

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

**Анализ сигналов в сетях связанных генераторов на основе метрик  
центральности.**

**АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ**

студентки 4 курса 4061 группы  
направления 11.03.02 Инфокоммуникационные  
технологии и системы связи

Института физики

Полозовой Валерии Андреевны

Научный руководитель

доцент, к.ф.-м.н., \_\_\_\_\_

К.С. Сергеев

Зав. кафедрой радиофизики

и нелинейной динамики,

д.ф.-м.н., доцент \_\_\_\_\_

Г.И. Стрелкова

Саратов 2025 г.

## Введение

Анализ сигналов в сетях связанных генераторов представляет собой важную и актуальную область современных научных исследований, находящуюся на стыке нелинейной динамики, теории графов, вычислительной физики и теории сложных сетей. Современные распределённые системы, такие как нейросети, электроэнергетические комплексы, телекоммуникационные сети и биологические структуры, характеризуются наличием множества взаимодействующих компонентов, динамика которых может быть описана с помощью моделей связанных осцилляторов. Анализ сигналов, возникающих в таких системах, позволяет получать информацию о механизмах передачи энергии, сигналов или информации, выявлять ключевые узлы и каналы связи, а также оценивать устойчивость и эффективность функционирования всей системы.

Одной из перспективных методик исследования таких сетей является применение теории графов, в частности — метрик центральности, позволяющих количественно оценивать значимость отдельных узлов и связей. Особенно ценной эта методика становится в контексте анализа временных рядов, полученных от генераторов, связанных нелинейным образом. Актуальность исследования обусловлена необходимостью разработки новых подходов к изучению сложных систем с нелинейной связью и диссипацией. Большое значение приобретает задача точного определения значимых узлов и связей на основе эмпирических данных — временных рядов, полученных в ходе численного моделирования или эксперимента. Применение графовых метрик позволяет не только формализовать такие взаимодействия, но и осуществлять сравнительный анализ различных топологий, включая оценку влияния самосвязей (диагональных элементов в корреляционной матрице), которые могут искажать результаты анализа.

Целью данной работы является разработка, реализация и исследование алгоритма анализа сигналов в цепочке связанных генераторов на основе

корреляционных графов и применения метрик центральности для выявления ключевых узлов сети.

Научная новизна работы заключается в применении методов теории графов и метрик центральности к анализу сигналов от диссипативной цепочки генераторов, моделируемых с помощью потенциала Морзе и уравнений Рэлея. Также интерес представляет методологический подход к исключению самосвязей и его влияние на результаты анализа центральности, что редко освещается в существующих публикациях.

Структура дипломной работы соответствует логике проведения исследования и состоит из двух основных глав:

- Глава 1. Теоретическая часть — содержит описание модели генераторов, обзор применяемых методов анализа (корреляционного, графового), введение в теорию центральностей и их применение в задачах анализа сигналов.
- Глава 2. Практическая часть — включает построение численной модели, получение временных рядов, построение корреляционных графов, расчёт и сравнение метрик центральности для различных конфигураций графа.

В работе представлено:

- 2 главы;
- 16 рисунков, иллюстрирующих модели, графы и результаты анализа;
- 1 таблица с параметрами системы;
- 21 источник в списке литературы, включающих как фундаментальные, так и современные публикации по теме.

Таким образом, представленная работа направлена на решение актуальной научной и прикладной задачи анализа сложных сетевых структур на основе эмпирических данных с использованием формальных математических методов.

## **Основное содержание работы:**

В данной работе исследуется динамика цепочки связанных генераторов Рэля с потенциалом Морзе, представляющая значительный интерес для современной нелинейной динамики. Рассматриваемая система из 24 осцилляторов демонстрирует богатое разнообразие колебательных режимов, включая особые локализованные состояния - диссипативные бризеры. Актуальность исследования обусловлена широкой применимостью подобных моделей в физике, биологии и технике, где требуется анализ сложных сетевых взаимодействий.

Для численного моделирования системы использовался метод Рунге-Кутты 4-го порядка с шагом интегрирования 0.005, обеспечивающий необходимую точность при разумных вычислительных затратах. Параметры системы подбирались таким образом, чтобы обеспечить устойчивое существование локализованных мод. Особое внимание уделялось начальным условиям, так как система демонстрирует свойство мультстабильности - в зависимости от начального возбуждения могли реализовываться различные устойчивые режимы.

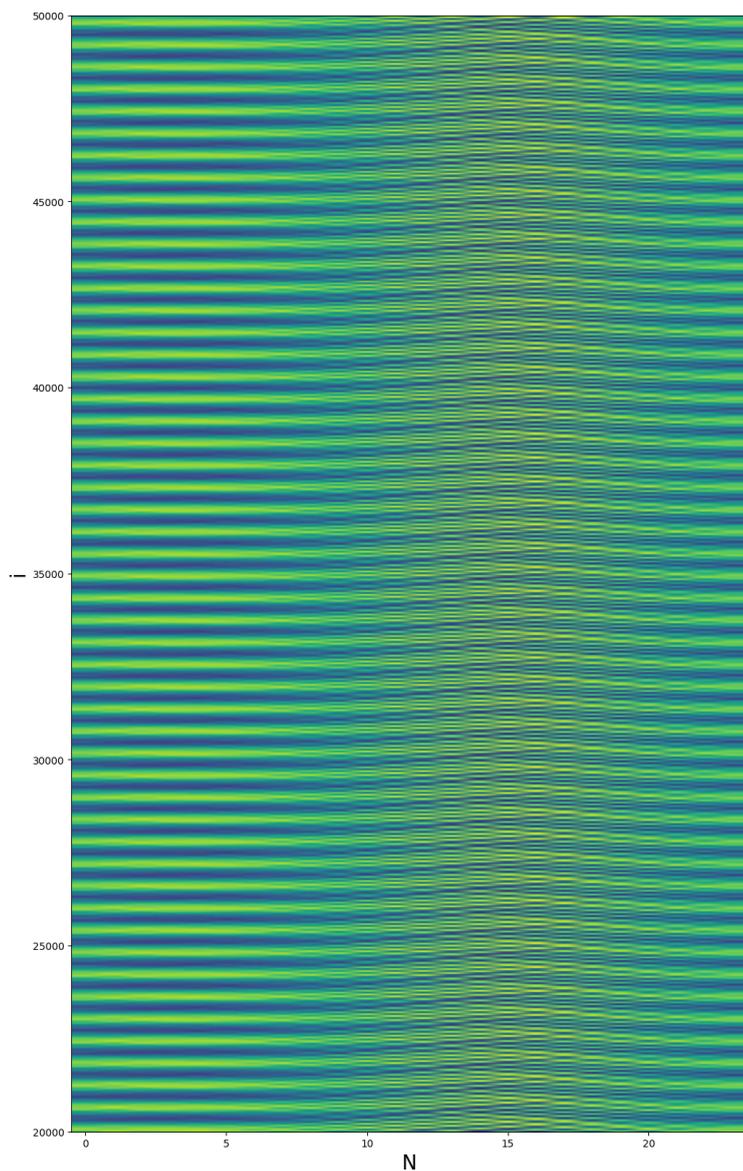


Рис 1.—Эволюция скоростей осцилляторов во времени. Где  $N$  - номер осциллятора,  $i$  - временной шаг.

Основным инструментом анализа временных рядов, генерируемых осцилляторами, стал корреляционный подход. Вычисление коэффициентов корреляции Пирсона между всеми парами генераторов позволило построить матрицу взаимосвязей, визуализированную в виде тепловой карты.

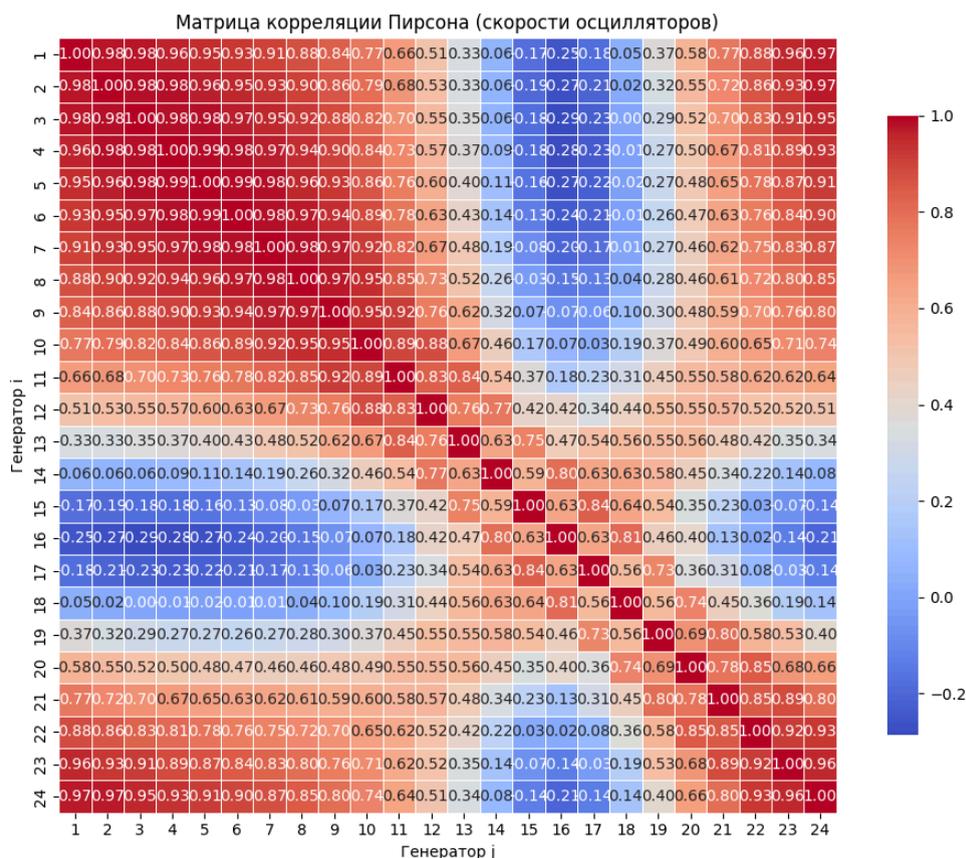


Рис.2 - Тепловая карта корреляционная матрица сигналов

На этой карте четко прослеживались области сильной положительной и отрицательной корреляции, соответствующие синхронным и асинхронным режимам колебаний.

Дальнейший анализ проводился с использованием аппарата теории графов. Корреляционная матрица преобразовывалась во взвешенный неориентированный граф, где узлы представляли генераторы, а веса ребер определялись степенью корреляции между ними. Для характеристики структурных свойств сети применялись три ключевые метрики центральности: степень посредничества (betweenness centrality), степень близости (closeness centrality) и гармоническая центральность (harmonic centrality). Эти показатели позволили количественно оценить важность каждого узла в системе и выявить ключевые элементы.

Особый интерес представляло исследование диссипативных дискретных бризеров - локализованных колебательных режимов, сохраняющих свою устойчивость благодаря балансу между диссипацией и подкачкой энергии. Анализ показал, что такие режимы четко идентифицируются по характерным особенностям в распределении метрик центральности, проявляясь как выраженные пики в определенной области графа. В частности, для рассматриваемой системы бризеры локализовались в области осцилляторов с 11 по 19.

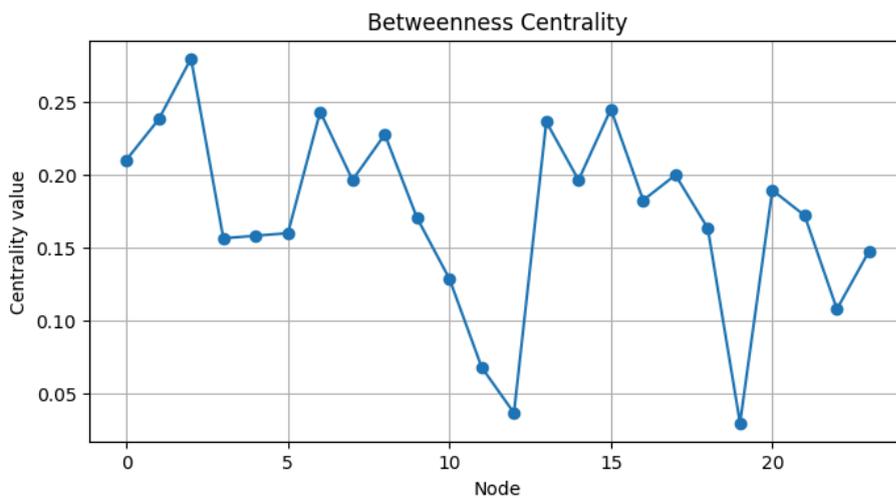


Рис.3 – Распределение степени посредничества в графе генераторов.

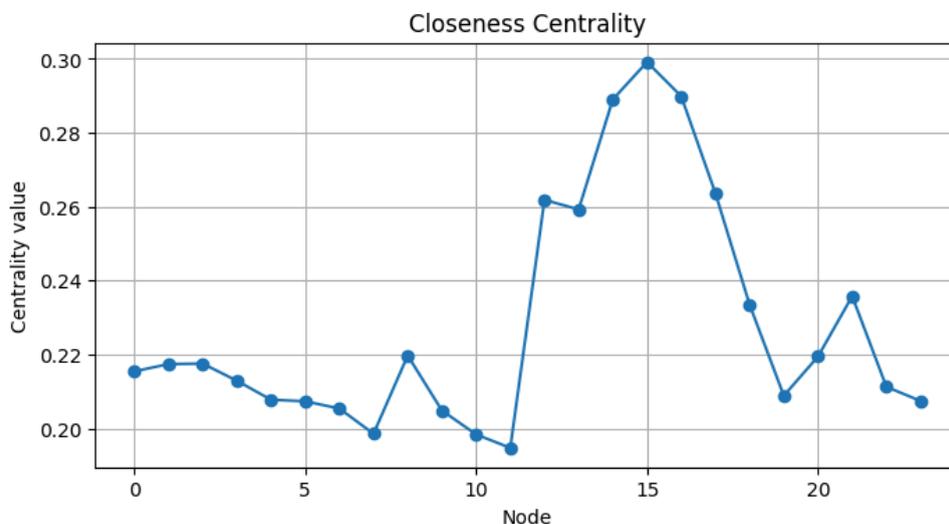


Рис.4-Распределение центральности близости в графе генераторов.

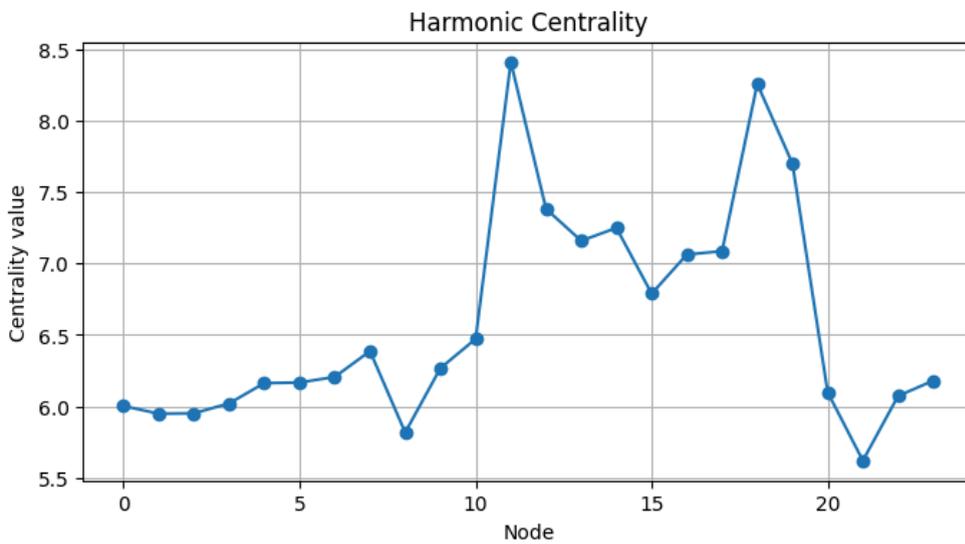


Рис.5-Распределение гармонической центральности в графе генераторов.

Важным аспектом работы стало исследование влияния самосвязей на результаты анализа. Сравнение двух подходов - с единичными и нулевыми диагональными элементами корреляционной матрицы - показало существенное различие в получаемых результатах.

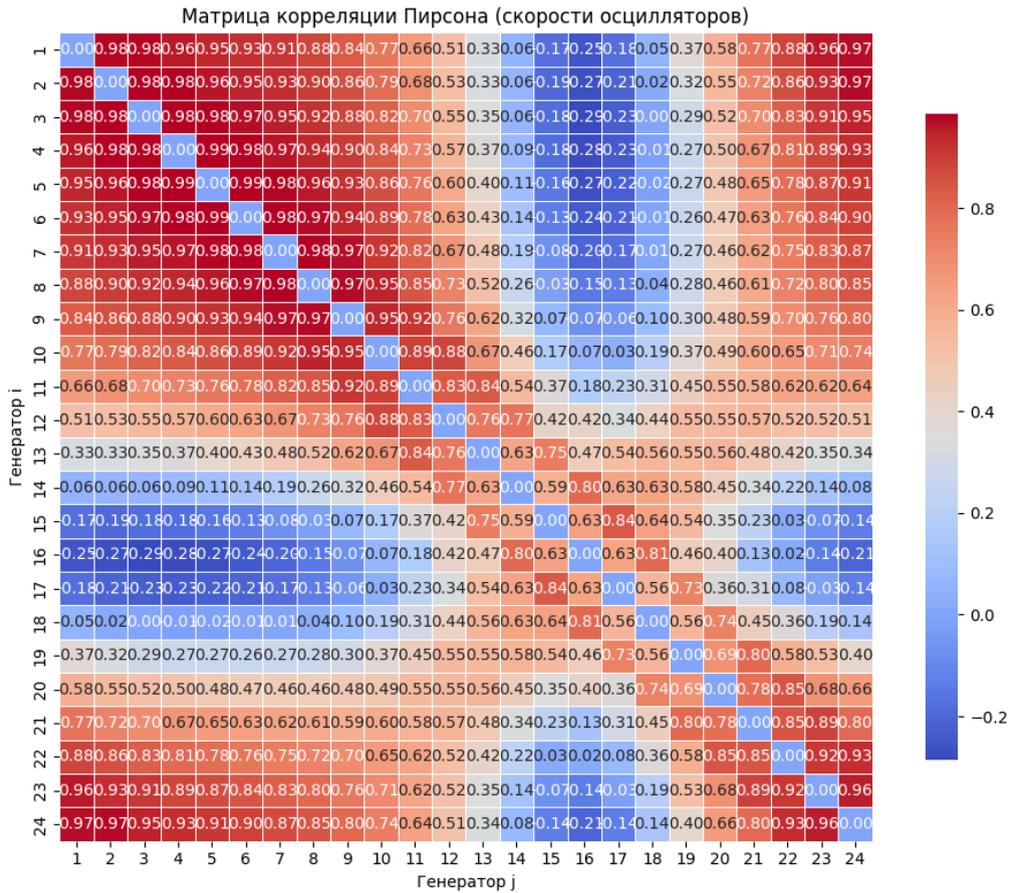


Рис.6– Тепловая карта корреляционной матрицы сигналов генераторов (с диагональю 0).

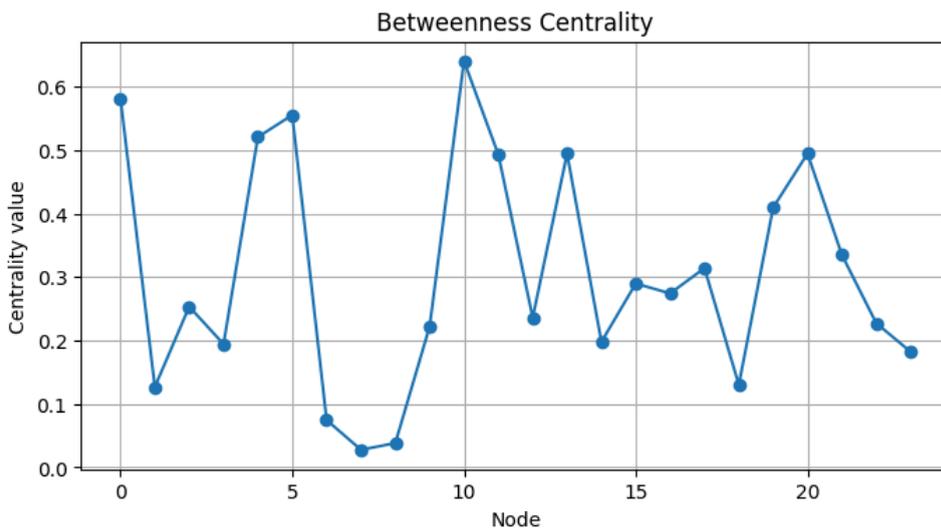


Рис.7 – Распределение посреднической центральности (диагональ обнулена).

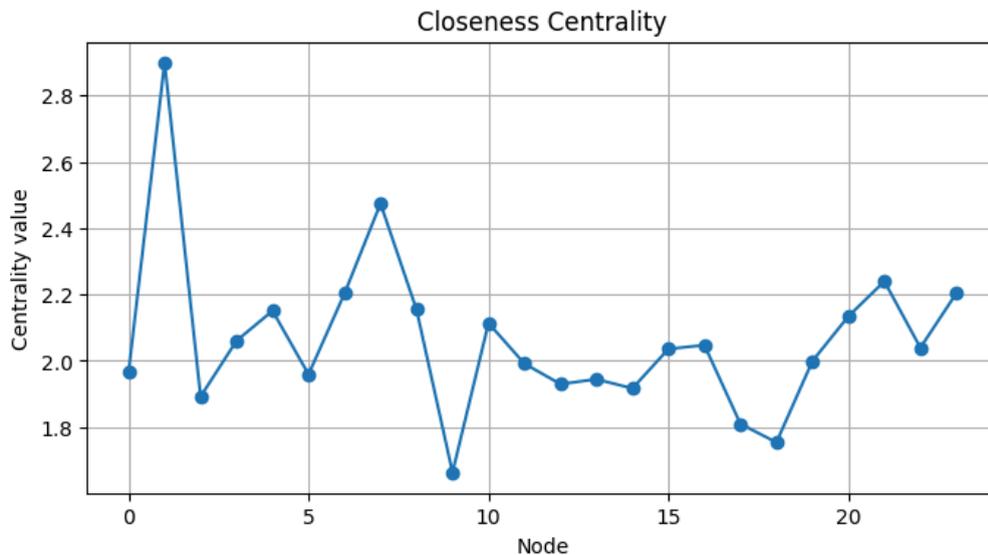


Рис.8-Распределение центральности близости (диагональ обнулена).

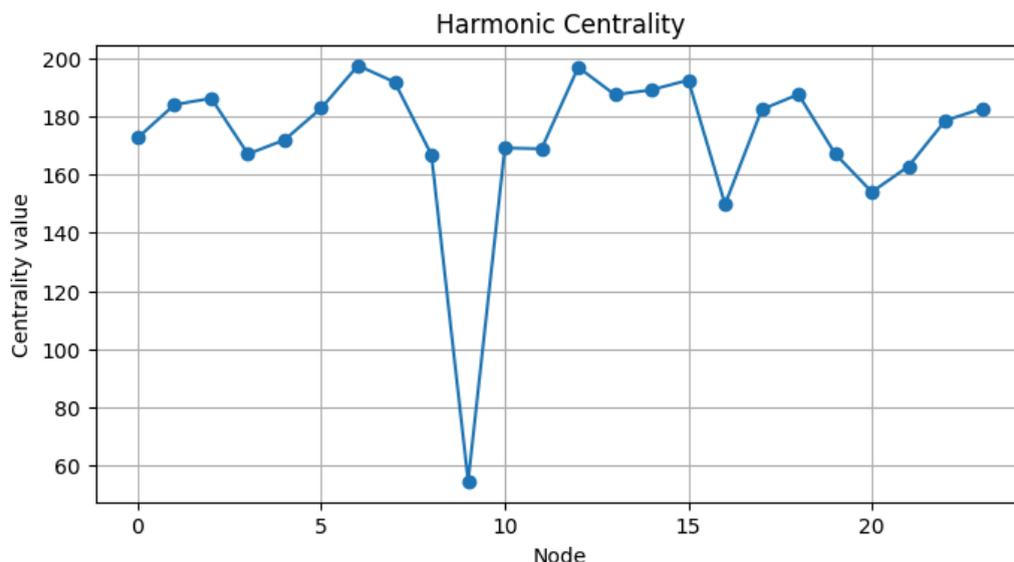


Рис.9 – Распределение гармонической центральности (диагональ обнулена).

В рамках данного исследования была выполнена сравнительная оценка влияния диагональных элементов корреляционной матрицы на сетевую структуру, построенную по сигналам генераторов.

При построении графа на основе корреляционной матрицы в качестве веса ребра используется выражение  $1 - \sigma$ , где  $\sigma$  — коэффициент корреляции. Это приводит к следующему эффекту: если  $\sigma = 1$  (на главной диагонали исходной матрицы), то вес = 0, и

самосвязь не создаётся;

если  $\sigma = 0$  (после обнуления диагонали), то вес = 1, и появляется максимально сильная самосвязь.

Поэтому важно понимать, что обнуление диагонали в корреляционной матрице на самом деле вводит в граф фиктивные самосвязи, а не убирает их. Это искажает центральности, делая узлы "важными" за счёт самих себя.

## Выводы

В ходе выполнения дипломной работы была решена комплексная задача анализа сигналов, возникающих в цепочке связанных нелинейных генераторов, с применением инструментов теории графов и сетевого анализа. Основное внимание было уделено построению корреляционных графов на основе временных рядов, моделируемых в системе диссипативных генераторов Рэлея, взаимодействующих через потенциал Морзе.

Были достигнуты следующие основные результаты:

1. Построена численная модель генераторной цепочки с учетом диссипации и нелинейных связей. Проведено моделирование временных реализаций, демонстрирующих сложное колебательное поведение, включая формирование локализованных мод (бризеров).
2. Выполнен корреляционный анализ сигналов генераторов. На основе коэффициента корреляции Пирсона построена матрица взаимодействий, отражающая степень взаимной зависимости между элементами системы.
3. Построен взвешенный неориентированный граф взаимодействий генераторов, в котором узлы соответствуют отдельным элементам цепочки, а веса рёбер — значениям корреляции между их сигналами.
4. Проведён расчёт ключевых метрик центральности: посредничества (betweenness), близости (closeness) и гармонической центральности (harmonic). Эти метрики позволили выявить наиболее значимые генераторы, играющие центральную роль в передаче сигналов внутри сети.
5. Проведён сравнительный анализ двух подходов (с диагональю = 1 и диагональю = 0). Установлено, что включение самосвязей существенно влияет на значения метрик и может искусственно повышать значимость отдельных узлов. Обнуление диагонали позволяет получить более реалистичную оценку распределения ролей в сети.

6. Установлена чёткая связь между изменением значений метрик центральности и пространственным положением бризера. Показано, что пики и провалы на графиках *betweenness*, *closeness* и *harmonic centrality* (рис.10–12) соответствуют участку цепочки, где локализован диссипативный бризер (узлы 11–19).

Полученные результаты подтверждают эффективность применения методов сетевого анализа и теории графов к задачам обработки и интерпретации сигналов в сложных распределённых системах. Показано, что предложенная методика позволяет не только выявлять ключевые узлы сети, но и локализовать сложные пространственно-временные структуры, такие как диссипативные дискретные бризеры, по характерным аномалиям на графиках центральностей — при корректном построении графа без фиктивных самосвязей.

Предложенный подход может быть расширен и адаптирован для анализа сигналов в других типах сетей — например, в нейрофизиологических, биологических и инженерных системах, а также использован при решении задач устойчивости и оптимизации топологии таких сетей.

Таким образом, работа достигла поставленной цели, подтвердив актуальность и практическую ценность интеграции методов теории графов в анализ временных сигналов, порождаемых нелинейными взаимодействующими системами.