

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ  
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Балашовский институт (филиал)

Кафедра математики, информатики, физики

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ  
НА ОПТИМИЗАЦИЮ ПРИ ПОДГОТОВКЕ К ЕГЭ

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 5 курса 152 группы  
направления подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование»  
(с двумя профилями подготовки),  
профили «Математика и физика»,  
факультета математики и естественных наук  
Ледагиной Марии Анатольевны

Научный руководитель,  
зав. кафедрой математики, информатики, физики,  
кандидат педагогических наук,  
доцент \_\_\_\_\_  04.06.2025 Е.В. Сухорукова

Соруководитель:  
доцент кафедры математики, информатики, физики  
\_\_\_\_\_  04.06.2025 О.В. Килымнык

Зав. кафедрой математики, информатики, физики,  
кандидат педагогических наук,  
доцент \_\_\_\_\_  04.06.2025 Е.В. Сухорукова

Балашов 2025

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность.** В современном образовательном процессе, ориентированном на развитие математической компетенции и успешную сдачу Единого Государственного Экзамена (ЕГЭ), особую значимость приобретает обучение решению задач на оптимизацию. Данный тип задач, проверяющий умение находить наибольшее или наименьшее значение некоторой величины при заданных условиях, представляет собой не только важный раздел математики, но и эффективный инструмент для развития логического мышления, навыков моделирования реальных ситуаций и применения математических методов для решения практических проблем.

Однако, статистика сдачи ЕГЭ по математике (профильный уровень) свидетельствует о том, что задачи на оптимизацию вызывают у многих учащихся значительные трудности. Это обусловлено сложностью понимания условия задачи, необходимостью построения математической модели, умением применять методы дифференциального исчисления и проверять полученные результаты на соответствие ограничениям.

Над темой также работали такие известные ученые как П.Я. Гальперин, Н.Ф. Талызина, М.Ю. Демидова, Г.Г. Никифоров, П.В. Чулков, И.В. Яценко.

**Цель работы:** разработать методику обучения решению задач на оптимизацию, направленной на подготовку учащихся к ЕГЭ по математике (профильный уровень).

### **Задачи работы:**

1. Проанализировать методическую литературу по теме исследования.
2. Изучить структуру и содержание заданий ЕГЭ по математике, содержащих задачи на оптимизацию.

3. Проанализировать методы решения задач на оптимизацию и методы их решения.

4. Разработать блок задач на оптимизацию различного уровня сложности, соответствующих требованиям ЕГЭ.

5. Определить оптимальные методы и приемы обучения решению задач на оптимизацию.

6. Разработать методические рекомендации для учителей математики по обучению решению задач на оптимизацию при подготовке к ЕГЭ.

**Объект исследования:** Процесс обучения алгебры и начала математического анализа в старших классах средней школы.

**Предмет исследования:** Методика обучения решению задач на оптимизацию, направленная на подготовку к ЕГЭ по математике.

**Методы исследования:** метод анализа, метод индукции, метод наблюдения, анализ источников.

**Практическая значимость:** результаты исследования можно использовать при проектировании уроков и дистанционных уроков для обучения школьников.

Исследование прошло частичную апробацию:

1. В ходе прохождения педагогической практики в МОУ СОШ №7 г. Балашов.

2. В ходе проведения конференции «Актуальные проблемы науки и образования» 7 – 11 апреля 2024 года, «Методика обучения решению текстовых задач на оптимизацию при подготовке к ЕГЭ».

Бакалаврская работа состоит из введения, двух глав, списка использованных источников, приложения.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Первая глава «Теоретические основы обучения решению задач на оптимизацию» начинается с анализа школьной программы и учебников по данной теме.

Анализ ФГОС показал, что в предметных результатах освоения программы по математике (профильный уровень) указывается требование к умению «использовать производную для исследования функций на монотонность и экстремумы; применять результаты исследования к решению задач». Хотя термин «задачи на оптимизацию» не встречается явно, данное требование предполагает формирование навыков решения задач, связанных с нахождением наибольших и наименьших значений функций, что является сутью задач на оптимизацию.

Также во ФГОС прослеживается связь задач на оптимизацию с физикой и экономикой через требование к умению «строить математические модели реальных процессов и явлений; применять математические методы для решения практических задач».

Учебники и учебные пособия не всегда обеспечивают учащихся необходимыми знаниями и умениями для успешного решения задач на оптимизацию. Не хватает задач, связанных с реальными жизненными ситуациями, задач, требующих нестандартного подхода, а также методических рекомендаций для учителей.

Критерии, которыми следует руководствоваться при выборе наиболее эффективных методов и приемов обучения решению задач на оптимизацию в конкретных условиях:

### 1. Соответствие целям и задачам обучения:

Методы и приемы должны быть направлены на достижение планируемых результатов обучения (личностных, метапредметных и предметных).

Необходимо учитывать цели обучения: формирование знаний, умений, навыков, развитие мышления, формирование компетенций.

## 2. Учет особенностей учащихся:

Уровень подготовки учащихся.

Возрастные особенности учащихся.

Интересы и потребности учащихся.

Тип мышления учащихся.

## 3. Наличие ресурсов:

Времени, отводимого на изучение темы.

Материально-технического обеспечения (компьютеры, проекторы, интерактивные доски, программное обеспечение).

Уровня квалификации учителей.

## 4. Эффективность:

Методы и приемы должны обеспечивать высокий уровень усвоения знаний и умений.

Необходимо учитывать затраты времени и сил на подготовку и проведение занятий.

Важно оценивать влияние используемых методов и приемов на мотивацию учащихся и их интерес к предмету.

## 5. Возможность реализации дифференцированного подхода:

Методы и приемы должны позволять учитывать индивидуальные особенности учащихся и предлагать задания, соответствующие их возможностям и потребностям.

Анализ различных методических подходов к обучению решению задач на оптимизацию показал, что не существует универсального подхода, подходящего для всех условий обучения. Выбор наиболее эффективных методов и приемов зависит от многих факторов, включая цели и задачи обучения, особенности учащихся, наличие ресурсов и квалификацию учителя. Наиболее перспективным представляется сочетание различных подходов, позволяющее учитывать индивидуальные потребности учащихся и создавать стимулирующую образовательную среду.

Термин «задачи на оптимизацию» не встречается явно, данное требование предполагает формирование навыков решения задач, связанных с нахождением наибольших и наименьших значений функций, что является сутью задач на оптимизацию. Анализ различных методических подходов к обучению решению задач на оптимизацию показал, что не существует универсального подхода, подходящего для всех условий обучения. Выбор наиболее эффективных методов и приемов зависит от многих факторов, включая цели и задачи обучения, особенности учащихся, наличие ресурсов и квалификацию учителя. Наиболее перспективным представляется сочетание различных подходов, позволяющее учитывать индивидуальные потребности учащихся и создавать стимулирующую образовательную среду.

Вторая глава «Методика обучения решению задач на оптимизацию при подготовке к ЕГЭ» начинается с анализа трудностей, возникающих у учащихся при решении задач на оптимизацию.

Задачи на оптимизацию – это тип задач, требующих нахождения наилучшего (максимального или минимального) значения некоторой величины при заданных ограничениях. Такие задачи встречаются в различных областях математики, физики, экономики и других дисциплинах. Однако, учащиеся часто испытывают трудности при их решении. Данный анализ направлен на выявление этих трудностей, типичных ошибок и причин их возникновения.

Типичные ошибки можно условно разделить на несколько категорий:

1. Ошибки в понимании условия задачи:

1) Неправильная интерпретация: Неверное понимание, какую величину нужно оптимизировать (максимизировать или минимизировать) и какие ограничения на нее наложены.

2) Игнорирование ограничений: Пренебрежение ограничениями, указанными в условии задачи, что приводит к получению решения, не удовлетворяющего этим ограничениям.

3) Неверное выделение целевой функции: Неспособность корректно определить функцию, значение которой необходимо оптимизировать.

2. Ошибки в построении математической модели:

1) Неправильный выбор переменных: Неудачный выбор переменных, описывающих зависимость между величинами, что затрудняет построение математической модели.

2) Неточные уравнения и неравенства: Ошибки при записи уравнений и неравенств, описывающих взаимосвязь между переменными и ограничениями.

3) Неполная модель: Учет не всех существенных факторов, влияющих на оптимизируемую величину.

3. Ошибки в применении методов оптимизации:

1) Неправильное нахождение производной: Ошибки при дифференцировании функции, необходимые для нахождения экстремумов.

2) Некорректное исследование экстремумов: Неверное определение знака второй производной или использование других критериев для определения типа экстремума (максимум, минимум,).

3) Неправильный выбор метода: Использование неподходящего метода оптимизации для конкретной задачи (например, использование метода нахождения экстремума функции одной переменной для задачи с несколькими переменными).

4) Не проверка решения на соответствие ограничениям: Получение решения, которое не удовлетворяет ограничениям, указанным в условии задачи.

4. Арифметические и вычислительные ошибки:

1) Ошибки при выполнении арифметических операций (сложение, вычитание, умножение, деление).

2) Ошибки при решении уравнений и неравенств.

3) Ошибки при работе с калькулятором или компьютером.

5. Недостаточное оформление решения:

- 1) Отсутствие пояснений к решению.
- 2) Недостаточное обоснование полученных результатов.
- 3) Нечеткое представление хода решения задачи.

Примеры типичных ошибок:

1. В задаче о нахождении максимальной площади прямоугольника, вписанного в круг, ученик не учитывает, что стороны прямоугольника ограничены радиусом круга, и получает решение, превышающее площадь круга.

2. При решении задачи на минимизацию затрат на производство продукции ученик правильно определяет целевую функцию, но допускает ошибку при дифференцировании, что приводит к неверному определению оптимального объема производства.

3. При решении задачи на нахождение оптимального пути ученик не учитывает все возможные маршруты и ограничения, что приводит к нахождению неоптимального решения.

Наибольшие затруднения вызывают задачи, требующие построения математической модели на основе геометрических соображений и задачи, связанные с использованием производной. Необходимо повторить правила дифференцирования, алгоритмы решения уравнений и неравенств, а также методы решения систем линейных уравнений и неравенств. Следует уделить больше внимания задачам, требующим нестандартного подхода и умения анализировать условия задачи. Необходимо требовать от учащихся более тщательного обоснования решений и подробного описания хода рассуждений. Рекомендуется провести индивидуальную работу с учащимися, получившими неудовлетворительные оценки, а также с учащимися, испытывающими затруднения при решении задач определенного типа.

После изучения наиболее часто встречающихся ошибок при решении задач на оптимизацию была разработана методика обучения для решения таких задач.

Начинается блок задач на оптимизацию с заданий на повторение, которые включают в себя 5 заданий на: нахождение производной функции, решение уравнений и неравенств, исследование функций на монотонность и экстремумы.

Далее были включены задачи на оптимизацию с фиксированной геометрической конфигурацией, включающие в себя 3 задачи на: нахождение наибольшей площади прямоугольника, вписанного в круг; нахождение наименьшего периметра прямоугольника заданной площади; нахождение наибольшего объема цилиндра, вписанного в сферу.

После были рассмотрены 2 задачи на оптимизацию с переменной геометрической конфигурацией, состоящие из нахождения оптимальных углов наклона и размеров предметов.

Далее рассматривались экономические задачи на оптимизацию включающие в себя 2 задачи на: нахождение оптимального объема производства продукции для максимизации прибыли; нахождение оптимального соотношения между ценой и спросом; нахождение оптимальных углов и траектории движения.

И в заключении были рассмотрены 2 задачи повышенной сложности, требующие нестандартного мышления, в которых содержатся задачи требующие: применения нескольких методов оптимизации; построения сложной математической модели; анализа нескольких возможных решений.

Были составлены приложение А и приложение Б, включающие в себя задачи на подготовку к контрольной работе и подготовку к ЕГЭ.

Результаты исследования были применены в ходе прохождения педагогической практики в МОУ СОШ №7 г. Балашов.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Бакалаврская работа была посвящена разработке методики обучения решению задач на оптимизацию при подготовке к ЕГЭ по математике профильного уровня. В ходе исследования была достигнута поставленная цель

Проанализирована методическая литература по теме исследования. Анализ существующих подходов к обучению решению задач на оптимизацию позволил выявить их сильные и слабые стороны, а также определить пробелы в существующих методиках.

Изучена структура и содержание заданий ЕГЭ по математике, содержащих задачи на оптимизацию. Анализ заданий ЕГЭ прошлых лет позволил определить наиболее часто встречающиеся типы задач, их уровень сложности и необходимые для их решения знания и навыки.

Проанализированы различные методы решения задач на оптимизацию и их применение. Были рассмотрены классические методы с использованием производной, графические методы, а также методы, основанные на геометрических соображениях и свойствах функций.

Разработана система задач на оптимизацию различного уровня сложности, соответствующих требованиям ЕГЭ. Система задач включает задачи на повторение базовых знаний, задачи на применение различных методов оптимизации, а также задачи повышенной сложности, требующие нестандартного мышления. Задачи классифицированы по типу математической модели (явно заданная функция, неявно заданная функция, задачи с параметром) и по области применения (геометрические, физические, экономические).

Определены оптимальные методы и приемы обучения решению задач на оптимизацию. Было установлено, что наиболее эффективным является сочетание различных подходов, позволяющее учитывать индивидуальные потребности учащихся и создавать стимулирующую образовательную среду. Важным является использование наглядных пособий и графических иллюстраций, а также поощрение творческого подхода и нестандартного мышления.

Практическое применение разработанной методики было осуществлено в ходе педагогической практики в 10 классе. Была составлена и проведена

контрольная работа по теме «Задачи на оптимизацию», результаты которой показали, что учащиеся усвоили основные методы решения задач на оптимизацию на удовлетворительном уровне. Однако были выявлены и проблемные области, такие как построение математической модели на основе геометрических соображений и задачи, связанные с использованием производной.

Успешная подготовка к ЕГЭ по математике требует не только знания теоретического материала и владения методами решения задач, но и развития у учащихся логического мышления, математической культуры и умения применять полученные знания к решению практических задач. Разработанная методика направлена на формирование этих качеств и может быть использована для повышения успешности подготовки учащихся к ЕГЭ по математике.

04.06.2025г.

*Муромов Леонид М.А.*