

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра системного анализа
и автоматического управления

**Исследование открытых экспоненциальных
сетей массового обслуживания с управлением маршрутизацией**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студента 4 курса 481 группы
направления 27.03.03 – Системный анализ и управление
факультета компьютерных наук и информационных технологий

Алексеева Александра Сергеевича

Научный руководитель

к. ф.-м. н., доцент

Е.С. Рогачко

Заведующий кафедрой

к. ф.-м. н., доцент

И. Е. Тананко

Саратов 2018

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Сети массового обслуживания (СеМО) с управлением маршрутизацией эффективно используются в качестве математических моделей больших сложных систем с сетевой структурой и стохастическим характером функционирования, например, телекоммуникационных систем, информационно-вычислительных сетей, организационных и транспортных систем.

Стохастический характер функционирования СеМО обуславливает случайное число требований в системах обслуживания и возможность возникновения в процессе эволюции сети чрезмерных скоплений требований в отдельных системах, что приводит к ухудшению характеристик качества функционирования сети. Основными целями управления в СеМО являются предотвращение скоплений требований в системах обслуживания, оптимизация маршрутизации требований в сети или обеспечение необходимого распределения требований между системами. Динамическое управление СеМО сводится к управлению потоками в сети обслуживания, реализуемому с помощью изменения в процессе эволюции сети ее параметров, одним из которых является маршрутная матрица, определяющая вероятности переходов требований между системами сети.

Цель бакалаврской работы – исследование открытых экспоненциальных сетей массового обслуживания с управлением маршрутизацией.

Поставленная цель определила **следующие задачи:**

- разработка метода управления маршрутизацией в открытых экспоненциальных сетях массового обслуживания;
- разработка метода анализа открытых экспоненциальных сетей массового обслуживания с управлением маршрутизацией;
- разработка программы для анализа открытых экспоненциальных сетей массового обслуживания с управлением маршрутизацией;

- проведение исследования эффективности управления маршрутизацией в открытых экспоненциальных сетях массового обслуживания.

Методологические основы бакалаврской работы составляют результаты по теории систем и сетей массового обслуживания [10, 12-15, 17], а также по методам управления маршрутизацией в сетях массового обслуживания различных классов [1–9]. В работах [1–5] и обзоре [6] предлагаются методы маршрутизации потоков требований, обеспечивающие оптимальное функционирование сетей массового обслуживания. В работе [7] исследуется влияние добавленного нового маршрута требований на среднюю длительность пребывания требований в открытой СеМО. В работе [8] получены распределения стационарных вероятностей состояний замкнутых СеМО и рассматриваются методы определения оптимальных длительностей тактов интервального метода управления маршрутизацией, предложенного в работе [9].

Теоретическая и/или практическая значимость бакалаврской работы. В бакалаврской работе разработан метод управления маршрутизацией в открытых экспоненциальных сетях массового обслуживания и алгоритм метода анализа открытых экспоненциальных сетей массового обслуживания с управлением маршрутизацией.

Структура и объем работы. Бакалаврская работа состоит из введения, четырех разделов, заключения, списка использованных источников и одного приложения. Общий объем работы – 55 страниц, из них 41 страница – основное содержание, включая 3 рисунка и 1 таблицу, 14 страниц приложений, список использованных источников информации – 20 наименований.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Первый раздел «Открытые сети массового обслуживания» содержит подробное описание открытых экспоненциальных сетей массового обслуживания и метода их анализа.

Подраздел «Основные понятия теории сетей массового обслуживания» включает в себя основные понятия теории сетей массового обслуживания. Сеть массового обслуживания представляет собой совокупность взаимосвязанных систем массового обслуживания (СМО), обеспечивающих в процессе функционирования сети прием, хранение, обработку и выдачу требований, поступающих в системы обслуживания. Если сеть массового обслуживания обслуживает требования только одного класса, то сеть называется однородной [10]. Если у сети есть внешний источник требований, то сеть называется открытой. В данном подразделе вводятся параметры сети массового обслуживания:

L – число СМО в СеМО;

K – число классов требований в СеМО;

A – параметр, определяющий тип СеМО ($A = \lambda_0$ означает однородную открытую сеть, λ_0 – интенсивность внешнего потока требований, поступающих в сеть из источника и из сети в источник);

$W = (W_i), i = 1, \dots, L,$ – вектор типов функций распределения длительностей обслуживания в СМО сети ($W_i = M$ означает экспоненциальное распределение длительностей обслуживания);

$\Theta = (\theta_{ij}), i, j = 0, 1, \dots, L,$ – маршрутная матрица;

$\kappa = (\kappa_i), i = 1, \dots, L,$ – вектор числа приборов в системах обслуживания СеМО;

$\mu = (\mu_i), i = 1, \dots, L,$ – вектор интенсивностей обслуживания в системах обслуживания СеМО;

$D = (D_i), i = 1, \dots, L$, – вектор дисциплин обслуживания в системах обслуживания СеМО ($D_i = FCFS$ означает обслуживание в порядке поступления).

Таким образом, сеть массового обслуживания Γ определяется следующим набором:

$$\Gamma = \langle L, K, A, W, \Theta, \kappa, \mu, D \rangle.$$

В подразделе «Однородные открытые сети массового обслуживания» рассматривается сеть обслуживания, заданная следующим набором:

$$\Gamma = \langle L, 1, \lambda_0, M, \Theta, \kappa, \mu, FCFS \rangle.$$

Набор Γ определяет открытую сеть обслуживания, содержащую L систем $C_i, i = 1, \dots, L$, обслуживающих требования одного класса, поступающие из внешнего источника C_0 . Входящий в сеть поток требований пуассоновский с интенсивностью λ_0 . Система C_i содержит κ_i параллельно работающих одинаковых приборов, длительность обслуживания требований прибором имеет экспоненциальное распределение с параметром μ_i . Переходы требований между системами в сети определяются маршрутной матрицей Θ . Выбор в C_i очередного требования на обслуживание производится из общей очереди неограниченной длины соответственно дисциплине обслуживания $FCFS$ [10].

Приводится теорема Джексона [16] для однородных открытых экспоненциальных сетей массового обслуживания и ее доказательство. Описывается алгоритм, реализующий метод анализа однородных открытых экспоненциальных СеМО, основанный на теореме Джексона.

Второй раздел «Открытые экспоненциальные сети массового обслуживания с управлением маршрутизацией» содержит в себе подробное описание метода управления маршрутизацией в открытых экспоненциальных сетях массового обслуживания и метода анализа открытых экспоненциальных сетей массового обслуживания с управлением маршрутизацией.

В подразделе «Метод управления маршрутизацией» представлен метод динамического управления маршрутизацией в открытых экспоненциальных сетях массового обслуживания.

При реализации метода управления маршрутизацией процесс функционирования сети представляет собой последовательность фрагментов, называемых тактами, в течение которых используются различные маршрутные матрицы. Такт обозначается через $x^{(k)}$, где $k \in \{1, 2, \dots\}$ – номер такта в общей последовательности тактов, а момент окончания такта $x^{(k)}$ – через $\tau^{(k)}$. Все такты имеют фиксированную длительность φ .

Различаются два режима функционирования сети Γ – нормальный и коррективный. Нормальный режим – режим, в котором не используется управление маршрутизацией. Коррективный режим – режим, в котором применяется управление маршрутизацией. Режимы функционирования отличаются используемыми в сети матрицами вероятностей переходов требований между системами обслуживания. Нормальный такт и коррективный такт будут называться так соответственно, если сеть Γ функционирует в них в нормальном и коррективном режиме соответственно. В нормальном такте используется матрица $\Theta^{(k)} = (\theta_{ij}^{(k)})$, $i, j = 0, 1, \dots, L$, в коррективном такте – $\tilde{\Theta}^{(k)} = (\tilde{\theta}_{ij}^{(k)})$ [11].

Вводятся в рассмотрение векторы $y = (y_i)$, $y_i > 0$, и $z = (z_i)$, $z_i > y_i$, $i = 1, \dots, L$, – пороговый и критический векторы числа требований в системах сети соответственно.

В момент $\tau^{(k)}$ определяется состояние сети $n^{(k)} = (n_i^{(k)})$, $i = 1, \dots, L$, где $n_i^{(k)}$ – число требований, пребывающих в системе C_i .

Формирование маршрутной матрицы $\tilde{\Theta}^{(k+1)}$ происходит путем уменьшения вероятностей переходов в системы, в которых число требований

в момент окончания такта $\tau^{(k)}$ превышает критические значения, т.е. в системы, для которых не выполнилось неравенство:

$$n_i^{(k)} \leq z_i, \quad i = 1, \dots, L. \quad (1)$$

Алгоритм формирования матрицы $\tilde{\Theta}^{(k+1)}$ содержит следующие два основных действия.

Если для системы C_j , $j = 1, \dots, L$, системы C_i и C_w являются смежными выходными системами, т.е. $\theta_{ji} > 0$ и $\theta_{jw} > 0$ (далее для простоты опускаем верхний индекс – номер такта), причем для системы C_i не выполнилось условие (1), а для системы C_w $n_w < y_w$, то вероятность перехода требований в систему C_i уменьшается так, что $\tilde{\theta}_{ji} := \theta_{ji} \left(1 - \frac{n_w}{y_w}\right)$, а вероятность перехода требований в систему C_w увеличивается.

Если для системы C_j системы C_i и C_0 являются смежными выходными системами, т.е. $\theta_{ji} > 0$ и $\theta_{j0} > 0$, причем для системы C_i не выполнилось условие (1), то вероятность перехода требований в систему C_i уменьшается так, что $\tilde{\theta}_{ji} = \theta_{ji} \frac{y_i}{n_i}$, а вероятность перехода требований в источник C_0 увеличивается.

В подразделе «Алгоритм управления маршрутизацией» подробно описываются шаги алгоритма формирования коррективной маршрутной матрицы $\tilde{\Theta}^{(k+1)}$.

В подразделе «Анализ открытых экспоненциальных сетей массового обслуживания с управлением маршрутизацией» описывается метод анализа открытых экспоненциальных сетей массового обслуживания с управлением маршрутизацией.

Случайный процесс Ξ , описывающий эволюцию сети обслуживания Γ , является последовательностью фрагментов, соответствующих

нормальным и коррективным тактам. Из определения сети Γ следует, что фрагментами реализации процесса Ξ являются реализации цепей Маркова с непрерывным временем, описывающих функционирование сети в течение нормальных и коррективных тактов. Длительности реализаций цепей Маркова равны длительности такта φ . Характеристики процесса Ξ определяются параметрами соответствующих цепей Маркова.

Используются следующие обозначения:

$I = \{1, \dots, L\}$ – множество номеров систем в сети Γ ;

x – число состояний сети Γ ;

$B = \{1, \dots, x\}$ – множество номеров состояний сети Γ (процесса Ξ);

ν – число доминантных состояний сети Γ , для которых выполняется условие (1);

$D = \{1, \dots, \nu\}$ – множество номеров доминантных состояний сети Γ ;

f – число ординарных состояний сети Γ , для которых не выполняется условие (1);

\hat{C} – цепь Маркова, которая описывает эволюцию сети Γ в течение нормальных тактов;

$\tilde{C}^J, J \in \{1, \dots, f\}$, – цепи Маркова, которые описывают эволюцию сети Γ в течение коррективных тактов.

Элементы инфинитезимального оператора $\hat{A} = (\hat{a}_{rm}), r, m = 1, \dots, x$, цепи \hat{C} определяются по формулам:

$$\hat{a}_{rm} = \begin{cases} \varepsilon(n_i^{(r)}) \mu_i \theta_{ij}, & i > 0, \\ \lambda_0 \theta_{0j}, & i = 0, \end{cases} \quad r, m \in B, r \neq m, \quad i, j \in I, i \neq j,$$

$$\text{где } \varepsilon(n_i^{(r)}) = \begin{cases} 1, & \text{если } n_i^{(r)} > 0, \\ 0, & \text{если } n_i^{(r)} = 0; \end{cases}$$

$$\hat{a}_{rr} = - \left(\sum_{i=1}^L \varepsilon(n_i^{(r)}) \mu_i + \lambda_0 \right).$$

Элементы инфинитезимального оператора $\tilde{A}^J = (\tilde{a}_{rm}^J)$, $r, m = 1, \dots, x$, $J \in \{1, \dots, f\}$, цепи \tilde{C}^J определяются по формулам:

$$\tilde{a}_{rm}^J = \begin{cases} \varepsilon(n_i^{(r)}) \mu_i \tilde{\theta}_{ij}^J, & i > 0, \\ \lambda_0 \tilde{\theta}_{0j}^J, & i = 0, \end{cases} \quad r, m \in B, r \neq m, i, j \in I, i \neq j;$$

$$\tilde{a}_{rr}^J = - \left(\sum_{i=1}^L \varepsilon(n_i^{(r)}) \mu_i + \lambda_0 \right).$$

Стационарные вероятности π_r , $r \in B$, состояний процесса Ξ при заданном значении величины φ находятся как решение следующей системы линейных уравнений:

$$\pi_r = \sum_{l \in D} \pi_l \hat{p}_{lr}^{(\varphi)} + \sum_{J=1}^f \pi_{v+J} \tilde{p}_{v+J,r}^{(\varphi),J}, \quad r = 1, \dots, x,$$

с условием $\sum \pi_r = 1$. Матрицы $\hat{P}^{(\varphi)} = (\hat{p}_{rm}^{(\varphi)})$ и $\tilde{P}^{(\varphi),J} = (\tilde{p}_{rm}^{(\varphi),J})$, $r, m \in B$, $J \in \{1, \dots, f\}$, определяются из соотношений:

$$\hat{P}^{(\varphi)} = \exp(\hat{A}\varphi), \quad \tilde{P}^{(\varphi),J} = \exp(\tilde{A}^J\varphi).$$

Третий раздел «Алгоритм метода анализа сетей с управлением маршрутизацией» содержит подробное описание алгоритма метода анализа открытых экспоненциальных сетей массового обслуживания с управлением маршрутизацией.

В подразделе «Структурная схема» приводится структурная схема алгоритма. Алгоритм имеет блочную структуру и состоит из 12 блоков.

В подразделе «Описание блоков алгоритма» содержатся описания следующих блоков алгоритма.

Блок 1. Ввод исходных данных (параметров сети массового обслуживания).

Блок 2. Вычисление вектора интенсивностей входящих потоков требований в системы сети.

Блок 3. Проверка условия существования стационарного режима функционирования сети.

Блок 4. Формирование множества состояний сети.

Блок 5. Формирование множества состояний для замкнутой сети с заданным числом требований.

Блок 6. Упорядочивание множества состояний сети.

Блок 7. Формирование множеств номеров доминантных и ординарных состояний.

Блок 8. Формирование матрицы вероятностей переходов случайного процесса Ξ , описывающего эволюцию сети.

Блок 9. Построение инфинитезимального оператора заданной цепи Маркова.

Блок 10. Формирование коррективной маршрутной матрицы для заданного ординарного состояния.

Блок 11. Вычисление стационарных характеристик сети.

Блок 12. Вывод результатов.

Четвертый раздел «Описание программы для анализа открытых экспоненциальных сетей массового обслуживания с управлением маршрутизацией» содержит в себе описание разработанной программы, реализующей метод анализа открытых экспоненциальных сетей массового обслуживания с управлением маршрутизацией. Программа выполнена в среде разработки GNU Octave ver. 4.2.1.0 [18-20].

В подразделе *«Описание идентификаторов программы»* содержится описание основных идентификаторов программы.

В подразделе *«Описание подпрограмм»* содержится описание основных подпрограмм-функций, используемых в программе.

В подразделе *«Примеры анализа открытых экспоненциальных сетей массового обслуживания с управлением маршрутизацией»* содержатся результаты численных экспериментов, полученные с использованием программы. По этим результатам сделаны следующие выводы:

- стационарная вероятность пребывания сети в множестве доминантных состояний увеличивается, если использовать метод динамического управления маршрутизацией;
- маршрутная матрица и интенсивности обслуживания в системах существенно влияют на качество функционирования открытой экспоненциальной СеМО;
- при ухудшении характеристик качества функционирования сети без управления, связанном с изменением параметров сети, управление маршрутизацией становится более эффективным.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты работы:

- предложен метод управления маршрутизацией в открытых экспоненциальных сетях массового обслуживания;
- разработан алгоритм метода анализа открытых экспоненциальных сетей массового обслуживания с управлением маршрутизацией;
- написана программа для анализа открытых экспоненциальных сетей массового обслуживания с управлением маршрутизацией;
- проведено исследование эффективности предложенного метода управления маршрутизацией на примерах открытых экспоненциальных сетей массового обслуживания.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 Пономаренко, Л.А. Оптимизация марковских неполнодоступных сетей со сложными механизмами обслуживания / Л.А. Пономаренко, А.З. Меликов // Автоматика и вычислительная техника. 1989. № 3. С. 33-37.
- 2 Alanyali, M. Analysis of simple algorithms for dynamic load balancing / M. Alanyali, B. Hajek // Math. Oper. Res., Vol. 22, N 4, 1997. С. 840-871.
- 3 Altman, E. Balanced sequences and optimal routing / E. Altman, B. Gaujal, A. Hordijk // INRIA Report № RR-3180, 1997.

4 Boel, R.K. Distributed routing for load balancing / R.K. Boel, J.H. Schuppen// Discrete Event Dynamic Systems Analyzing complexity and performance in the modern world Y.C. Ho ed., 1992. С. 237-248.

5 Ross, K.W. Optimal dynamic scheduling in Jackson networks / K.W. Ross, D.D. Yao// IEEE Trans. Autom. Cont. №34, 1989. С.47-53.

6 Mandelbaum, A. State-dependent stochastic networks, Part I: Approximations and applications with continuous diffusion limits / A. Mandelbaum, G. Pats // Ann. Appl. Probab. №8, 1998. С. 569-646.

7 Calvert, B. Braess's paradox in a queueing network with state-dependent routing / B. Calvert, W. Solomon, I. Ziedins // J. Appl. Prob. № 34, 1997. С. 134-154.

8 Митрофанов, Ю.И. Модели и анализ сетей массового обслуживания с управлением маршрутизацией / Ю.И. Митрофанов, Н.В. Юдаева // Автоматика и телемеханика, 2000, № 6, С. 104-113.

9 Митрофанов, Ю.И. Управление маршрутизацией в сетях массового обслуживания / Ю.И. Митрофанов, Н.В. Юдаева // Автоматика и телемеханика, 1999, № 11, с. 46-57.

10 Митрофанов, Ю.И. Анализ сетей массового обслуживания: учебное пособие для студентов университетов / Ю.И. Митрофанов. Саратов: Научная книга, 2004. 175 с.

11 Митрофанов, Ю. И. Управление интенсивностями обслуживания в замкнутых экспоненциальных сетях массового обслуживания // Автоматика и вычислительная техника, 2005, № 3, С. 23–34.

12 Башарин, Г.П. Анализ очередей в вычислительных сетях. Теория и методы расчета / Г.П. Башарин, П.П. Бочаров, Я.А. Коган. М.: Наука, ГРФМЛ, 1989. 336 с.

13 Клейнрок, Л. Теория массового обслуживания / Л.Клейнрок под редакцией В.И. Неймана. М.: Машиностроение, 1979, 432с.

14 Клейнрок, Л. Вычислительные системы с очередями. В 2 ч. Ч. 2. / под редакцией Б.Г.Цыбакова. М.: Издательство «Мир», 1979. 600 с.

15 Кофман, А. Массовое обслуживание: теория и приложения / Под редакцией И. Н. Коваленко. М.: Мир, 1965. 303 с.

16 Jackson, J. R. Jobshop-like queueing networks by decomposition / J. Jackson // IEEE Trans. Commun. №27, 1979, С. 113-127.

17 Бертсекас, Д. Сети передачи данных / под редакцией Н.Б.Лиханова. М.: Мир, 1989. 544 с.

18 Цисарь, И.Ф. Компьютерное моделирование экономики / И.Ф. Цисарь, В.Г. Нейман. М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2008. 384с.

19 Иглин, С.П. Теория вероятностей и математическая статистика на базе MATLAB / С.П. Иглин. Харьков: Издательство НТУ "ХПИ", 2006, 612 с.

20 Алексеев, Е.Р. Введение в Octave для инженеров и математиков / Е.Р. Алексеев, О.В. Чеснокова. М.: ALT Linux, 2012. 368 с.