

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

Эффекты шумового воздействия в мемристивных системах

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студента 2 курса 2232 группы

направления 03.04.03 Радиофизика

Института физики

Леоненко Владислава Андреевича

Научный руководитель

профессор, д.ф.-м.н., профессор _____ Т.Е. Вадивасова

Зав. кафедрой радиофизики

и нелинейной динамики,

д.ф.-м.н., доцент _____ Г.И. Стрелкова

Саратов 2025 г.

Введение

Мемристор представляет собой двухполюсник, характеристики которого зависят от предыдущих значений входного сигнала, причем состояние двухполюсника может сохраняться в течение длительного времени после удаления внешнего сигнала, т.е. он обладает «памятью».

В настоящее время мемристоры находят практическое применение в устройствах передачи и обработки информации. В перспективе мемристивные устройства будут играть всё более важную роль в практических задачах. Они уже используются в качестве ячейки памяти и со временем могут стать более компактными и быстрыми, чем современные устройства памяти. Широкое применение мемристоры могут найти в искусственных нейронных сетях. Так в спайковых нейронных сетях с помощью мемристивных элементов связи можно добиться эффекта зависящей от времени пластичности (STDP), играющего важную роль в процессе обучения спайковых сетей.

Динамические системы с мемристивными элементами (будем называть их мемристивными системами) исследовались в ряде работ. В них были обнаружены такие явления, как многообразия, состоящие из точек равновесия или замкнутых кривых, гиперхаотическая динамика и существование скрытых аттракторов. Важной особенностью мемристивных систем является сильная чувствительность установившегося режима к начальному состоянию. В отличие от «обычной» мультистабильности, когда в фазовом пространстве системы существует счетное множество аттракторов, в мемристивных системах с многообразиями равновесий наблюдается непрерывная зависимость характеристик установившегося режима от начальных условий. Это связано со сложным устройством притягивающего множества в мемристивных системах с многообразиями равновесий и, с физической точки зрения, со свойством мемристора помнить свое исходное состояние. Большой интерес вызывает коллективная динамика связанных через мемристор осцилляторов и ансамблей связанных осцилляторов на

основе мемристора. Ансамбли осцилляторов с мемристивными свойствами и связями применяются в задачах моделирования процессов в живых системах, таких как ансамбли реальных нейронов. В связи с этим актуальными являются исследования эффектов синхронизации мемристивных систем и систем, связанных мемристивными связями. Малоизученной проблемой являются эффекты, связанные с воздействием шума на системы, содержащие мемристоры.

В соответствии с тем, что влияние шума на мемристивные системы в настоящее время изучено недостаточно, была сформулирована следующая **цель выпускной квалификационной работы:**

Установить, как влияет шум, добавленный в уравнение переменной, задающей состояние мемристора (шум мемристора) на поведение динамических систем, содержащих мемристивный элемент. Сравнить влияние на систему шума мемристора с различными свойствами, а именно белого гауссова шума и шума Леви с разными значениями параметра стабильности. Для этого рассмотреть следующие задачи:

1. Выявить особенности поведения мемристивного генератора с учетом шума мемристора.
2. Определить влияние шума мемристора связи на эффект взаимной синхронизации двух периодических автогенераторов. Установить возможность частичной синхронизации частот в присутствии шума мемристора.

Раздел 1. «Влияние шума мемристора на колебания в мемристивном генераторе». В данном разделе рассматривается влияние шума мемристора на колебания в мемристивном генераторе. Так же приводятся уравнения модели исследуемой системы и кратко изложены полученные результаты.

Раздел 2. «Исследование влияния шумов мемристора связи на синхронизацию периодических генераторов». В данном разделе рассматривается влияние

шума мемристора на колебания и эффект синхронизации в системе двух периодических автогенераторах с мемристивной связью. Представлены уравнения, описывающие модель исследуемой системы, а также кратко изложены основные результаты, полученные в ходе исследования.

Основное содержание работы

Рассмотрим простую схему автогенератора с постоянным отрицательным сопротивлением и колебательным контуром, содержащим мемристор, управляемый магнитным потоком (flux controlled memristor) (рис.1).

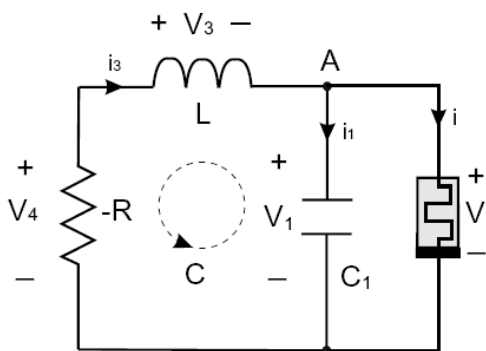


Рисунок 1. Радиотехническая схема исследуемой автоколебательной системы с мемристором, управляемым магнитным потоком

Уравнения системы в нормированных переменных имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= a(y - G_M(z))x, & \frac{dy}{dt} &= -\gamma x + by, \\ \frac{dz}{dt} &= -\delta z + x + (2D)^{1/\alpha} L(t), \\ G_M(z) &= G_0(1 + \mu z^2). \end{aligned} \quad (1)$$

где $x \sim v_1$ – напряжение на емкости, $y \sim i_3$ – ток через индуктивность, z – переменная, управляющая мемристором, b и γ – безразмерные параметры: $a = \frac{1}{C_1} = 1$, $b = R/L$, $\gamma = 1/L$, G_M – проводимость мемристора. Третье уравнение системы (1) описывает динамику переменной, управляющей мемристором. Параметр δ характеризует скорость «забывания» мемристором начального состояния. Значение $\delta = 0$ соответствует идеальному мемристор, который

помнит начальное состояние бесконечно долго. В уравнение для z добавлен нормированный источник аддитивного белого шума Леви. Источник белого α -устойчивого шума задается как $\xi(t) = (2D)^{\frac{1}{\alpha}}\eta(t)$, где $\eta(t)$ - нормированный источник α -устойчивого белого шума с нулевыми значениями параметров сдвига и асимметрии. Константа D задает интенсивность шума. Источник $\eta(t)$ характеризуется следующими параметрами: $\alpha \in (0,2]$ – параметр устойчивости, определяющий скорость спада хвостов распределения; $\beta \in [-1,1]$ – параметр, характеризующий асимметрию распределения (в симметричном случае $\beta = 0$). В случае $\alpha = 2$ и $\beta = 0$ источник $\eta(t)$ имеет гауссово распределение.

Как известно из литературы в мемристивном генераторе (1) без источников шума наблюдается следующая динамика. Если мемристор – идеальный ($\delta = 0$), то притягивающее множество состоит из различных замкнутых кривых и точек равновесия. В этом случае амплитуда и форма колебаний зависят от начальных условий. Траектории на притягивающем предельном множестве в фазовом пространстве генератора (3) при различных значениях b проиллюстрированы на Рис.2. В случае неидеального мемристора ($\delta \neq 0$) существует предельный цикл, являющийся единственным аттрактором системы.

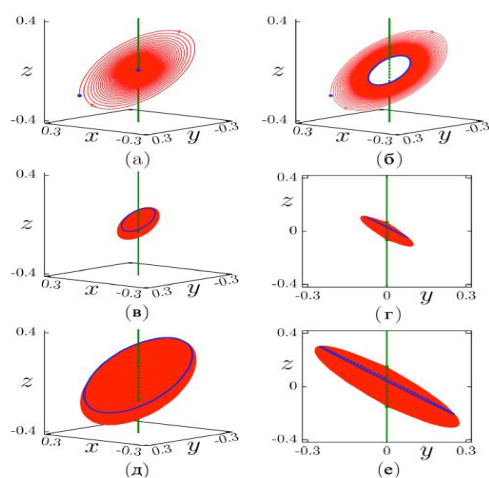


Рисунок 2. Траектории на притягивающем предельном множестве в фазовом пространстве генератора (3) при различных значениях параметра b : Другие параметры: $b = 0.01$ (а); $b = 0.022$ (б)- (г); $b = 0.035$ (д)-(е). Другие параметры: $a = 1$; $\gamma = 1$; $\mu = 40$; $G_0 = 0.02$; $\delta = 0$.

Численно интегрировались стохастические уравнения исследуемой системы (1) при значениях параметров: $a = 1$; $\gamma = 1$; $b = 0.5$; $\mu = 40$; $G_0 = 0.02$. На Рис.3 приведены результаты, полученные для идеального мемристора ($\delta = 0$) при начальном значении $z_0 = 0$ и $D = 0$.

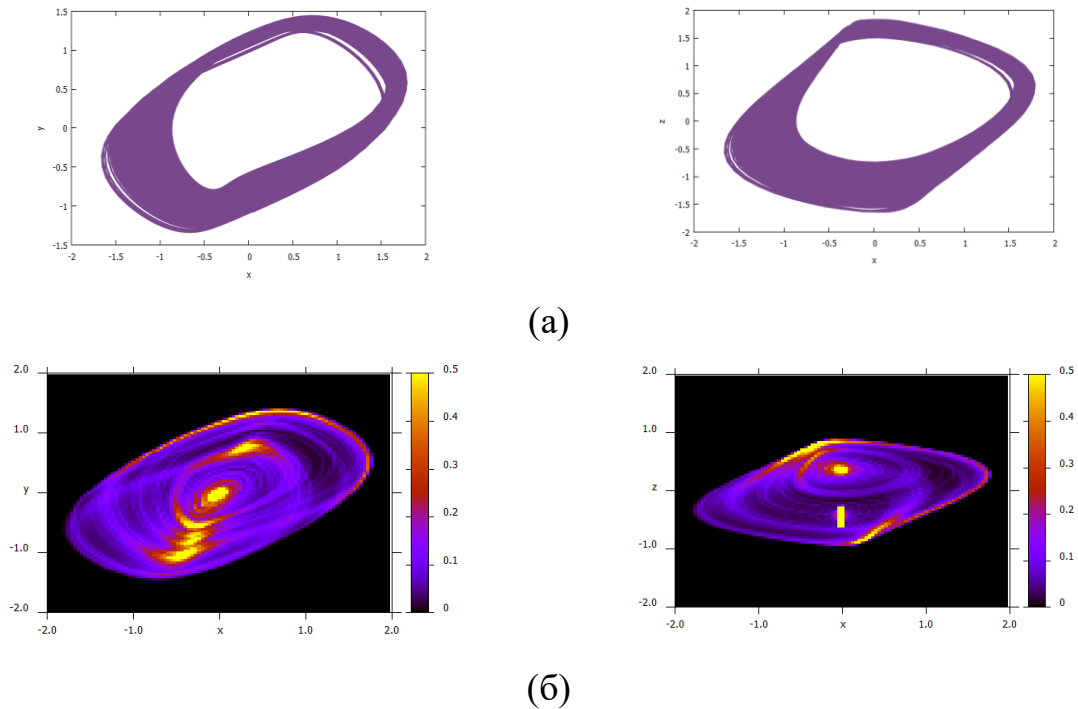


Рисунок 3. Колебания мемристивного генератора (1) с идеальным мемристором ($\delta = 0$) при интенсивности шума $D = 0.0001$ и начальном значении мемристивной переменной $z_0 = 0$: а - проекции фазовых траекторий на плоскость x,y (слева) и x,z (справа); б – совместные плотности вероятности $p(x,y)$ (слева) и $p(x,z)$ (справа). Другие параметры и начальные условия: $\alpha = 1$; $\gamma = 1$; $b = 0.5$; $\mu = 40$; $G_0 = 0.02$; $x_0 = 0.2$; $y_0 = 0.1$. Время интегрирования на периоде установления – 500 у.е. Время интегрирования при построении графиков – 10000 у.е.

На Рис.3 (а) можно видеть, что траектория вращается в окрестности замкнутой кривой, хотя без шума она должна была бы попасть в точку равновесия. Под действием шума траектория со временем будет обходить

окрестности разных замкнутых кривых на притягивающем предельном множестве.

Далее была исследована модель, которая представляет собой два мемристивно-связанных периодических генератора. Эквивалентная радиотехническая схема исследуемой системы приведена на Рис. 4. Мемристор связи обладает проводимостью G_M , управляемой магнитным потоком φ .

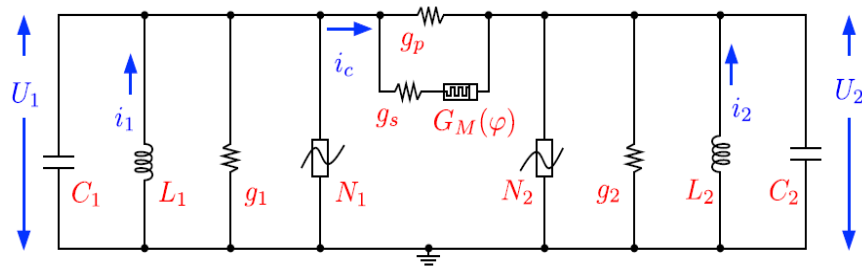


Рисунок 4. Эквивалентная схема исследуемой системы двух мемристивно-связанных автогенераторов.

Для безразмерных переменных и времени, с учетом идентичности нелинейных элементов N_1 и N_2 и условий $C_1 = C_2 = C$; $g_1 = g_2 = g$, можно получить следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \ddot{y}_1 - (\varepsilon - \dot{y}_1^2)\dot{y}_1 + y_1 &= kG(z)(\dot{y}_2 - \dot{y}_1), \\ \ddot{y}_2 - (\varepsilon - \dot{y}_2^2)\dot{y}_2 + py_2 &= kG(z)(\dot{y}_1 - \dot{y}_2), \\ \dot{z} &= -\delta\dot{z} + \dot{y}_1 - \dot{y}_2 \end{aligned} \tag{4}$$

$G(z) = G_0(1 + \mu z)$ – характеристика мемристора,

где $x_1 \sim U_1$, $x_2 \sim U_2$, $y_1 \sim i_1$, $y_2 \sim i_2$, $z \sim \varphi$.

Первое и второе уравнения системы (4) описывают связанные периодические генераторы. p – параметр частотной расстройки, k – коэффициент связи. Третье уравнение системы (4) описывает динамику переменной, управляющей мемристорм. Параметр δ характеризует скорость «забывания» мемристорм начального состояния. Значение $\delta=0$ соответствует

идеальному мемристору, который помнит начальное состояние бесконечно долго.

В настоящей работе в систему был добавлен шум мемристора, который, в общем случае, задавался с помощью источника шума Леви. В уравнение для z добавлен нормированный источник аддитивного белого шума Леви, описанный в разделе 1. Параметр D определяет интенсивность шума. Переходя к системе уравнений первого порядка, получаем:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 - (\varepsilon - x_1^2)x_1 + y_1 &= kG(z)(x_2 - x_1), \quad \dot{y}_1 = x_1, \\ \dot{x}_2 - (\varepsilon - x_2^2)x_2 + y_2 &= kG(z)(x_1 - x_2), \quad \dot{y}_2 = x_2, \\ \dot{z} &= -\delta\dot{z} + x_1 - x_2 + (2D)^{\frac{1}{\alpha}}L(t). \end{aligned} \quad (5)$$

Была написана программа интегрирования системы (6) по методу Рунге-Кутты 4-го порядка с учетом шума. По полученным в результате интегрирования данным в программе рассчитывались мгновенные частоты колебаний генераторов $\omega_1(t)$ и $\omega_2(t)$ как производные от мгновенных фаз. Мгновенные фазы генераторов можно определить как $\Psi_\nu(t) = \arctg \frac{y_\nu}{x_\nu} \pm \pi k$, $\nu = 1, 2$, k – целочисленная переменная, значение которой выбирается исходя из непрерывности зависимости фазы от времени. Средние по времени частоты рассчитываются по формуле:

$$\omega_\nu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{x_\nu(t_i)\dot{y}_\nu(t_i) - y_\nu(t_i)\dot{x}_\nu(t_i)}{x_\nu^2(t_i) + y_\nu^2(t_i)}, \quad \nu = 1, 2, \quad (6)$$

$$\text{Средняя разностная частота (частота биений) есть } \Omega = \omega_2 - \omega_1. \quad (7)$$

В проведенных исследованиях по формулам (6)-(7) рассчитывалась средняя разностная частота Ω в зависимости от начального значения переменного, задающего состояние мемристора $z_0 = z(0)$. Начальные значения других переменных выбирались следующими: $x_1(0) = x_2(0) = y_1(0) = y_2(0) = 0.1$. Были зафиксированы следующие значения параметров: $\varepsilon = 0.1$, $G_0 = 0.02$,

$\mu = 40, k = 0.1, p = 0.95$. Все расчеты производились при двух фиксированных начальных условиях НУ1; НУ2:

НУ1: $y_1(0) = 0.5; \dot{y}_1(0) = 0.5; y_2(0) = -0.5; \dot{y}_2(0) = -0.4; z(0) = 0.0$,

НУ2: $y_1(0) = 0.5; \dot{y}_1(0) = 0.5; y_2(0) = -0.5; \dot{y}_2(0) = -0.4; z(0) = -0.8$,

На Рис. 5 приведены зависимости средней разностной частоты Ω от расстройки p в случае идеального мемристора связи без учета шума при фиксированном коэффициенте связи $k = 0.02$.

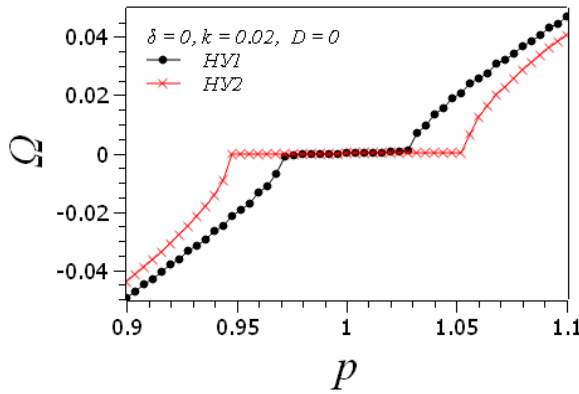
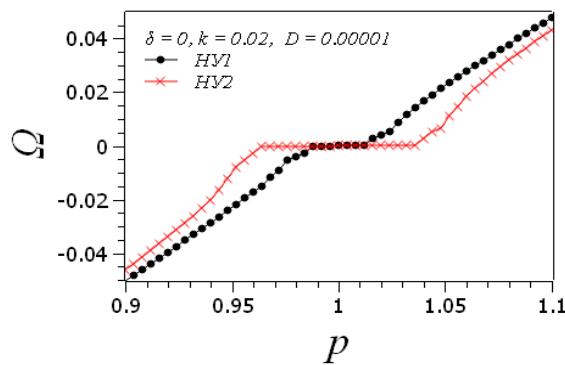
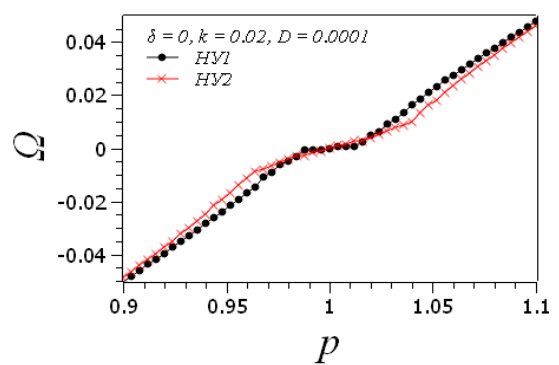


Рисунок 5. Зависимости частоты биений от параметра расстройки p в системе автогенераторов (4) при связи через идеальный мемристор ($\delta = 0$) в отсутствии шума ($D = 0$). Черные кружки соответствуют НУ1, а красные крестики - НУ2. Другие параметры: $\varepsilon = 0.1; G_0 = 0.02; \mu = 40; k = 0.02$

Рассмотрим, как повлияет на синхронизацию наличие источника гауссова белого шума в уравнении, описывающем переменную состояния мемристора (шум мемристора). Результаты приведены на Рис.6.



(a)



(б)

Рисунок 6. Зависимости частоты биений от параметра расстройки p в системе автогенераторов (4) при связи через идеальный мемристор в случае гауссова шума мемристора с различной интенсивностью: $D = 0.00001$ (а); $D = 0.0001$ (б). Черные кружки соответствуют НУ1, а красные крестики - НУ2. Другие параметры: $\varepsilon = 0.1$; $G_0 = 0.02$; $\mu = 40$; $\delta = 0$; $k = 0.02$

При слабом шуме на зависимостях частоты биений от параметра расстройки p , полученных для рассмотренных начальных условий, можно видеть характерный пологий участок («полочку»), соответствующий частичной (эффективной) синхронизации автоколебаний (Рис.6,а). С ростом шума наклон пологого участка увеличивается и эффект синхронизации исчезает (Рис.6,б).

Выводы по работе

Исследования влияния шума мемристора на поведение мемристивного генератора позволяют сделать следующие выводы:

- При воздействии шума (как гауссова, так и ишума Леви) на генератор с идеальным мемристором ($\delta = 0$), или с мемристором, близким к идеальному (малый параметр δ) фазовые траектории быстро уходят на бесконечность и в системе не устанавливается стационарной плотности вероятности.
- С ростом δ (мемристр с короткой памятью) поведение генератора становится более устойчивым к шуму и траектории длительное время остаются в области притягивающего множества, существующего в генераторе с идеальным мемристором в отсутствии шума.
- Мемристивный генератор более чувствителен к шуму Леви ($\alpha < 2$), чем к гауссову шуму ($\alpha = 2$) Фазовые траектории даже в случае неидеального мемристора часто уходят на бесконечность. Неустойчивость поведения

мемристивного генератора возрастает с уменьшением параметра стабильности источника шума α .

Исследование влияние шума мемристора на синхронизацию периодических автогенераторов с мемристивной связью показывают, что:

- В случае идеального мемристора связи область эффективной синхронизации сохраняется при слабом шуме мемристора (как гауссовом, так и негауссовом) и зависит от начальных условий. Ширина этой области уменьшается с ростом интенсивности шума и при сильном шуме эффект синхронизации исчезает.
- Влияние негауссова шума мемристора на эффект синхронизации при значениях параметра стабильности α , близких к 2, слабо отличается от влияния гауссова шума. Однако, при меньших значениях α синхронный режим становился более заметен. Таким образом, при одной и той же интенсивности шума, коэффициенте связи и параметре забывания мемристора уменьшая параметр стабильности α можно добиться более выраженного эффекта синхронизации автогенераторов,
- В случае неидеального мемристора при выбранных параметрах область синхронизации, ни с шумом, ни без шума не наблюдалась.