети мы будем называть нейросетевыми отображениями.

Цель магистерской работы – обучение нейросетевых отображений для различных нелинейных систем со сложной динамикой и исследование способности полученной нейросетевой модели предсказывать поведение изучаемых систем при значениях параметров, заданных за пределами области обучения.

Поставленная цель определила **следующие задачи**:

1. подготовить обзор общих подходов, используемых для математического моделирования;
2. изучить методы динамического моделирования;
3. подготовить обзор архитектур нейронных сетей в контексте их применения для динамического моделирования;
4. познакомиться с методами построения и обучения нейросетевой модели нелинейной системы;

5. построить модели нейронных сетей, описывающие формализованные модельные нейроны Ходжкина-Хаксли, Хиндмарша-Роуза, а также исследовать динамическую нелинейную систему Лоренца;
6. провести анализ результатов обучения подобной нейронной сети.

Методологические основы Моделирования нелинейной динамики при помощи методов глубокого обучения представлены в работах Купцова П. В., Станкевич Н. В. и Кузнецова С. Н.

Теоретическая значимость магистерской работы. В рамках данной работы была обнаружена возможность нейросетевого отображения найти и характеризовать

Структура и объём работы. Магистерская работа состоит из введения, четырех разделов, заключения, списка использованных источников и трех приложений. Общий объем работы – 83 страниц, из них 61 страниц – основное содержание, включая 22 рисунка, список использованных источников информации – 23 наименования.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Первый раздел «Динамическое моделирование нелинейных систем» посвящен классификации моделей, приводятся различные категории их описания и оценки применения их с точки зрения задачи. В рамках достижения цели работы и выполнения поставленных задач – была выбрана генеративная нейронная сеть, обучающие данные для которой формируются на основе решений представленных в работе динамических систем.

Вывод: Выбор модели зависит от задачи, но для нелинейных систем наиболее подходят детерминированные математические модели, дополненные численными методами.

Второй раздел «Вычислительные инструменты» посвящен реализации поставленной цели при помощи необходимого инструментария. Python представлен как основной язык для машинного обучения и моделирования благодаря:

- Простоте изучения
- Богатой экосистеме библиотек
- Широким возможностям визуализации

Ключевые библиотеки:

- `scikit-learn` для классических алгоритмов ML
- `matplotlib` и `seaborn` для визуализации

Применение в различных областях ИИ:

- Обработка естественного языка
- Анализ изображений
- Работа с временными рядами

TensorFlow как основной фреймворк:

- Графовый подход к вычислениям;
- Поддержка GPU/TPU;
- Широкий выбор архитектур нейросетей;

Интеграция с Keras:

- Упрощенный высокоуровневый API;
- Гибкая настройка моделей;
- Разнообразные инструменты обучения;

Преимущества экосистемы:

- Обширная документация;
- Большое сообщество пользователей;
- Готовые примеры реализации;

Вывод: Выбранные инструментальные средства (Python с научным стеком библиотек и TensorFlow/Keras) полностью соответствуют задачам исследования, обеспечивая:

- Эффективную реализацию вычислительных алгоритмов
- Удобство разработки и тестирования моделей
- Возможности визуализации и анализа результатов
- Масштабируемость для решения сложных задач моделирования нелинейной динамики

Такое сочетание технологий позволило успешно реализовать все этапы исследования - от генерации данных до обучения и валидации нейросетевых моделей.

Третий раздел «Нейросетевая модель динамической системы» посвящен архитектуре нейронных сетей, которая была предложена в рамках данной магистерской работы.

1. Архитектура сети:

- Для моделирования динамических систем оптимальны рекуррентные и многослойные сети с отдельными подсетями для каждой переменной.
- Ключевую роль играет нормализация данных и учет жесткости системы.

2. Применимость к конкретным системам:

- Нейросети успешно воспроизводят спайки, бёрсты и хаотические режимы.
- Наибольшие сложности возникают с системами, где переменные имеют сильно различающиеся временные масштабы (например, Хиндмарша-Роуза).

3. Перспективы:

- Расширение архитектуры (например, добавление механизма внимания).

- Использование гибридных моделей (нейросети + дифференциальные уравнения).

Вывод: Разработанная нейросетевая модель демонстрирует универсальность для разных классов нелинейных систем, но требует дальнейшей оптимизации для сложных случаев.

Четвертый раздел «Анализ результатов обучения нейронных сетей» посвящен анализу приведенных результатов при обучении нейронных сетей.

В данном разделе представлен анализ эффективности нейросетевых моделей применительно к трем ключевым динамическим системам: модели Ходжкина-Хаксли, Хиндмарша-Роуза и системе Лоренца. Для каждой системы исследовалась способность нейронной сети воспроизводить характерные режимы работы и предсказывать бифуркационные переходы.

Основные результаты показывают, что предложенная архитектура нейронной сети демонстрирует разную степень успешности в зависимости от сложности моделируемой системы. Наибольшая точность достигнута для модели Ходжкина-Хаксли, где сеть не только точно воспроизвела обучающие данные, но и смогла предсказать бифуркационные переходы за пределами обучающей выборки. Для системы Хиндмарша-Роуза результаты оказались менее точными - хотя сеть обнаружила бифуркацию, она не смогла полноценно воспроизвести все характерные режимы работы. В случае системы Лоренца нейросеть успешно идентифицировала хаотические режимы, но показала ограниченную способность к точному прогнозированию точек бифуркации.

Вывод: Нейросетевая модель доказала свою эффективность для моделирования нелинейных динамических систем, особенно в случаях, когда требуется предсказание качественных изменений поведения системы.

Точность моделирования существенно зависит от сложности системы - наилучшие результаты достигнуты для систем с умеренной нелинейностью.

Основным ограничением подхода является трудность воспроизведения систем с сильно различающимися временными масштабами переменных.

Полученные результаты подтверждают перспективность использования нейросетевых подходов в динамическом моделировании, но указывают на необходимость дальнейшего совершенствования архитектур для работы с особо сложными системами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках данной магистерской работы были проведены исследования и анализ эффективности методов глубокого обучения для моделирования временных рядов. Были изучены основные принципы глубокого обучения, включая рекуррентные нейронные сети (RNN), сверточные нейронные сети (CNN) и их комбинации, а также их применение для анализа временных рядов.

В ходе исследования были рассмотрены различные методы моделирования по временным рядам, включая их синтез на основе имеющихся данных и прогнозирование будущих значений. Были изучены методы математического моделирования и моделирования по временным рядам, а также выявлены возможности и ограничения в их применении.

Была использована модель ShermanSplit, которая в рамках программной реализации и эксперимента, описанного в разделе 4.1, наилучшим образом воспроизводит поведение исходной нелинейной динамической системы Ходжкина-Хаксли. Также эксперимент, описанный в разделе 4.2, показывает промахи данной нейросетевой модели при применении её к нелинейной динамической системе в виде модельного нейрона Хиндмарша-Роуза, где результаты обучения оказались не самыми полезными и информативными, но тем не менее модель даже в таком случае смогла выявить бифуркационный переход и показать изменения поведения системы при изменении значения параметра g .

Были протестированы ещё несколько нелинейных динамических систем. В частности – модель Хиндмарша-Роуза и модель Лоренца. Была проанализирована способность нейросетевой модели воспроизводить динамику и бифуркационные переходы в вышеуказанных системах дифференциальных уравнений. Результаты данной работы были представлены на студенческой конференции факультета КНиИТ в 2025 году.

Отдельные части магистерской работы были представлены на конференции:

Студенческая конференция факультета КНиИТ в 2025 году.

Основные источники информации:

1. Безручко Б.П., Смирнов Д.А. Математическое моделирование и хаотические временные ряды. 1-е изд. Саратов: ГосУНЦ "Колледж", 2005.
2. Колмогоров А.Н. О представлении непрерывных функций нескольких переменных в виде суперпозиции непрерывных функций одного переменного и сложения // ДАН СССР, Т. 114, № 5, 1957. С. 953-956.
3. Горбань А.Н. Обобщённая аппроксимационная теорема и точное представление многочленов от нескольких переменных суперпозициями многочленов от одного переменного // Известия высших учебных заведений. Математика, Т. 432, № 5, 1998. С. 6-9.
4. Шолле Ф. Глубокое обучение на Python. 2-е изд. Санкт-Петербург; Москва; Минск: ПИТЕР, 2023.
5. Протодяконов А., Пылов П., Садовников В. Алгоритмы Data Science и их реализация на Python. 1-е изд. Москва; Вологда: ООО "Инфра-Инженерия", 2022.
6. Kuptsov P.V., Stankevich N.V., Bagautdinova E.R. Discovering dynamical features of Hodgkin-Huxley-type model of physiological neuron using artificial neural

network // Chaos, Solitons and Fractals, No. 167, 2023. pp. 1-8.

7. Рашка С., Мирджалили В. Python и машинное обучение. Машинное и глубокое обучение с использованием Python, scikit-learn и Tensorflow 2. 3-е изд. Birmingham; Mumbai: Packt, 2020.