

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

**Моделирование синаптической пластичности нейрона ФитцХью-
Нагумо с помощью мемристивных элементов связи**

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студента 2 курса 2232 группы
направления 03.04.03 Радиофизика
Института физики
Федюкова Данилы Эльдаровича

Научный руководитель

профессор, д.ф.-м.н., профессор _____ Т.Е. Вадивасова

Зав. кафедрой радиофизики

и нелинейной динамики,

д.ф.-м.н., доцент _____ Г.И. Стрелкова

Саратов 2025 г.

Введение

Важным и неотъемлемым свойством синапсов как в центральной, так и в периферической нервной системе является пластичность. Синаптическая пластичность (СП/SP) представляет собой способность синапсов к изменениям силы и эффективности синаптической связи в процессе нейронной активности. Выделяют кратковременные формы СП, которые длятся секунды и минуты, а также долговременные формы, которые продолжаются часы, месяцы и годы. Кратковременная СП проявляется в виде изменения величины секреции медиатора, и может проявляться либо в увеличении, либо в депрессии (уменьшении). Долговременные виды пластичности формируются на основе кратковременных воздействий, и лежат, в частности, в основе когнитивных функций нервной системы.

Классической моделью синаптической пластичности служит синаптическая пластичность, зависящая от времени возникновения спайков. Пластичность, зависящая от времени спайка (STDP), - это процесс, который регулирует силу связей между нейронами. Он основан на порядке следования пресинаптических и постсинаптических потенциалов действия (спайков). Если входной спайк нейрона имеет тенденцию в среднем возникать непосредственно перед выходным спайком этого нейрона, то этот конкретный входной сигнал становится несколько сильнее. Если входной спайк имеет тенденцию в среднем возникать сразу после выходного спайка, то этот конкретный входной сигнал становится несколько слабее. Таким образом, входные данные, которые могут быть причиной возбуждения постсинаптического нейрона, становятся еще более вероятными для вклада в будущем, тогда как входные данные, которые не являются причиной постсинаптического всплеска, с меньшей вероятностью будут способствовать этому в будущем. Процесс продолжается до тех пор, пока не останется подмножество исходного набора связей, в то время как влияние всех остальных снизится до нуля.

Одним из возможных путей моделирования синаптической пластичности является использование мемристоров в качестве элементов

синаптических связей. Мемристор представляет собой двухполюсник, проводимость которого инерционным образом изменяется в зависимости от входного сигнала.

В этих работах рассматривался двухполюсник, сопротивление которого зависит от протекшего через него заряда, т.е. определяется всеми предшествующими значениями тока или, соответственно, проводимость которого зависит от магнитного потока и определяется всеми предыдущими значениями входного напряжения. Такие двухполюсники обладают «памятью» о всех предыдущих значениях входной переменной. В обобщенном понимании мемристор — это двухполюсник, выходная переменная которого определяется нелинейным образом некоторым параметром (переменной, задающей состояние мемристора), который инерционно (и, в общем случае, нелинейно) зависит от входного сигнала.

В настоящее время имеется много работ, посвященных моделированию синапсов, обладающих свойствами STDP, на основе мемристоров и использованию мемристивных синаптических связей для создания и обучения спайковых нейронных сетей (СНС). Однако в большинстве работ, посвященных СНС, в качестве элементов используются неосцилляторные модели нейронов, такие как модель интегрирующего нейрона с утечкой (leaky integrate-and-fire, сокращенно LIF) и, реже, нейрон Ижекевича. В то же время, применение осцилляторных моделей нейронов, таких как нейрон Ходжкина-Хаксли или ФитцХью-Нагумо (ФХН), слабо изучено.

В соответствии с вышеизложенным была сформулирована **цель выпускной квалификационной работы:**

Рассмотреть модель нейрона ФитцХью-Нагумо с электрическим синапсом на основе мемристора. Исследовать характеристики спайковой активности нейронов с данной моделью синаптической связи и выявить свойство синаптической пластичности.

В соответствии с целью работы были выполнены следующие **задачи** по исследованию моделей мемристивной связи нейронов ФХН:

1. Рассмотреть однонаправленную электрическую связь через мемристор;
2. Рассмотреть однонаправленную электрическую связь через цепочку из конденсатора и мемристора.

Раздел 1 “Спайковая активность нейрона с электрической связью через мемристор” содержит сведения о модели нейрона ФитцХью-Нагумо. Приводятся уравнения модели исследуемой системы. Также данный раздел включает в себя подробное описание исследуемой модели, включая все параметры, на основе которых получены графики зависимости отклика нейрона на входной сигнал и графики зависимостей постсинаптических спайков от пресинаптических спайков.

Раздел 2 “Спайковая активность нейрона с конденсатором и мемристором на входе” включает в себя описание исследуемой модели. Было рассмотрено воздействие переодических импульсов при различных параметрах забывания мемристора, также представлены графики зависимости поведения нейрона от сигнала на входе.

1. Описание модели нейрона с внешним воздействием через мемристор

Рассмотрим один возбудимый нейрон ФитцХью-Нагумо, на который через мемристор поступает внешний сигнал в форме периодических прямоугольных импульсов положительной полярности. Радиотехническая схема нейрона с входной цепочкой приведена на Рис 1.1.

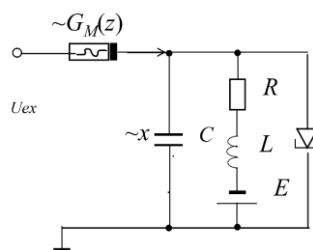


Рисунок 1.1. Радиотехническая модель нейрона с мемристивным синапсом, моделируемым конденсатором $C_{св}$ и мемристором G_M

Уравнений нейрона имеют вид:

$$\begin{aligned} d[\varepsilon \dot{x} &= x - y - \frac{1}{3}x^3 + k_1 G_M(z)(U_{ex}(t) - x)], & \dot{y} &= x + a, \\ \dot{z} &= -\gamma z + k_2 |U_{ex}(t) - x|, \\ \dot{\Psi} &= \omega_{ex}, \\ U_{ex}(t) &= C\chi(|\sin(\Psi(t) - \beta)|) - 2, \end{aligned} \quad (1.1)$$

где $G_M(z) = 1 + \mu z^2$ - проводимость мемристора, k_1 - коэффициент связи, управляющий силой внешнего воздействия, z - переменная, которая задает мгновенное состояние мемристора и описывается уравнением $\dot{z} = -\gamma z + k_2(U_{ex}(t) - x)$, $U_{ex}(t)$ - входное напряжение в форме периодических прямоугольных импульсов, следующих с частотой ω_{ex} и имеющих амплитуду C . $U_{ex}(t)$ задается выражением: $U_{ex}(t) = C\chi(|\sin\Psi(t) - \beta|) - 2$, где $\chi(\dots)$ - функция Хэвисайда, а параметр определяет ширину импульсов.

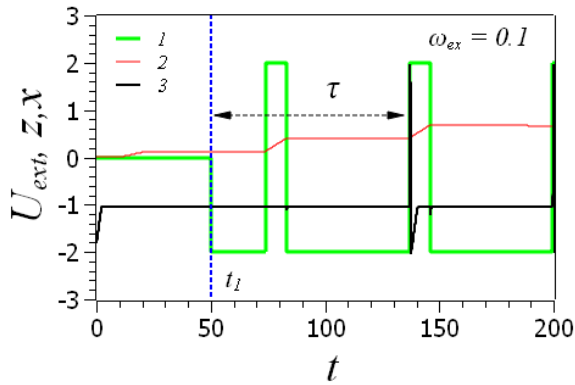
2. Зависимости от времени мембранного потенциала x и мемристивной переменной z при разных параметрах входных импульсов и мемристора

Рассмотрим воздействие периодических импульсов при различных значениях параметра забывания мемристора. Начальное состояние мемристора будем выбирать соответствующим нулевому значению мемристивной переменной: $z_0 = 0$. Импульсы внешнего воздействия, которые вызывают генерацию спайков, должны быть достаточно узкими ($\beta = 0.9$), при этом в промежутке между узкими импульсами положительной полярности входное напряжение U_{ex} должно принимать отрицательные значения. С увеличением длительности импульсов положительной полярности спайки, генерируемые нейроном, затухают не смотря на рост переменной $z(t)$.

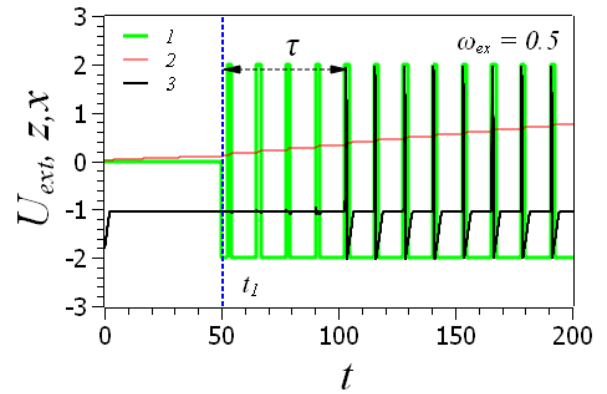
На Рис.1.2 - можно видеть, что первый отклик на воздействие импульсов происходит не сразу после подачи на входной мемристор внешнего сигнала, но спустя какое-то время. При поступлении на вход первых импульсов воздействие оказывается подпороговым и нейрон не возбуждается. Однако проводимость мемристора увеличивается по мере поступления входных импульсов, сила тока

через мемристор растет и воздействие на нейрон превышает порог возбуждения. Так, при $\gamma = 0.001$ спайковая активность наблюдается на интервале воздействия импульсов $t \in [50; 200]$ при всех рассмотренных частотах воздействия ω_{ex} (Рис.1.2а).

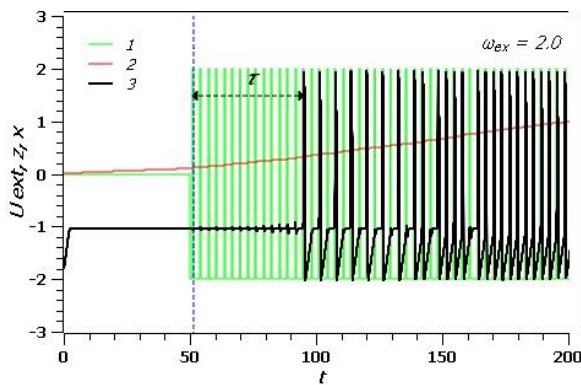
$\gamma = 0.001$



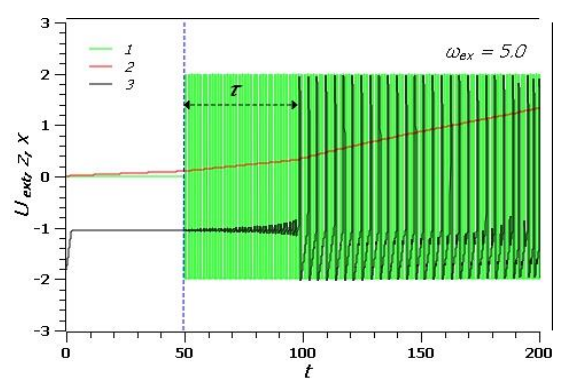
(а)



(б)



(в)



(г)

Рисунок 1.2. Иллюстрация поведения нейрона (1.1) при $\gamma = 0.001$, $k_I = 0.001$ и различных значениях частоты воздействия: $\omega_{ex} = 0.1$ (а); $\omega_{ex} = 0.5$ (б); $\omega_{ex} = 2.0$ (в); $\omega_{ex} = 5.0$ (г). На графиках цифрами обозначены следующие зависимости: 1 – сигнал воздействия; 2 – зависимость $z(t)$; 3 – зависимость $x(t)$. Значения других параметров: значения параметров $\varepsilon = 0.01$; $a = 1.05$; $k_2 = 0.01$; $C = 2$; $z_0 = 0$; $\beta = 0.9$. Момент $t_l = 50$ у.е. соответствует началу подачи входного сигнала

3. Описание модели мемристивно связанных нейронов и методов численного исследования

Рассматриваемая модель представляет собой два нейрона ФитцХью-Нагумо, на каждый из которых воздействуют короткие импульсы с одной частотой ω_{ex} . Начальные фазы воздействий могут быть выбраны различными.

Нейроны связаны однонаправленной электрической связью через мемристор G_M .

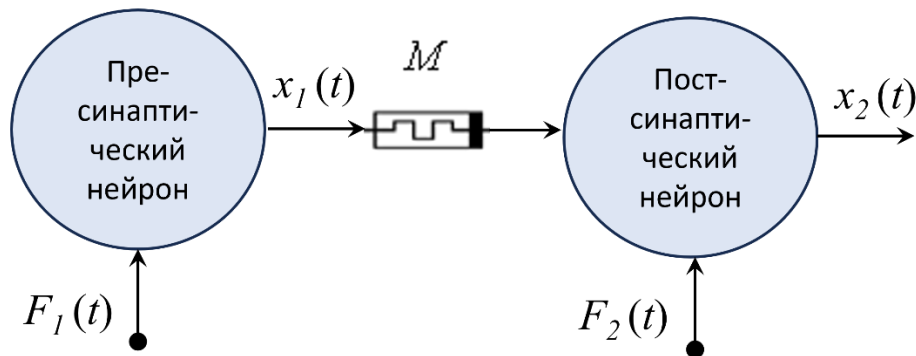


Рисунок 1.3. Схема взаимодействующих нейронов

Рассмотрим однонаправленную связь через мемристор с проводимостью $G_M(z) = 1 + \mu z^2$, где переменная z задает мгновенное состояние мемристора и описывается уравнением $\dot{z} = -\gamma z + k|x_1 - x_2|$.

Уравнения системы имеют вид:

Пресинаптический (входной) нейрон:

$$\varepsilon \dot{x}_1 = x_1 - y_1 - \frac{1}{3} x_1^3 + F_1(t), \quad \dot{y}_1 = x_1 + a,$$

$$\dot{\psi}_1 = \omega_{ex1}.$$

(1.2)

Постсинаптический (выходной) нейрон

$$\varepsilon \dot{x}_2 = x_2 - y_2 - \frac{1}{3} x_2^3 + k_1 G_M(z)(x_1 - x_2) + F_2(t), \quad \dot{y}_2 = x_2 + a,$$

$$\dot{z} = -\gamma z + k_2|x_1 - x_2|,$$

$$\dot{\Psi}_2 = \omega_{ex2},$$

$$F_1(t) = C_1\chi(|\sin\Psi_1 - \beta_1|), \quad F_2(t) = C_2\chi(|\sin\Psi_2 - \beta_2|),$$

(импульсы, воздействующие на нейроны)

$$G_M(z) = 1 + \mu z^2 \text{ - характеристика мемристора.}$$

Функция $\chi(\dots)$ есть функция Хэвисайда. Параметры β_1 и β_2 определяют ширину прямоугольных импульсов.

Рассчитывались следующие характеристики:

- 1) Зависимости от времени мембранных потенциалов x_1 , x_2 и мемристивной переменной z при разном сдвиге фаз внешних сигналов $F_1(t)$ и $F_2(t)$;
- 2) STDP-характеристика в подпороговом и надпороговом режимах. Эта характеристика представляет собой следующую зависимость:

$$\Delta G = f(\Delta t), \quad \Delta t = t_{\text{пост}} - t_{\text{пре}}, \quad \Delta G = G_M(t_{\text{пост}}) - G_M(t_{\text{пре}}) \quad (1.3)$$

где $t_{\text{пре}}$ и $t_{\text{пост}}$ моменты зажигания пресинаптического и постсинаптического нейронов, соответственно;

- 3) Зависимости относительной частоты зажигания постсинаптического нейрона от коэффициента связи k_1 при в случае $C_2 = 0$, различных частотах воздействия $\omega_{ex} = \omega_{ex1}$, и значениях параметра мемристора γ (параметр «забывания»);
- 4) Зависимости порога зажигания $k_{I\text{пор}}$ постсинаптического нейрона от частоты воздействия пресинаптического нейрона $\omega_{ex} = \omega_{ex1}$ при $C_2 = 0$ и различном значении параметра мемристора γ .

При численных исследованиях фиксировались следующие параметры:

- Параметры нейронов: $a = 1.05$; $\varepsilon = 0.01$;

- Параметры мемристора: $\mu = 40.0$; $k_2 = 0.1$;
- Начальное значение мемристивной переменной: $z(0) = 0.0$;
- Параметры, задающие ширину входных импульсов: $\beta_1 = \beta_2 = 0.95$.

4. Зависимости от времени мембранных потенциалов x_1 , x_2 и мемристивной переменной z при разном сдвиге фаз внешних сигналов

Рассмотрим спайковую активность двух нейронов, задаваемых уравнениями (1.2) при воздействии на оба нейрона внешних импульсов с амплитудами $C_1 = C_2 = 1$ и одинаковыми частотами $\omega_{ex1} = \omega_{ex2} = \omega_{ex}$. Результаты, полученные для идеального мемристора и для неидеального мемристора с параметром забывания $\gamma = 0$ приведены на Рис.1.6

Идеальный мемристор: $\gamma = 0$.

В случае идеального мемристора для зажигания постсинаптического нейрона достаточно сколь угодно малого значения параметра связи. Как видно из Рис.1.6, при выбранном значении параметра k переменная z , задающая состояние мемристора, растет во времени по мере поступления спайков на мемристивный элемент на входе постсинаптического нейрона. Соответственно, сила мемристивной связи $k_1 G(z)$ также растет и в определенный момент времени станет достаточной для возбуждения спайков. Однако, если коэффициент связи k_1 мал, то это может произойти спустя длительное время. Для выбранного времени интегрирования (1.2) при $k_1 = 10^{-7}$ воздействие пресинаптического нейрона еще оставалось подпороговым. На Рис.1.4 приведены фрагменты реализаций мембранного потенциала пресинаптического и постсинаптического нейрона, а также мемристивной переменной $z(t)$.

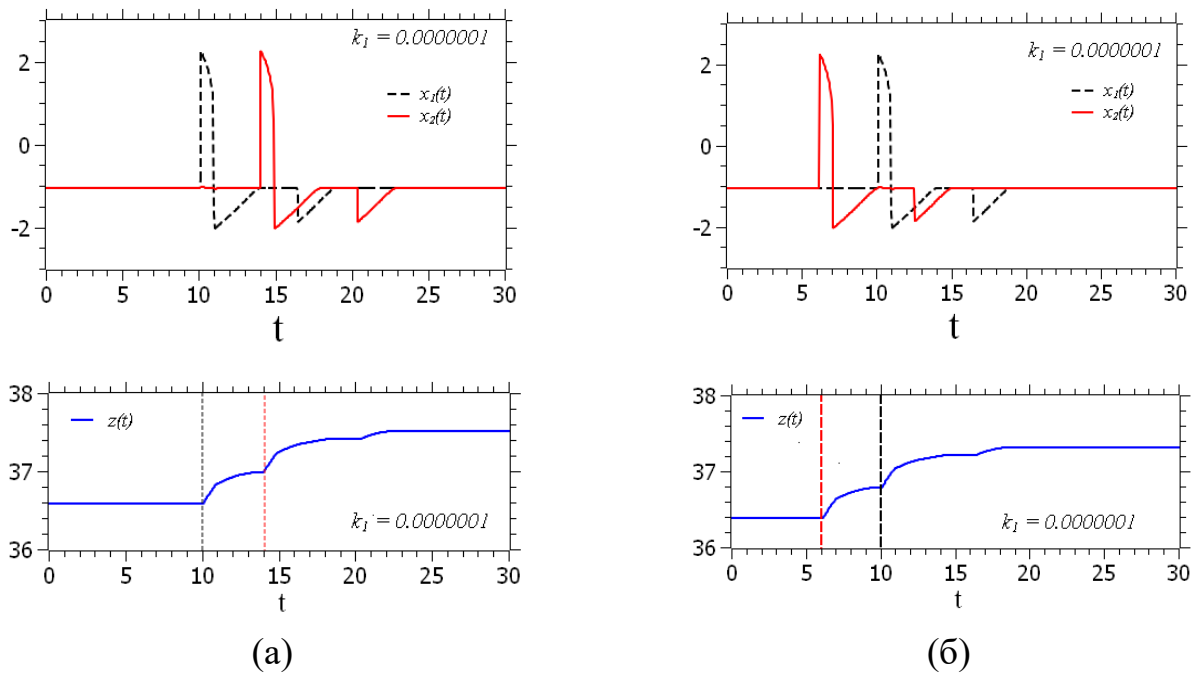
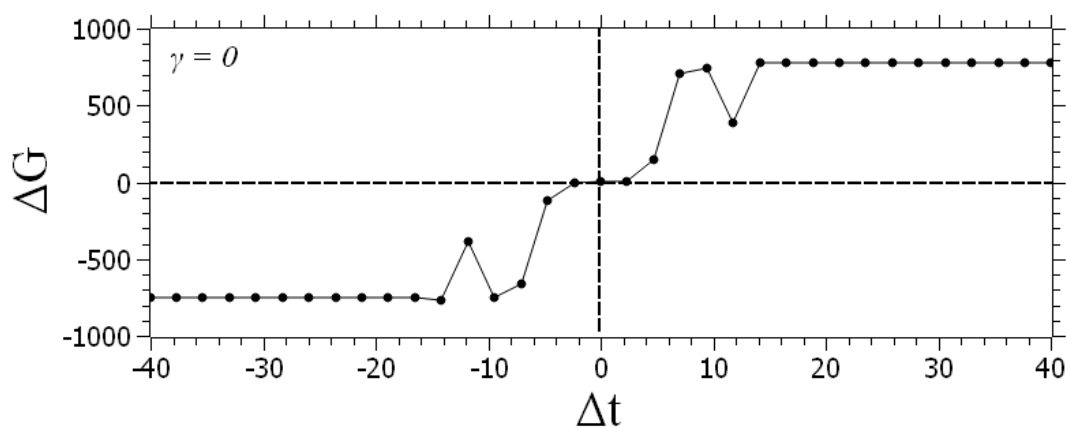


Рисунок 1.4. Зависимости от времени мембранных потенциалов x_1 , x_2 и мемристивной переменной z при разном сдвиге фаз внешних сигналов $F_1(t)$ и $F_2(t)$ в случае идеального мемристора ($\gamma = 0$) при значении коэффициента связи нейронов $k_1 = 0.0000001$ (подпороговое воздействие), частоте импульсного воздействия $\omega_{\text{ex}} = 0.1$ и значениях начальных фаз $\Psi_1(0) = 0$, $\Psi_2(0) = -\pi/8$ (а) и $\Psi_1(0) = 0$, $\Psi_2(0) = \pi/8$ (б). Сигнал пресинаптического нейрона x_1 –красный пунктир, сигнал постсинаптического нейрона x_2 – черная сплошная линия, переменная состояния мемристора z – синяя сплошная линия, показанная на графиках во втором ряду. Пунктирными вертикальными линиями на графиках (второй ряд) отмечены моменты зажигания нейронов.

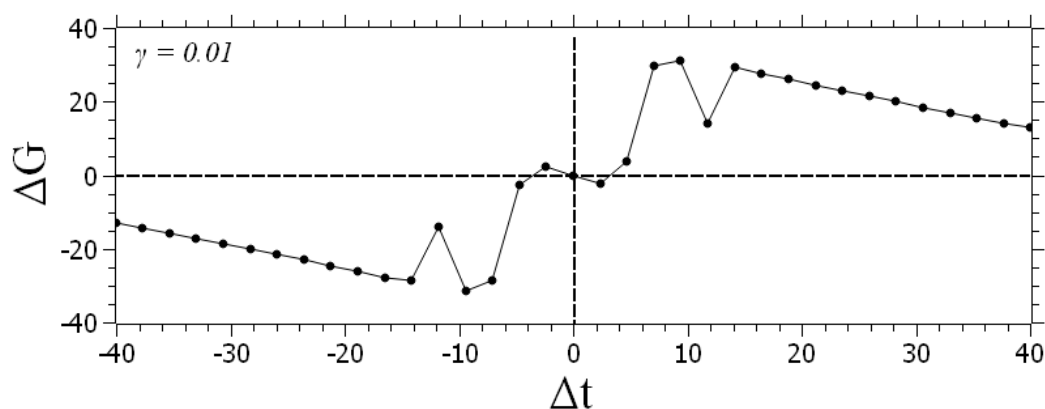
5. STDP – характеристика

В соответствии с определением (1.3) были построены STDP-характеристики постсинаптического нейрона в случае идеального мемристора связи ($\gamma = 0$) и неидеального мемристора с параметром забывания $\gamma = 0.01$ в подпороговом режиме. В случае идеального мемристора подпороговый режим означает, что связь нейронов на времени наблюдения еще не достигает порога возбуждения постсинаптического нейрона. Полученные графики приведены на Рис.1.8. Они

подтверждают выводы, сделанные выше. Приращение проводимости ΔG положительно при $\Delta t > 0$ и отрицательно при $\Delta t < 0$. Для идеального мемристора можно отметить, что с ростом абсолютной величины интервала Δt значение $|\Delta G|$ выходит на некоторый отличный от нуля уровень (Рис.1.8,а). Это связано с постоянным ростом значения $z(t)$, которое не устанавливается постоянным. Для мемристора с конечной памятью процесс $z(t)$ спустя некоторое время устанавливается и значения проводимости меняются в ограниченном интервале. При этом значение $|\Delta G|$ на больших интервалах времени убывает (Рис.1.8,б).



(а)



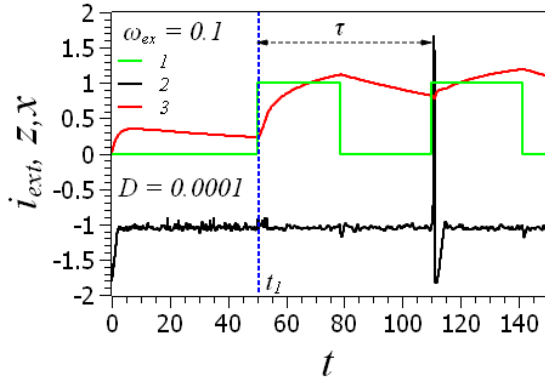
(б)

Рисунок 1.5. Зависимости ΔG от Δt (STDP-характеристики), полученные в случае идеального мемристора при $k_1 = 0.0000001$ (а) и неидеального мемристора с $\gamma = 0.01$ при $k_1 = 0.00005$ (б)

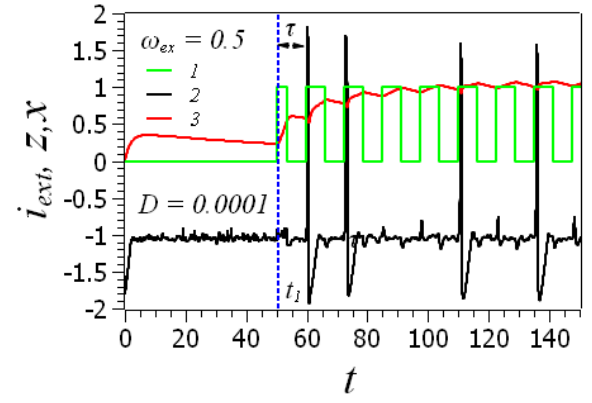
6. Воздействие периодических прямоугольных импульсов в присутствии аддитивного шума

Рассмотрим влияние на нейрон одновременно и периодических импульсов, воздействующих на мембранный потенциал, и шума. Гауссов белый шум добавляется в уравнение для быстрой переменной: $\dot{y} = x + a + \sqrt{2D}n(t)$, где $n(t)$ – нормированный источник шума, D – интенсивность шума.

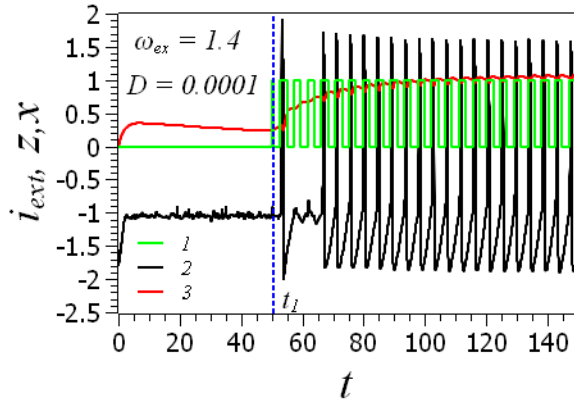
На Рис. 1.6. приведены зависимости $x(t)$, $z(t)$, полученные при воздействии прямоугольных входных импульсов различной частоты и аддитивного шума. На графиках приведен также вид входного сигнала. Начало подачи на вход импульсов отмечено вертикальной пунктирной линией. Мемристор связи полагался неидеальным с параметром забывания $\gamma = 0.01$. Можно видеть, что шум вызывает возбуждение дополнительных спайков или, напротив, препятствует зажиганию нейрона, что нарушает периодичность в последовательности спайков. В целом, характер отклика на периодические импульсы остается прежним.



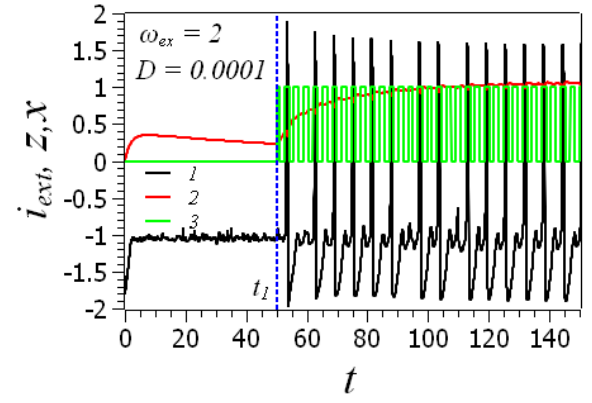
(a)



(b)



(c)



(d)

Рисунок 1.6. Иллюстрация поведения нейрона в случае воздействия периодических импульсов с частотой ω_{ex} и аддитивного белого гауссова шума с интенсивностью $D = 0.01$ при значениях параметров $\varepsilon = 0.01$, $a = 1.05$, $k_1 = 0.01$, $k_2 = 0.1$, $\gamma = 0.01$, $C = 1$, $z_0 = 0$ и различных значениях частоты воздействия: $\omega_{ex} = 0.1$ (a); $\omega_{ex} = 0.5$ (b); $\omega_{ex} = 1.4$ (c); $\omega_{ex} = 2.0$ (d). На графиках цифрами обозначены следующие зависимости: 1 – сигнал воздействия; 2 – зависимость $z(t)$; 3 – зависимость $x(t)$. Момент $t_l = 50$ у.е. соответствует началу подачи входного сигнала

7. Зависимости от времени мембранных потенциалов пресинаптического и постсинаптического нейронов и мемристивной переменной z при разной частоте зажигания пресинаптического нейрона и различных значениях параметра забывания мемристора

$\gamma = 0$

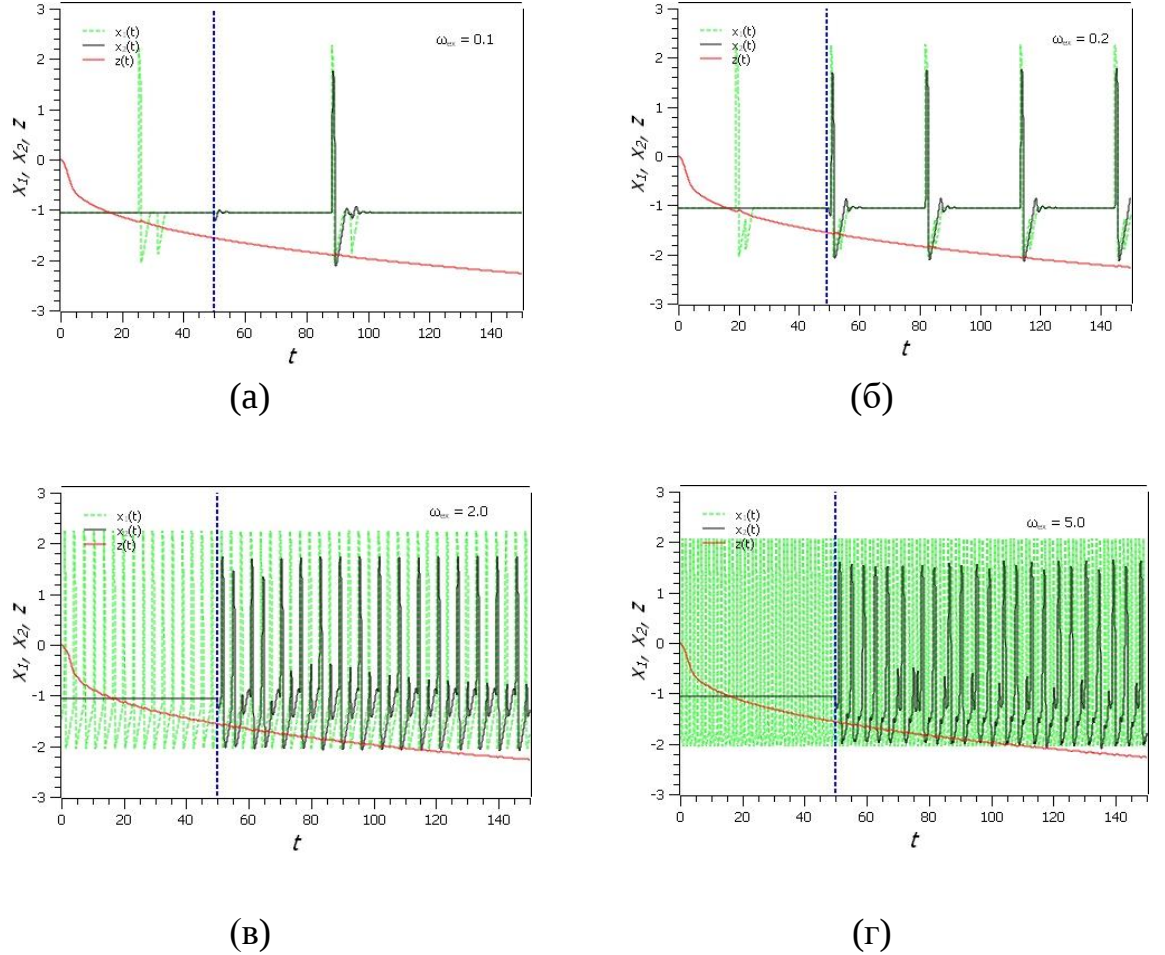


Рисунок 1.7. Иллюстрация поведения двух нейронов (1.2) со связью через идеальный мемристор ($\gamma = 0$) при различных значениях частоты воздействия: $\omega_{ex} = 0.1$ (а); $\omega_{ex} = 0.5$ (б); $\omega_{ex} = 2.0$ (в); $\omega_{ex} = 5.0$ (г). Значения других параметров: $\varepsilon = 0.01$; $a = 1.05$; $k_1 = 0.01$; $k_2 = 0.1$; $k_3 = 0.1$; $k_c = 1$; $C_1 = 1$; $C_2 = 0$; $z_0 = 0$. На графиках цифрами обозначены следующие зависимости: 1 – сигнал $x_1(t)$; 2 – зависимость $z(t)$; 3 – зависимость $x_2(t)$. Момент $t_1 = 50$ соответствует началу подачи сигнала на постсинаптический нейрон

Заключение

В работе были исследованы нейроны ФитцХью-Нагумо (ФХН) с мемристивными моделями электрических синапсов. Рассмотрены две модели синапсов: 1) входной сигнал подается через мемристивную проводимость; 2) входной сигнал поступает на цепочку из конденсатора и мемристора. Была рассмотрена спайковая активность нейрона под действием входных прямоугольных импульсов, а также спайковая активность нейрона под действием импульсов, генерируемых пресинаптическим нейроном ФХН. В результате проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

В случае, когда входной сигнал подается через мемристивную проводимость (модель 1), при определенном выборе характеристик мемристора можно добиться накопительного эффекта, когда нейрон начинает зажигаться после определенного числа входных импульсов. Этот эффект может быть получен как при воздействии прямоугольными импульсами определенной длительности, так и при воздействии спайков, посылаемых пресинаптическим нейроном.

В случае, когда сигнал подается на цепочку из конденсатора и мемристора (модель 2) при выбранных характеристиках мемристора накопительный эффект наблюдался только в случае входных прямоугольных импульсов положительной полярности. При воздействии импульсов, генерируемых пресинаптическим нейроном такого эффекта получить не удалось.

Таким образом, для осцилляторных нейронов с электрической связью при использовании мемристоров можно получить накопление воздействия и эффект STDP. Но для этого необходимо подобрать характеристики и параметры мемристоров, которые будут зависеть от формы входных импульсов.