

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

«Влияние отрицательной связи на динамику нейронов
ФитцХью–Нагумо»

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студента 2 курса 2232 группы
направления 03.04.03 Радиофизика
Института физики
Маслов Антон Евгеньевич

Научный руководитель
доцент, к.ф.-м.н.,

_____ А.В. Бух

Зав. кафедрой радиофизики
и нелинейной динамики,
д.ф.-м.н., доцент

_____ Г.И. Стрелкова

Саратов 2025 г.

Введение

Модель нейрона ФитцХью–Нагумо представляет собой важный инструмент в теории нейронной динамики, позволяющий исследовать сложные процессы, происходящие в нейронных системах. Эта модель, разработанная Ричардом ФитцХью и Дзюньити Нагумо, описывает поведение нейронов с помощью системы обыкновенных дифференциальных уравнений и, позволяет анализировать как активные, так и пассивные свойства нейронов. Также она позволяет анализировать ключевые явления такие как возбудимость, синхронизацию, хаос и формирование паттернов активности. Например, работы Ижикевича и Ринзеля с Эрментраутом демонстрируют, как взаимодействие мембранного потенциала и тока восстановления порождает разнообразные режимы — от регулярных колебаний до хаотических. Модель ФитцХью—Нагумо является незаменимой для исследования как отдельных нейронов, так и крупных сетей, где коллективное поведение определяется типом межнейронных связей.

Несмотря на значительный прогресс, многие аспекты поведения нейронных сетей остаются малоизученными. В существующих работах редко рассматривается совместное влияние задержек, неоднородности связей и шума в крупномасштабных сетях. Большинство исследований фокусируется на гомогенных системах, тогда как реальные нейронные ансамбли характеризуются сложной топологией и вариабельностью параметров. Кроме того, почти не изучено, как адаптивные механизмы самонастройки связей и квантовые эффекты модулируют устойчивость сетей с преобладанием отрицательных взаимодействий. Настоящее исследование направлено на заполнение некоторых пробелов, фокусируясь на анализе влияния комбинации двух факторов: задержки в связи и шума в сетм нейронов ФитцХью—Нагумо. Изучение влияния отрицательной обратной связи на динамику нейронов ФитцХью–Нагумо открывает новые горизонты для понимания механизмов, лежащих в основе нейронной активности и взаимодействия между нейронами. Это также может помочь в разработке более эффективных моделей для описания нейродинамических процессов Модель нейрона ФитцХью–Нагумо и ее анализ в случае отрицательной связи представляют собой важные шаги в исследовании нейронной динамики, способствуя более глубокому пониманию как нормальных, так и патологических процессов в нервной 5 системе. В работе исследуется влияние отрицательной связи на динамику ансамбля нейронов ФитцХью–Нагумо, состоящей из связанных колец колебательных систем. Слои попарно и двунаправленно связаны, но нет прямой межслойной связи между удаленными слоями, которые взаимодействуют только через средний слой. Слои описываются решетками связанных систем ФитцХью–Нагумо, которые обычно

проявляют режимы спиральной волны или спирально-волновой химеры. Показано, что даже при слабой связи между слоями внешние слои могут проявлять противофазную удаленную синхронизацию волновых структур. При этом достаточно сильная межслойная связь разрушает волновые структуры во внешних слоях, и синхронизация пространственно-когерентных паттернов может быть реализована в трехслойной сети.

Цель исследования состоит в том, чтобы получить представление о влиянии отталкивающей связи на динамику нейронов ФитцХью–Нагумо и определить возможность использования отрицательной связи в спайковых нейронных сетях.

Для достижения целей решены следующие задачи:

1. Проведен обзор научных работ, посвященных исследованию влияния отрицательной связи между нейронными моделями на их динамику.
2. Выполнено численное моделирование отдельного нейрона ФитцХью–Нагумо с обратной связью с отрицательной величиной коэффициента связи.
3. Выполнено численное моделирование связанных взаимно связанных нейронов ФитцХью–Нагумо с отрицательной величиной коэффициента связи.

Выпускная квалификационная работа содержит введение, две главы (1. Влияние отрицательной обратной связи на нейрон ФитцХью–Нагумо; 2. Влияние взаимной связи на кольцо нейронов ФитцХью–Нагумо), заключение и список использованных источников. Общий объем работы 50 стр.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

1.1 Модель нейрона ФитцХью–Нагумо с обратной связью

Модель нейрона ФитцХью–Нагумо представляет собой математическую модель, описывающую динамику нейронной активности в биологических системах. Она состоит из двух дифференциальных уравнений, описывающих изменения в потенциале активации и переменной восстановления. Внешнее воздействие представляется в модели ФитцХью–Нагумо постоянным. Распространенный вариант модели ФитцХью–Нагумо приведен ниже:

$$\begin{cases} \dot{x} = x(t) - \frac{x^3}{3} - y(t) \\ \dot{y} = x(t) + a \end{cases} \quad (1.1)$$

где x – быстрая переменная (активатор), y – медленная переменная (ингибитор), $0 < \varepsilon \ll 1$ – параметр временного масштаба между активатором и ингибитором, обуславливающий разную скорость движения вдоль траектории в фазовом пространстве на разных участках, a – параметр возбудимости нейрона (при $a < 1$ нейрон находится в автоколебательном режиме, а при $a > 1$ – в возбудимом). Классическим способом обратной связи и взаимной связи между нейронами

является электрическая связь, которая для нейрона задается следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{x} = x(t) - \frac{x^3}{3} - y(t) + \gamma(x(t - \tau) - x) \\ \dot{y} = x(t) + a + \eta(\sigma, t) \end{cases} \quad (1.2)$$

где γ – сила обратной связи, τ – время задержки в обратной связи, $\eta(\sigma, t)$ – модельный источник белого гауссовского шума с параметром ширины распределения значений σ .

Известно, что обратная связь с задержкой обеспечивает реализацию автоколебательной динамики, недостижимой в отсутствие задержки. В частности, установлено, что петли обратной связи с задержкой позволяют сдвигать критические значения параметров, соответствующие подкритической бифуркации Андронова-Хопфа. Этот факт лег в основу схемы управления когерентным резонансом в невозбудимых системах на основе запаздывающей обратной связи. В отличие от этого, механизм управления индуцированными шумом колебаниями с помощью обратной связи с задержкой в системе ФитцХью-Нагумо (которая является возбудимым осциллятором) в режиме когерентного резонанса не связан с изменением значения критического параметра и возникновением суперкритической бифуркации Андронова-Хопфа. Индуцированное задержкой возбуждение автоколебаний в нейроне ФитцХью-Нагумо изучалось ранее в контексте детерминированной динамики как для предела короткой задержки, так и для значительной задержки. Во всех случаях обратная связь по временной задержке вызывает бистабильность как сосуществование регулярной автоколебательной динамики (спайков) и режима покоя, в то время как устойчивое равновесие представляет собой единственный аттрактор при нулевой задержке. В работе обобщены материалы, опубликованные в работах, и дополнены представления о поведении осциллятора ФитцХью-Нагумо с обратной связью с задержкой по времени как для отрицательной, так и для положительной силы обратной связи. Обратная связь с задержкой обеспечивает возбуждение самоподдерживающихся колебаний в модели ФитцХью-Нагумо. Вызванная задержкой автоколебательная динамика может быть как регулярной, так и хаотической.

1.2 Влияние обратной связи с задержкой на динамику нейрона ФитцХью–Нагумо под воздействием внешнего источника шума

В настоящем разделе исследуется случай отрицательной обратной связи ($\gamma < 0$), которому в научной литературе стало уделяться внимание в последнее время. При этом исследуется поведение нейрона ФитцХью–Нагумо с отрицательной

обратной связью при наличии шума, которому не было уделено достаточно внимания. Параметр $\varepsilon = 0.001$ для всех представленных в настоящей главе результатов, при этом интегрирование выполнялось методом Рунге-Кутты с шагом 0.00001.

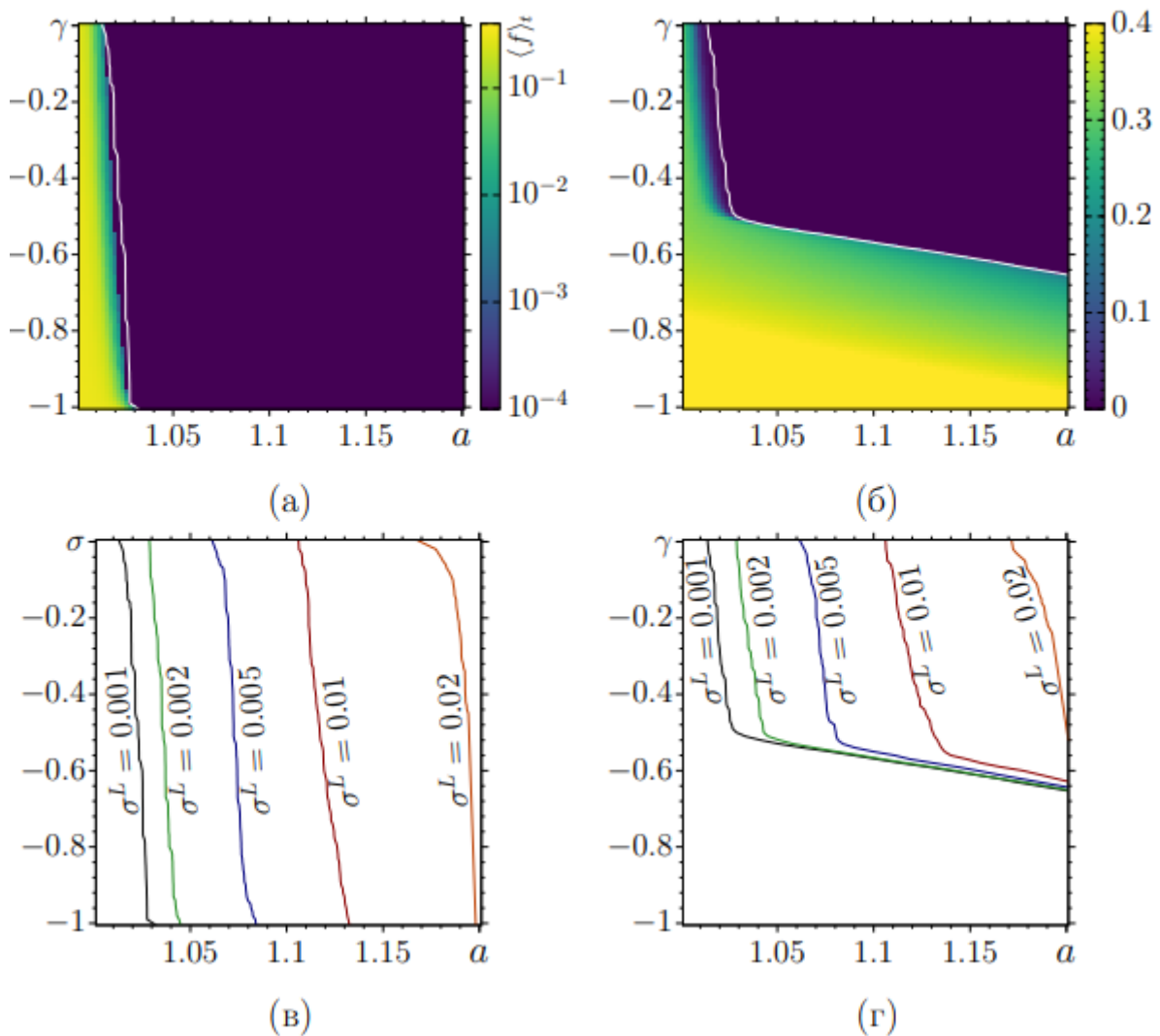


Рисунок 1.1 —Карты средней частоты возникновения импульсов в нейроне ФитцХью–Нагумо при $\sigma = 0.001$ (а, б) и границы возникновения импульсов для $\sigma = 0.001$ (черная линия), $\sigma = 0.002$ (зеленая линия), $\sigma = 0.005$ (синяя линия), $\sigma = 0.01$ (красная линия) и $\sigma = 0.02$ (оранжевая линия) (в, г) на плоскости параметров возбуждения нейрона a и силы отрицательной обратной связи γ при $\tau = 0.001$ (а, в) и $\tau = 0.002$ (б, г) для $\sigma = 0.001$ и $\varepsilon = 0.001$. Белой линией на фрагментах (а, б) обозначена граница между областями отсутствия и наличия колебаний.

Карты средней частоты возникновения импульсов в нейроне ФитцХью–Нагумо при $\sigma = 0.001$, приведенные на рисунке 1.1(а, б), показывают, что, в зависимости от величины задержки в обратной связи, характер γ границы возникновения импульсов под действием внешнего источника шума, может

существенно изменяться. В случае $\tau = 0.001$ (Рис.1.1(а)) для возбуждения импульсов в нейроне необходимо, чтобы величина параметра возбуждения a не превышала некоторого значения $a \sim 1.05$ при $\sigma = 0.001$ и $\varepsilon = 0.001$. С другой стороны, при $\tau = 0.002$ возбуждение импульсов возможно для любых значений параметра возбуждения a в рассмотренном диапазоне $a \in [1: 1.2]$ при $\sigma = 0.001$ и $\varepsilon = 0.001$. Описанный характер зависимости сохраняется при увеличении параметра интенсивности шума, как показано на рисунке 1.1(в, г), на котором приведены только границы возникновения импульсов для различных значений параметра ширины распределения значений источника шума σ (выше и правее обозначенной линии нейрон остается в состоянии равновесия, а ниже и левее нее демонстрирует спайковую активность) (Рис.1.1). Границы на рисунке 1.1(в, г) были получены с помощью программы, выполненной на языке программирования Си, проходом по параметру возбуждения a при фиксированных значениях силы обратной связи и обнаружением значения параметра возбуждения a , при котором происходит переключение между режимами генерации импульсов и отсутствия колебаний.

2.1 Модель кольца нейронов ФитцХью–Нагумо

Модель ФитцХью–Нагумо (FitzHugh-Nagumo, FHN) является упрощенной версией модели Ходжкина-Хаксли для описания электрической активности нейрона. Она представляет собой систему двух дифференциальных уравнений, описывающих динамику потенциала мембраны и восстанавливающего компонента. В данной задаче рассматривается кольцо из N взаимосвязанных нейронов ФитцХью–Нагумо с взаимной связью и задержкой. Для каждого нейрона i ($i=1,2,\dots,N$) система уравнений имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \varepsilon \dot{x}_i = x_i(t) - \left(1 - \frac{x_i^2}{3}\right) - y_i(t) + \gamma(x_{i-1}(t - \tau) + x_{i+1}(t - \tau) - 2x_i(t)) \\ \dot{y}_i = x_i(t) + a + \eta_i(\sigma, t) \end{cases}$$

где $x_i(t)$ потенциал мембраны i -го нейрона в момент времени t описывающая быструю динамику системы, $y_i(t)$ восстанавливающий компонент i -го нейрона в момент времени t описывающая медленную динамику системы, ε малый параметр, характеризующий разницу во временных масштабах между быстрой переменной $x_i(t)$ и медленной переменной $y_i(t)$, γ коэффициент связи между соседними нейронами, определяет силу взаимодействия между нейронами. τ задержка в передаче сигнала между нейронами. a параметр, регулирующий порог возбуждения нейрона. $\eta_i(\sigma, t)$ гаусовский шум, зависящий от времени t и стандартного отклонения σ . Номера нейронов определяются индексом $i=1,2,\dots,N$, где N - количество нейронов в кольце. Каждый нейрон связан только с двумя своими соседями: предыдущим x_{i-1} и следующим x_{i+1} . Эта связь описывается через разность $x_{i-1}(t - \tau) + x_{i+1}(t - \tau) - 2x_i(t)$, что соответствует дискретному аналогу второй производной по пространству.

Взаимодействие между нейронами происходит с некоторой временной задержкой τ . Это реалистично, так как передача сигнала между нейронами требует времени. Гаусовский шум позволяет учесть влияние внешних факторов системы. Все нейроны образуют замкнутое кольцо, что создает циклическую структуру взаимодействия. Это приводит к интересным явлениям, таким как волновые процессы или синхронизация. Изменение параметров ε , γ , τ , a и σ может привести к различным режимам поведения системы, включая спонтанную генерацию импульсов, синхронизацию, хаотические колебания и другие сложные динамические явления. Задержка τ в модели нейронов ФитцХью–Нагумо играет ключевую роль в формировании динамики системы. Она может вызывать неустойчивость равновесных состояний и способствовать появлению осцилляций или хаоса.

2.2 Влияние количества нейронов в кольце на коллективную динамику нейронов ФитцХью–Нагумо.

На рисунке 2.1 представлена карта режимов, отражающая разнообразные динамические состояния нейронного ансамбля в зависимости от параметров системы. Каждая область карты соответствует уникальному типу коллективного поведения нейронов, что позволяет визуализировать переходы между режимами и их взаимосвязь.

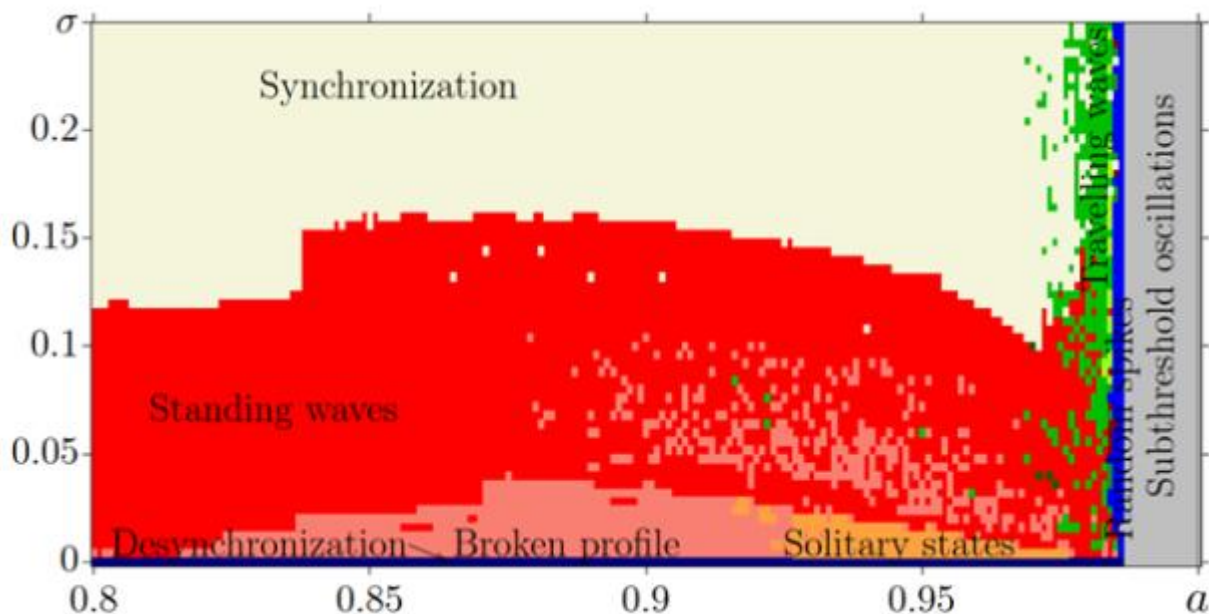


Рисунок 2.1 — Карта режимов средней частоты генерации спайков на плоскости параметров возбудимости a и ширины распределения значений источника шума σ для модели нейрона ФитцХью–Нагумо при a от 0.8 до 1, σ от 0 до 0.25, $\varepsilon = 0.1$. Полная синхронизация отмечена бежевым, стоячая волна отмечена красным, стоячая волна с разрывом мгновенного профиля отмечена розовым, бегущая волна отмечена зеленым, бегущая волна и отсутствие колебаний в части ансамбля отмечена желтым, случайные спайки отмечены голубым.

Режим полной синхронизации (бежевая область): Этот режим возникает при сильной связности нейронов и однородности параметров системы. Все осцилляторы демонстрируют идентичное поведение: спайки (импульсы) генерируются строго синхронно, с регулярными временными интервалами. Такая синхронизация характерна для систем, где доминирует глобальная обратная связь, подавляющая пространственную неоднородность. Данный режим часто наблюдается в условиях высокой синхронизирующей силы связи или малой вариабельности собственных частот нейронов.

Режим стоячей волны (красная область): В этом режиме в кольце нейронов формируется стоячая волна с волновым числом 1, что означает наличие одного максимума и минимума амплитуды вдоль кольца. Мгновенные амплитуды соседних нейронов слабо отличаются, создавая устойчивую пространственную модуляцию. Такой режим возникает при балансе между диффузионной связью и локальной нелинейностью, когда волна не распространяется, а «застывает» в структуре с фиксированными узлами и пучностями.

Режим стоячей волны с разрывом профиля (розовая область): Данный режим аналогичен предыдущему, однако в некоторых узлах кольца наблюдаются резкие скачки амплитуды, приводящие к разрывам мгновенного профиля. Это может быть вызвано локальными неоднородностями, такими как изменение силы связи или индивидуальных параметров нейронов. Разрывы указывают на переходное состояние между стоячей волной и более сложными динамическими паттернами.

Режим бегущей волны (зеленая область): здесь волна непрерывно распространяется вдоль кольца с постоянной скоростью. Набег фазы за один полный оборот кратен собственной частоте нейронов, что обеспечивает когерентность движения. Такой режим характерен для систем с анизотропной связью или градиентом параметров, создающим направленное распространение возбуждения. Бегущие волны часто наблюдаются в нейронных сетях, моделирующих процессы памяти или обработки информации.

Режим бегущей волны с подавлением колебаний (желтая область): В этом случае бегущая волна сочетается с отсутствием колебаний в части ансамбля. Нейроны в неактивной зоне находятся в состоянии покоя, тогда как остальные формируют движущийся паттерн. Такое поведение может возникать из-за пространственной неоднородности параметров (например, локального увеличения порога возбуждения) или конкуренции между синхронизирующими и десинхронизирующими факторами. Волна при этом плавно смещается, «обтекая» статичную область.

Режим случайных спайков (голубая область): Этот режим характеризуется стохастическим появлением спайков в случайных группах нейронов. Он возникает в условиях слабой связности, высокой шумовой составляющей или сильной неоднородности параметров. Отсутствие когерентности указывает на доминирование локальных процессов над коллективными, что типично для систем на грани хаотического поведения.

Заключение.

В данной работе проведено комплексное исследование влияния отрицательной обратной связи на динамику нейронов ФитцХью–Нагумо как в одиночных элементах, так и в кольцевых сетях. Установлено, что отрицательная обратная связь с задержкой существенно модифицирует пороги возбудимости и спайковую активность. Для одиночного нейрона было показано, что, увеличение времени задержки (τ) приводит к немонотонным изменениям средней частоты генерации импульсов, включая фазы стабилизации и хаотических переходов. Показано, что при определенных комбинациях параметров (a , γ , τ) система демонстрирует бифуркации, переходя от устойчивых колебаний к хаотическим режимам. Например, при $\gamma = -0.1$ и $a > 1.05$ увеличение τ вызывает снижение частоты спайков, но сохраняет синхронизацию. Для цепочек нейронов были построены карты режимов, выделяющие области полной синхронизации, стоячих и бегущих волн, а также случайных спайков. Обнаружено, что отрицательная связь ($\gamma < 0$) сужает зоны синхронизации, но при умеренных значениях ($\gamma = -0.1$) способствует формированию устойчивых волновых паттернов. Выявлено, что бегущие волны сохраняют устойчивость даже при слабой отрицательной связи, если параметр возбудимости (a) и сила связи (σ) находятся в диапазоне $a > 0.9$, $\sigma > 0.5$. Таким образом, работа демонстрирует, что отрицательные связи не только стабилизируют системы, но и выступают инструментом для генерации сложных динамических паттернов, открывая новые возможности как в теоретической нейродинамике, так и в прикладных разработках.