МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра нелинейной физики

Когерентный резонанс в системе связанных осцилляторов Лоренца при воздействии шума с ограниченной полосой частот

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студента(ки) 4 курса 4011 группы
направления (специальности) 03.03.01 «Прикладные математика и физика»
код и наименование направления (специальности)

Институт физики
наименование факультета, института, колледжа

Ильин Владислав Игоревич
фамилия, имя, отчество

Научный руководитель

Старший преподаватель		Д. В. Романенко
должность, уч. степень, уч. звание	дата, подпись	инициалы, фамилия

Заведующий кафедрой

к.ф.-м.н., доцент		Е. Н. Бегинин
должность, уч. степень, уч. звание	дата, подпись	инициалы, фамилия

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Термин **когерентный резонанс** (КР) относится к явлению, при котором добавление определённого количества шума в возбудимую систему делает её колебательные реакции наиболее когерентными. Когерентный резонанс связан с тем фактом, что шум действительно может быть использован для улучшения временной закономерность всплесков временных рядов [2-5]. В частности, как при малых, так и при больших уровнях шума временные ряды кажутся случайными в том смысле, что их спектр Фурье является широкополосным и, по-видимому, не имеет ярко выраженных пиков. При некоторых промежуточных уровнях шума временной ряд всплесков выглядит более регулярным, что характеризуется появлением конечного набора пиков на определенных частотах. Когерентный резонанс отличается от широко изученного явления стохастического резонанса [6], поскольку первый касается временного аспекта сигнала, в то время как второй имеет дело с величинами, связанными с амплитудой, такими как отношение сигнал/шум. В частности, мы утверждаем, что, когда идентичные или слегка неидентичные хаотические генераторы соединены вместе, временная регулярность некоторого измеряемого сигнала, характеризующего степень синхронизации между генераторами, может быть модулирована внешним шумом. Такие сигналы, например, могут быть просто разницей между соответствующими динамическими переменными генераторов или функцией от них.

Мы приводим численные примеры и количественный анализ разъясняющий динамический механизм когерентного резонанса. Из-за повсеместного распространения связанных нелинейных осцилляторов в природе и в инженерных системах правильная идентификация когерентного резонанса будет как теоретически интересной, так и практически полезной для таких приложений, как обработка сигналов.

Актуальность данной работы заключается в исследование поведение известных систем под воздействием шума, приближенного к реально используемым в экспериментальных условиях.

Цель этой работы – указать на то, что когерентный резонанс действительно можно ожидать в другом важном классе динамических систем: связанные нелинейные осцилляторы, которые имеют отношение к различным физическим и биологическим ситуациям.

1. Изучаемая система и её особенности

Изучаемой системой будет: системе из двух связанных генераторов Лоренца:

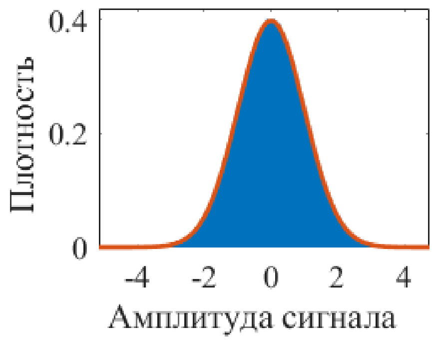
$$\begin{gathered}\dot{x}_{1,2} = \sigma_{1,2}\left(y_{1,2} - x_{1,2}\right) + K\left(x_{2,1} - x_{1,2}\right) + D\xi_x(t) \\ \dot{y}_{1,2} = \gamma_{1,2}x_{1,2} - y_{1,2} - x_{1,2}z_{1,2} + D\xi_y(t) \\ \dot{z}_{1,2} = -b_{1,2}z_{1,2} + x_{1,2}y_{1,2} + D\xi_z(t)\end{gathered} \tag{1}$$

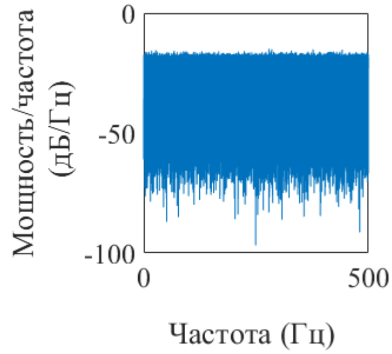
где $\sigma_{1,2}$ = 10, $\gamma_{1,2}$ = 28, $b_{1,2}$ = 8/3 постоянные. $D\xi(t)$- шумовая величина, где D количественно определяет уровень шума. K - параметр связи.

Система Лоренца — это система обыкновенных дифференциальных уравнений, впервые изученная математиком и метеорологом Эдвардом Лоренцом.

2. Численное решение и статистика с применением белого шума

Для исследований будет использоваться белый шум





(а) (б)

Рисунок 2. Распределение белого шума (а) и спектрограмма плотности мощности белого шума (б)

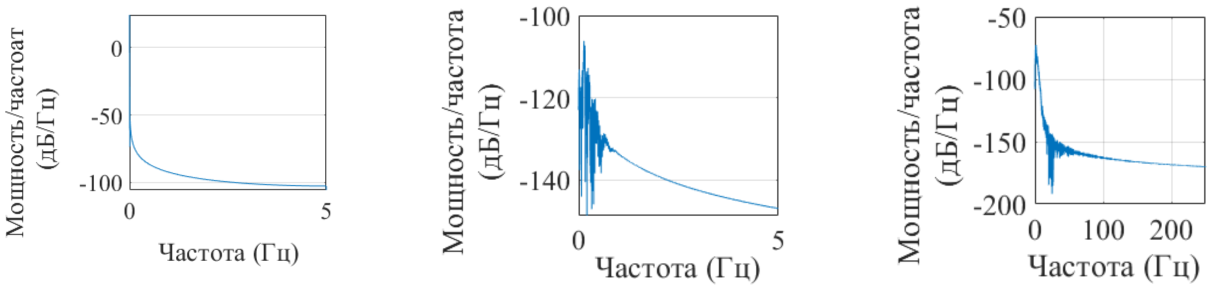
Белый шум — стационарный шум, спектральные составляющие которого равномерно распределены по всему диапазону задействованных частот.

В природе и технике «чисто» белый шум (то есть белый шум, имеющий одинаковую спектральную мощность на всех частотах) не встречается (ввиду того, что такой сигнал имел бы бесконечную мощность), однако под категорию белых шумов попадают любые шумы, спектральная плотность которых одинакова (или слабо отличается) в рассматриваемом диапазоне частот.

Для решения уравнения (1) использовался модифицированный метод Рунге-Кута 4 порядка, который хорошо описан в [7].

Для оценки когерентности генерируемых в связанных осцилляторах Лоренца сигналов были рассчитаны временные ряды $\Delta x(t)=x_2(t)-x_1(t)$ при различных величинах коэффициента шума. Для данных временных рядов были построены спектральные плотности мощности и рассчитаны параметры $Q=H*f/\Delta f$, где H – это максимальная амплитуда спектра $\Delta x(t)$, f – частота максимума спектральной плотности, Δf – ширина максимума, рассчитанная по уровню половинной мощности.

Параметр Q характеризует периодические компоненты, которые могут возникать во временных рядах $\Delta x(t)$. Чем выше будет величина Q, тем более ярко будут выражены периодические компоненты, и тем выше будет степень когерентности генерируемого сигнала.

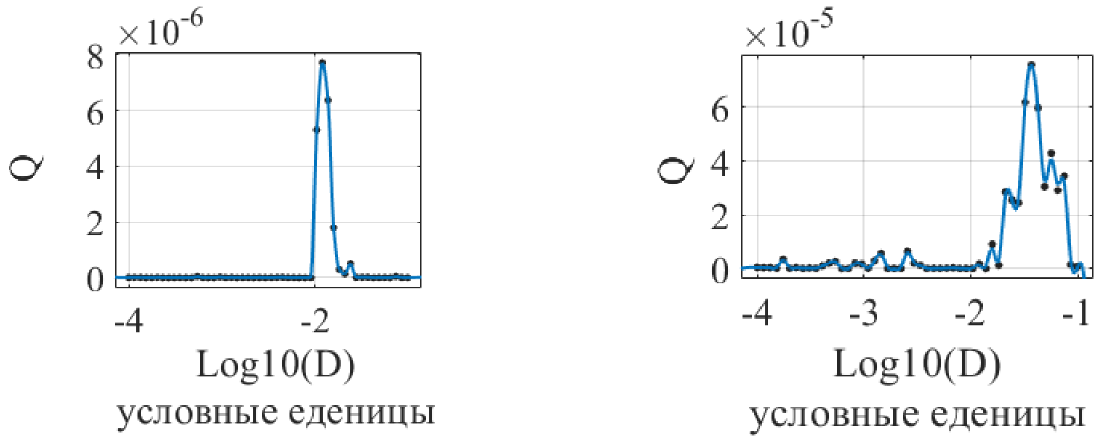


(а) (б) (в)

Рисунок 2. Спектральная плотность мощности для сигнала $\Delta x = x_2 - x_1$ полученному из решения системы уравнений (1) при параметре связи K = 3.5, (а) D = 0.001, (б) D = 0.0372, (в) D = 0.1

Исходя из полученных результатов (см. рисунок 1а) можно заметить, что для небольшого шума спектр не показывает пика, за исключением пика в начале координат, что указывает на отсутствие временной регулярности всплесков. Из результатов (см. рисунок 1б) можно заметить выраженный пик существует не в начале координат, что говорит он наличии временной регулярности всплесков. На (см. рисунок 1в) можно заметить, что при большом параметре шума ситуация схожа с (см. рисунок 1а)

Если построить зависимость параметра Q от амплитуды шума D, то на графике этой зависимости (см. рисунок 3) можно заметить ярко выраженный максимум. Последнее говорит о том, что при фиксированных параметрах системы (1) существует оптимальная интенсивность шума D, при которой сигнал $\Delta x(t)$ становится более периодическим, а, следовательно, связанные осцилляторы Лоренца демонстрируют более когерентное между собой поведение.



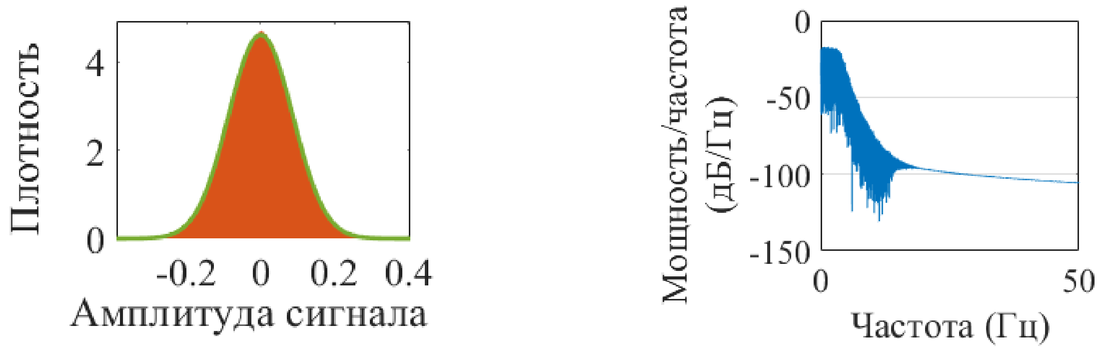
(а) (б)

Рисунок 3. Мера когерентно-резонансной функции Q в зависимости от интенсивности шума для пары связанных идентичных хаотических осцилляторов Лоренца с силой связи (а) K = 4, (б) K = 3.5

Можно заметить, что при параметре связи K = 3.5 пик на рисунке 3(б) переместился относительно рисунка 3(а), это говорит о том, что явление повторяется но при других значениях D от чего качественно меняется график зависимости Q от D.

3. Численное решение и статистика с применением шума ограниченного по полосе фильтром низких частот

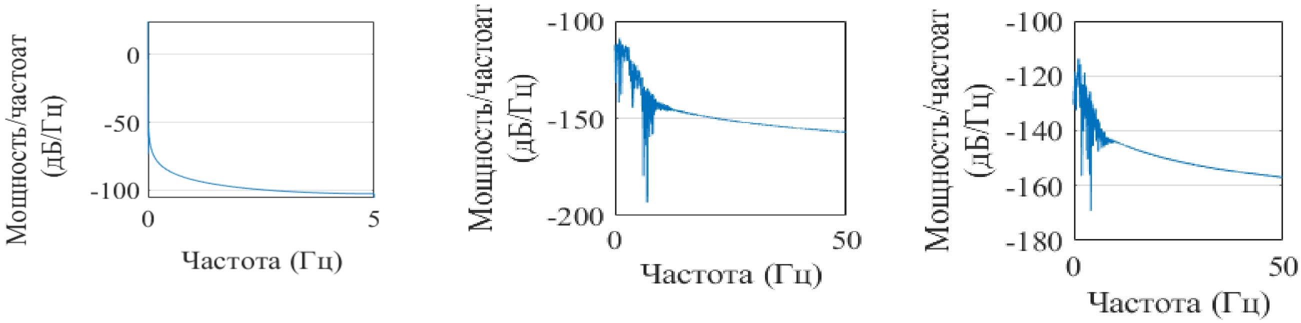
Для исследований будет использоваться шум ограниченный по полосе фильтром низких частот



(а) (б)

Рисунок 4. Распределение шума ограниченный по полосе фильтром низких частот (а) и спектрограмма плотности мощности шума ограниченный по полосе фильтром низких частот (б)

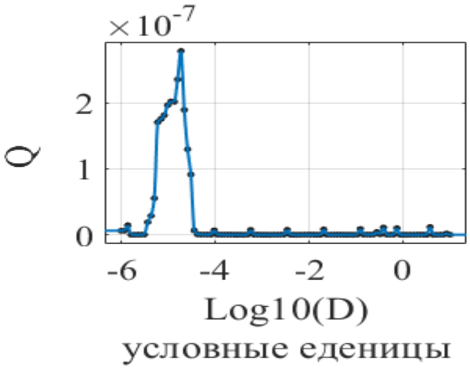
Шум, ограниченный полосой фильтра низких частот (ФНЧ), означает, что шум имеет частотный спектр, ограниченный сверху частотой среза этого фильтра. ФНЧ пропускает низкочастотные компоненты шума и ослабляет высокочастотные. По сути, фильтр "обрезает" шум, оставляя только более низкие частотные составляющие.



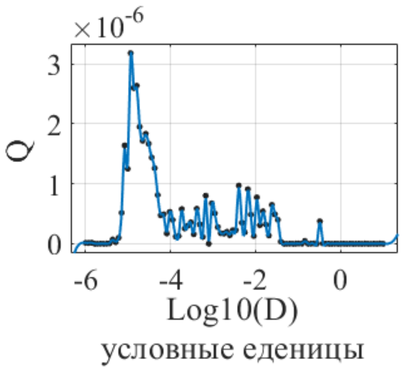
(а) (б) (в)

Рисунок 5. Спектральная плотность мощности для сигнала $\Delta x = x_2 - x_1$ полученному из решения системы уравнений (1) при параметре связи K = 4, (а) D = 0.000001, (б) D = 0.0000135, (в) D = 0.1

Исходя из полученных результатов можно сказать, что рисунок 5 повторяют рисунок 2, но уже при другом параметре D.



(а)



(б)

Рисунок 14. Мера когерентно-резонансной функции Q в зависимости от интенсивности шума для пары связанных идентичных хаотических осцилляторов Лоренца с силой связи (а) K = 4, (б) K = 3.5

Исходя из проделанной работы можно сказать точно что возникновение явления когерентного резонанса возникает не только при воздействии на систему белым шумом, заметно видно из рисунков 3, 6, что происходит смещение пика, и соответствует другому набору параметров D при которых система будет повторять поведение как в случае с белым шумом, но из рисунков 2, 5 видно, что качественно изменений не наблюдается.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе преддипломной практики была написана программа численного моделирования для расчета связанных осцилляторов Лоренца под воздействием шума методом Рунге-Кута 4 порядка, оптимизированного для стохастических систем. В качестве апробации работоспособности программы были рассчитаны параметры когерентности связанных осцилляторов, аналогичные представленным в работе [8]. Полученные результаты показывает хорошее качественное и количественное совпадение рассчитанных параметров. В ходе расчётов с шумом, ограниченным по полосе частот, можно сделать вывод, что для проявления когерентного резонанса можно использовать не только белый шум, но и другие воздействия, что даёт широкое применения на практике, исходя из того, что в реальных условиях невозможно создать идеальный белый шум. Однако при использовании шума, ограниченного по полосе частот, изменяется диапазон мощностей шума, при котором наблюдается явление когерентного резонанса, что следует учитывать при исследовании данного явления.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. D. Sigeti and W. Horsthemke, J. Stat. Phys. 54, 1217 (1989);
2. G. Montambaux, H. Bouchiat, D. Sigeti, and R. Friesner, Phys. Rev. B 42, 7647 (1990);
3. H. Bouchiat, G. Montambaux, and D. Sigeti, Phys. Rev. B 44, 1682 (1991).
4. A.S. Pikovsky and J. Kurths, Phys. Rev. Lett. 78, 775 (1997).
5. A. Neiman, P.I. Saparin, and L. Stone, Phys. Rev. E 56, 270 (1997);
6. S.-G. Lee, A. Neiman, and S. Kim, Phys. Rev. E 57, 3292 (1998);
7. Н. Н. Никитин, С. В. Первачев, В. Д. Разевиг, О решении на ЦВМ стохастических дифференциальных уравнений следящих систем, Автомат. и телемех., 1975, выпуск 4, 133–137;
8. Zonghua Liu and Ying-Cheng Lai Phys. Rev. Lett. 86, 4737.