

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра системного анализа
и автоматического управления

**ИССЛЕДОВАНИЕ СЕТЕЙ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ
С НЕНАДЁЖНЫМИ СИСТЕМАМИ**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студента 4 курса 481 группы
направления 27.03.03 – Системный анализ и управление
факультета компьютерных наук и информационных технологий
Попова Михаила Владимировича

Научный руководитель

к. ф.-м. н., доцент

И. Е. Тананко

Заведующий кафедрой

к. ф.-м. н., доцент

И. Е. Тананко

Саратов 2018

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Сети массового обслуживания в настоящее время широко используются в качестве математических моделей при решении задач проектирования, исследования и оптимизации информационно-вычислительных сетей, гибких производственных систем, сетей передачи данных [1-4].

Исследование систем и сетей массового обслуживания с ненадежными элементами является новым направлением развития теории массового обслуживания [2-7]. Примером такого исследования может являться анализ ненадежных систем обслуживания, в которых прибор может переходить из работоспособного состояния в неработоспособное и обратно. Неработоспособное состояние характеризуется тем, что интенсивность обслуживания прибора равна нулю на всем протяжении времени восстановления прибора [7].

Цель бакалаврской работы – произвести исследование сетей массового обслуживания с ненадежными системами.

Поставленная цель определила **следующие задачи:**

1. изучить метод анализа сетей массового обслуживания с ненадежными системами;
2. изучить алгоритм анализа сетей массового обслуживания с ненадежными системами;
3. выполнить программную реализацию алгоритма анализа сетей массового обслуживания с ненадежными системами;
4. с помощью разработанной программы исследовать зависимости основных стационарных характеристик систем сети от изменения некоторых параметров систем.

Методологические основы исследования сетей массового обслуживания с ненадежными системами представлены в работах Ю. И. Митрофанова [1], И.Е. Тананко, Н.П. Фокиной [7], В. Vinod, Т. Altiok [13], В. Vinod [14], Т. Altiok, S. Stidham [15].

Теоретическая и практическая значимость бакалаврской работы.

Теоретический материал, описанный в работе, способствует изучению математического аппарата ненадёжных замкнутых сетей массового обслуживания и метода анализа таких сетей.

Практическая значимость заключается в возможности дальнейшего использования программного продукта (программы для анализа сетей массового обслуживания с ненадёжными системами) для исследования свойств реальных стохастических систем с сетевой структурой при их проектировании или оптимизации.

Структура и объём работы. Бакалаврская работа состоит из введения, 5 разделов, заключения, списка использованных источников и 1 приложения. Общий объём работы – 70 страниц, из них 51 страница – основное содержание, включая 41 рисунок и 4 таблицы, 12 страниц приложений, список использованных источников информации – 20 наименований.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Первый раздел «Замкнутые сети массового обслуживания» посвящён описанию замкнутых сетей массового обслуживания и методу анализа таких сетей. Раздел содержит два подраздела.

Подраздел «Однородные замкнутые сети массового обслуживания» включает в себя подробное описание однородной замкнутой сети массового обслуживания, содержащей L систем C_i , обслуживающих требования одного класса. В сети содержится N требований. Система C_i , $i = 1, \dots, L$, содержит k_i одинаковых приборов, длительность обслуживания требований прибором имеет экспоненциальное распределение с параметром μ_i . Выбор в C_i очередного требования на обслуживание производится из общей неограниченной очереди согласно дисциплине *FCFS*.

Эволюция сети описывается цепью Маркова с непрерывным временем и конечным множеством состояний

$$S(N, L) = \left\{ n = (n_1, \dots, n_L) \mid n_i \geq 0, i = 1, \dots, L, \sum_{i=1}^L n_i = N \right\}, \quad (1)$$

где n_i – число требований, пребывающих в системе C_i .

$$\text{Мощность } S(N, L) \text{ равна } \binom{N + L - 1}{L - 1}.$$

Приведён вывод формулы для стационарных вероятностей $P(n)$ состояний сети, представимых в мультипликативной форме [1,8,9]:

$$P(n) = P(n_1, n_2, \dots, n_L) = \frac{1}{G(N, L)} \prod_{i=1}^L f_i(n_i), \quad (2)$$

где:

$f_i(n_i)$ – величина, пропорциональная вероятности того, что система C_i находится в состоянии n_i (в C_i пребывает n_i требований),

$$f_i(n_i) = \frac{x_i^{n_i}}{\prod_{m=1}^{n_i} \alpha_i(m)},$$

$$x_i = \frac{\omega_i}{\mu_i}; \quad (3)$$

$$\alpha_i(n_i) = \min(n_i, \kappa_i), \quad n_i = 1, \dots, N;$$

$\omega = (\omega_1, \dots, \omega_L)$ – решение системы уравнений

$$\omega \Theta = \omega \quad (4)$$

с условием нормировки $\sum_{i=1}^L \omega_i = 1$;

$G(N, L)$ – нормализующая константа, определяемая равенством:

$$G(N, L) = \sum_{n \in S(N, L)} \prod_{i=1}^L f_i(n_i).$$

В подразделе «Анализ сетей массового обслуживания методом свертки» подробно описывается метод свёртки для анализа однородных замкнутых экспоненциальных сетей массового обслуживания.

Рассматривается замкнутая экспоненциальная сеть массового обслуживания с L системами массового обслуживания типа $M/M/1$ с интенсивностями обслуживания μ_i и Q требований одного класса.

Для вычисления нормализующей константы вводится вспомогательная функция $g(Y, Z)$, которая определяется выражением

$$\begin{aligned} g(Y, Z) &= \sum_{\substack{n \in S(Y, Z) \\ \&n_z=0}} \prod_{i=1}^Z x_i^{n_i} + \sum_{\substack{n \in S(Y, Z) \\ \&n_z>0}} \prod_{i=1}^Z x_i^{n_i} = \\ &= g(Y, Z-1) + x_Z g(Y-1, Z). \end{aligned} \quad (5)$$

при начальных условиях

$$g(Y, 1) = x_1^Y \text{ для } Y = 0, 1, \dots, Q, \quad (6)$$

$$g(0, Z) = 1 \text{ для } Z = 1, 2, \dots, L. \quad (7)$$

Приводятся формулы для вычисления стационарных характеристик сети[10-12]:

математическое ожидание (м.о.) числа требований в i -ой системе,

$$\bar{n}_i = \sum_{m=1}^Q x_i^m \frac{G(Q-m, L)}{G(Q, L)}, \quad i = 1, \dots, L; \quad (8)$$

м.о. числа занятых приборов i -ой системе,

$$\bar{h}_i = x_i \frac{G(Q-1, L)}{G(Q, L)}, \quad i = 1, \dots, L; \quad (9)$$

интенсивность входящего потока требований в i -ю систему,

$$\lambda_i = \frac{\bar{h}_i}{s_i}, \quad i = 1, \dots, L; \quad (10)$$

м.о. длительности пребывания требований в i -ой системе,

$$\bar{u}_i = \frac{\bar{n}_i}{\lambda_i}, \quad i = 1, \dots, L; \quad (11)$$

коэффициент использования обслуживающего прибора i -ой системы,

$$\psi_i = \lambda_i \cdot s_i, \quad i = 1, \dots, L; \quad (12)$$

м.о. числа требований, ожидающих обслуживания в очереди i -ой системы,

$$\bar{b}_i = \bar{n}_i - \bar{h}_i, \quad i = 1, \dots, L, \quad (13)$$

где

$s_i, i = 1, \dots, L$ – м.о. длительности обслуживания требований прибором в i -ой системе сети.

Второй раздел «Ненадежные сети массового обслуживания» посвящен подробному описанию ненадежной сети массового обслуживания. Приборы в системах такой сети подвержены выходам из строя, только когда они обслуживают требования. Интервал времени от начала обслуживания требования до его полного окончания называется *длительностью завершения обслуживания*, м. о. которого обозначается через \bar{s} . Предполагается, что может быть несколько отказов прибора во время обслуживания им требования.

Длительность обслуживания, интервал времени между отказами прибора и длительность его восстановления в произвольной системе имеют экспоненциальные распределения с интенсивностями μ, ζ, γ соответственно. Длительность завершения обслуживания имеет двухфазное распределение Кокса с м.о., равным [13-15]:

$$\bar{s} = \frac{1}{\nu_1} + \frac{a}{\nu_2}, \quad (14)$$

где

$$\nu_1 = \frac{\mu}{1-a}, \quad (15)$$

$$\nu_2 = \gamma(1-a), \quad (16)$$

$$1-a = \frac{(\zeta + \mu + \gamma) - \sqrt{(\zeta + \mu + \gamma)^2 - 4\gamma\mu}}{2\gamma}. \quad (17)$$

Для нахождения характеристик сети используется метод экспоненциальной аппроксимации, в результате применения которого вместо исходной сети с ненадежными системами обслуживания исследуется экспоненциальная сеть с абсолютно надежными системами обслуживания, которая является приближением исходной сети. В качестве м. о. длительности

обслуживания требований прибором системы в приближённой сети будет использоваться величина \bar{s} .

Третий раздел «Алгоритм анализа сетей массового обслуживания с ненадёжными системами» содержит подробное описание алгоритма анализа сети массового обслуживания с ненадёжными системами. Алгоритм состоит из 13 последовательно выполняемых блоков, основными из которых являются:

- Ввод данных:
 - L – число одноприборных систем обслуживания, входящих в состав сети;
 - Q – число требований одного класса, пребывающих в сети;
 - $\mu = (\mu_i), i = 1, \dots, L$ – вектор интенсивностей обслуживания требований в системах сети;
 - $\zeta = (\zeta_i), i = 1, \dots, L$ – вектор интенсивностей отказов прибора в системах сети;
 - $\gamma = (\gamma_i), i = 1, \dots, L$ – вектор интенсивностей восстановлений прибора в системах сети;
 - $\Theta = (\theta_{ij}), i, j = 1, \dots, L$, – маршрутная матрица [16-17].
- Вычисление вектора $\omega = (\omega_1, \dots, \omega_L)$ по выражению (4).
- Вычисление вектора $s = (s_i), i = 1, \dots, L$,
где $s_i = \bar{s}_i, i = 1, \dots, L$, а \bar{s}_i определяется выражением (14) – (17).
- Вычисление величин $g(Y, Z)$ по выражениям (5) – (7).
- Вычисление стационарных характеристик сети по формулам (8) – (13).
- Вывод результатов.

Четвёртый раздел «Описание программы для анализа сетей массового обслуживания с ненадёжными системами» содержит подробное описание разработанной программы: описание интерфейса программы, описание идентификаторов, структуры, входных и выходных данных.

Программа реализована на языке программирования MATLAB с применением технологии Matlab GUIDE [18-20]. Программа предназначена для

вычисления стационарных характеристик однородных замкнутых сетей массового обслуживания с ненадёжными системами обслуживания.

Разработанная программа состоит из двух скриптов, каждый из которых отвечает за работу соответствующего графического окна.

INPUT.m – м-файл, описывающий первое графическое окно INPUT. Он осуществляет сбор входных данных, проверку их на корректность и вычисление стационарных характеристик модели.

OUTPUT.m – м-файл, реализующий графическое окно OUTPUT. Этот файл за отвечает на вывод на экран полученных характеристик рассматриваемой сети.

Пятый раздел «Анализ сетей массового обслуживания с ненадёжными системами» посвящён исследованию зависимости основных выходных характеристик систем сети от изменения некоторых параметров систем.

Был проведён ряд экспериментов по исследованию зависимости математического ожидания длительности пребывания требований в системах сети и математического ожидания числа требований в системах сети от изменения интенсивностей отказов и восстановлений прибора в системах. Приведены графики этой зависимости и объяснено их поведение.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренные в работе ненадежные сети массового обслуживания могут быть использованы в качестве моделей стохастических систем с сетевой структурой, таких как, например, гибкие производственные системы, сети связи, компьютерные сети.

В данной работе была рассмотрена ненадёжная замкнутая сеть массового обслуживания; был описан метод анализа такой сети.

По описанному методу анализа был составлен алгоритм анализа сети массового обслуживания с ненадёжными системами.

Для реализации предложенного алгоритма была написана программа на языке программирования MATLAB для анализа сетей массового обслуживания с

ненадёжными системами. Программа позволяет вычислять стационарные характеристики систем этой сети. Также в работе было приведено подробное описание структуры этой программы, приведён список идентификаторов, представлены рисунки графических окон интерфейса данной программы.

С помощью описанной программы был проведён анализ зависимости основных характеристик систем сети от изменения некоторых параметров систем. В частности, был проведён ряд экспериментов по исследованию зависимости м.о. длительности пребывания требований в системах сети и м.о. числа требований в системах сети от изменения интенсивностей отказов и восстановлений прибора в системах.

Разработанную программу для анализа сетей массового обслуживания с ненадёжными системами можно использовать для дальнейшего исследования свойств сетей такого класса для решения задач, связанных с их проектированием и оптимизацией.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Митрофанов, Ю. И. Анализ сетей массового обслуживания : Учебное пособие для студентов университетов / Митрофанов, Ю. И. Саратов : Научная книга, 2004. 175с.
2. Клейнрок, Л. Вычислительные системы с очередями / Л. Клейнрок ; Пер. с англ. М.: Мир, 1979. 600 с.
3. Jackson, J. R. Networks of waiting lines / J. R. Jackson // Operations Research. 1957. V. 5, P. 518-521.
4. Baskett, F. Open, closed, and mixed networks of queues with different classes of customers / F. Baskett, K. M. Chandy, R. R. Muntz, F. G. Palacios // J. ACM. 1975. Vol. 22, No. 2. P. 248-260.
5. Sauer, C. BCMP networks with unreliable servers / C. Sauer, H. Daduna // Hamburg University, Hamburg. 2003. Preprint-No. 2003-01.
6. Kalimulina, E. Y. Analysis of Unreliable Open Queueing Network with Dynamic Routing // DCCN. 2017. Vol. 15, No.2. P. 355 – 367.

7. Тананко, И. Е., Фокина, Н. П. Анализ замкнутых ненадежных сетей массового обслуживания с групповыми переходами требований. // Известия Саратов. ун-та. Нов. сер. Серия Математика. Механика. Информатика. 2013. Т. 13, вып. 2, ч. 1. С. 111–117.
8. Gordon W.J., Newell G. F. Closed queuing systems with exponential servers // J. Oper.Res. 1967. Vol. 15, No.2. P. 254–265.
9. Van Dijk, N. M. Queueing Networks and Product Forms / N. M. Van Dijk // A System Approach. Wiley, Chichester. 1993.
10. Вишневский, В.М. Теоретические основы построения компьютерных сетей / Вишневский, В.М. М. : Техносфера, 2003. 512 с.
11. Долгов, В.И. Методы анализа сетей массового обслуживания : Учебно-методическое пособие. / Долгов, В.И. Саратов : Научная книга, 2009. 32с.
12. Башарин, Г. П. Анализ очередей в вычислительных сетях. Теория и способы расчета / Башарин, Г. П., Бочаров, П. П, Коган, Я.А. М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. 336 с.
13. Vinod B., Altiok T. Approximating unreliable queueing networks under the assumption of exponentiality // J. Opl. Res. Soc. 1986. Vol. 37, No. 3. P. 309 –316.
14. Vinod B. Unreliable queueing systems // Computers & Ops. Res. 1985. Vol. 12, No. 3. P. 323 – 340.
15. Altiok T., Stidham S. The allocation of interstage buffer capacities in production lines // J. I.I.E. Trans. 1983. Vol. 15, No. 4. P. 292 –299.
16. Бочаров, П.П. Теория массового обслуживания: Учебник / Бочаров, П.П., Печинкин, А.В. М. : Изд-во РУДН, 1995. 529 с., с ил.
17. Башарин, Г. П. Теория сетей массового обслуживания и её приложения к анализу информационно-вычислительных систем. // Итоги науки и техники. Теор. вероятн. Мат. стат. Теор. кибернетика.М. :ВИНИТИ, 1983. Т.21. С. 3-119.
18. MATLAB for deep learning [Электронный ресурс] URL: <https://www.mathworks.com/> (дата обращения: 20.05.2018). Загл. с экр. Яз. англ.

19. Learn, Share, Build [Электронный ресурс] URL:
<https://stackoverflow.com/> (дата обращения: 20.05.2018). Загл. с экр. Яз. англ.

20. MATLAB & Toolboxes [Электронный ресурс] URL:
<http://matlab.exponenta.ru/> (дата обращения: 20.05.2018). Загл. с экр. Яз. рус.