Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

Численное исследование мемристивных элементов с кусочно-гладкими характеристиками

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ
студента 4 курса 421 группы
направления 03.03.03 «Радиофизика»
физического факультета

Кудряшова Егора Максимовича

Научный руководитель
к.ф.-м.н., ассистент ______________ В.В. Семенов

Зав. кафедрой
д.ф.-м.н., профессор ______________ В.С. Анищенко

Саратов 2018

Введение

В 1971 году Леоном Чуа была выдвинута идея существования четвертого базового элемента наряду с резистором, конденсатором и катушкой индуктивности. Данная идея базировалась на гипотезе о взаимосвязи электрического заряда и магнитного потока. Следствием подобной взаимосвязи являлась зависимость характеристик элемента от предыстории его существования, поэтому четвертый элемент получил название «мемристор» (от английского «memory» – память).

На сегодняшний день известно большое количество объектов различной природы, которые можно считать реализацией мемристора (в дальнейшем также будем называть их мемристорами), так как их характеристики отражают информацию о предыстории своего существования.

Сфера применения мемристора на практике достаточно широка. В первую очередь, мемристор рассматривается как элемент памяти. Свойства мемристора могут быть использованы при разработке аналоговых схем, таких, как программируемые усилители, аттенюаторы, адаптивные фильтры и т.д. Мемристивные системы могут найти применение в будущем при разработке принципиально новых типов вычислительных устройств.

Цель выпускной квалификационной работы состоит в исследовании свойств таких мемристивных элементов, как конденсатор и катушка индуктивности с мемристивными свойствами, построении зависимостей характеристик этих элементов от гармонического входного сигнала разной частоты, выявлении влияния вида уравнения, описывающего управляющую переменную мемристивного элемента.

Теоретическая часть.

Рассмотрим модель мемристора, предложенного Л. Чуа. В модели мемристора магнитный поток $\varphi(t)$ нелинейно связан с протекающим через мемристор зарядом $q(t)$:

$$d\varphi = M(q) * dq. \qquad (1)$$

Подставляя выражения

$$d\varphi = Udt, \qquad dq = idt,$$

где U – падение напряжения на мемристоре, i – ток, протекающий через мемристор) в уравнение (1) получим:

$$Udt = M(q) * idt, \qquad (2)$$

из чего можно получить вольт–амперную характеристику элемента:

$$U = M(q)i, \qquad (3)$$

откуда следует, что $M(q)$ является мемристивным сопротивлением, управляемое зарядом.

Проводимость мемристора $W(\varphi)$ управляется магнитным потоком, поэтому аналогично можно записать, что

$$dq = W(\varphi) * d\varphi. \quad (4)$$

Используя выражения $d\varphi = Udt, dq = idt$, пребразуем уравнение (4) в вид:

$$idt = W(\varphi) * Udt. \quad (5)$$

Поделим обе части уравнения на производную по времени $dt,$ и получим характеристику элемента (6), управляемую магнитным потоком:

$$i = W(\varphi)U. \quad (6)$$

Формула (3) описывает мемристор, управляемый зарядом, а формула (6) – мемристор, управляемый потоком. Обе записи эквивалентны, а выбор функции $M(q)$ или $W(\varphi)$ зависит от условия поставленной задачи. Из формул (3), (6) следует фундаментальное свойство мемристора – зависимость электрических характеристик элемента от предыстории его функционирования. Изначально мемристор вводился как реализация гипотезы о взаимосвязи магнитного потока и электрического заряда. В дальнейшем Чуа обобщил свою идею и расширил термин “мемристор” (memristor) до концепции “мемристивных систем” (memristive systems). Класс мемристивных систем определяется непрерывной функциональной зависимостью характеристик системы в момент наблюдения от ее предшествующих состояний и описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} y = g(z, x, t)x \\ \dot{z} = f(z, x, t) \end{cases}, \tag{7}$$

где x – входной сигнал, y – отклик системы, вектор $\dot{z}$ определяет состояние системы, $f(z, x, t)$ непрерывная векторная функция, $g(z, x, t)$ – скалярная функция. Следует отметить, что подобное определение мемристивных систем есть математическая трактовка, в которой не упоминается физический смысл динамических переменных и их функциональной зависимости. Данное определение не накладывает ограничений на природу мемристивных систем.

Мемристивная емкость $C_M(\varphi)$ связывает заряд и напряжение. Она управляется магнитным потоком, т.е. предшествующими значениями напряжения:

$$q = C_M(\varphi)U = C_M\left(\int_{-\infty}^{t} U(t)dt\right)U. \tag{8}$$

Аналогично, мемристивная индуктивность $L_M(q)$ связывает магнитный поток и протекающий через мемристивный элемент ток. Она управляется зарядом, т.е. предшествующими значениями тока:

$$\varphi = L_M(q)i = L_M\left(\int_{-\infty}^{t} i(t)dt\right)i. \tag{9}$$

Далее для задания характеристики мемристивных элементов будем использовать аналогию с моделью мемристора Чуа с кусочно-гладкой характеристикой. Характеристика мемристивного элемента $G_M(z)$, управляемого динамической переменной z описывается следующим выражением:

$$G_M(z) = \begin{cases} a, |z| < 1, \\ b, |z| \geq 1, \end{cases} \qquad (10)$$

где динамическая переменная z определяется уравнением

$$\dot{z} = x.$$

Известно, что зависимость тока от напряжения в модели мемристора с характеристикой (10) при подключении к источнику переменного напряжения имеет вид петли, которая стягивается к линии с ростом частоты воздействия.

Модель мемристора (10) является простейшей моделью, демонстрирующей отличительные свойства мемристора. Дальнейшим шагом в изучении свойств мемристивных систем является разработка моделей мемристивного конденсатора и мемристивной катушки индуктивности. Логично начать рассмотрение с простейших моделей. В качестве исследуемых систем можно выбрать модели с кусочно-гладкими характеристиками, подобными системе (10). Исследованию подобных систем и посвящена представленная работа.

Практическая часть

В рамках выпускной квалификационной работы были рассмотрены модели, описывающие процессы в мемристивных элементах, подключенных к источнику переменного напряжения или тока вида

$$U = A\sin(\omega t), \quad i = A\sin(\omega t). \quad (11)$$

Исследуемые элементы имеют кусочно-гладкие характеристики, подобные (9). Используя программы, написанные на языке C, были получены зависимости ток-напряжение при различных частотах управляющего периодического сигнала.

Для удобства проведения исследования получившиеся зависимости были построены в программе gnuplot, чтобы наглядно видеть поведение переменных. Все величины будем считать безразмерными.

Далее рассмотрим емкость и индуктивность, обладающие мемристивными характеристиками.

Мемристивная ёмкость

Будем задавать мемристивную емкость в виде функции, зависящей от переменной φ :

$$C_M = \begin{cases} C_1, |\varphi| < 1, \\ C_2, |\varphi| \geq 1. \end{cases} \quad (12)$$

где управляющая переменная представляет собой магнитный поток и уписывается уравнением

$$\frac{d\varphi}{dt} = U(t) = A\sin(\omega\, t).$$

Проинтегрировав это уравнение, получаем:

$$\varphi(t) = \varphi(0) + \int_0^t A sin(\omega t)dt$$

и получим формулу для вычисления зависимости магнитного потока от времени (13):

$$\varphi(t) = \varphi(0) - \frac{A}{\omega}\cos(\omega t) + \frac{A}{\omega} = \varphi(0) + \frac{A}{\omega}(1 - \cos(\omega t)), \quad (13)$$

где $\varphi(0)$ – начальное значение магнитного потока.

С учетом (12) выражение для мемристивной емкости имеет вид (14):

$$C_M(t) = \begin{cases} C_1, & 1 - \frac{\omega(1+\varphi(0))}{A} < \cos(\omega t) < 1 + \frac{\omega(1-\varphi(0))}{A}, \\ C_2, & \cos(\omega t) > 1 + \frac{\omega(1-\varphi(0))}{A} \vee \cos(\omega t) < 1 - \frac{\omega(1+\varphi(0))}{A}. \end{cases} \quad (14)$$

Для заряда на мемристивной емкости в соответствии с выражением (8) получаем

\

$$q(t) = \begin{cases} C_1 A\sin(\omega t), & 1 - \frac{\omega(1+\varphi(0))}{A} < \cos(\omega t) < 1 + \frac{\omega(1-\varphi(0))}{A}, \\ C_2 A\sin(\omega t), & \cos(\omega t) > 1 + \frac{\omega(1-\varphi(0))}{A} \vee \cos(\omega t) < 1 - \frac{\omega(1+\varphi(0))}{A}. \end{cases} \quad (15)$$

Выберем следующие параметры: $A = 2$, $C_1 = 1.5$, $C_2 = 3$. Затем, задавая циклическую частоту ω=0.1,0.5,1,2 построим зависимости значения мемристивной емкости $C_M(t)$ и заряда $q(t)$ на мемристивной емкости от напряжения $U(t) = A\sin(\omega\, t)$. Результаты, полученные для различных начальных значений переменной φ, приведены на рис. 4-7 в ВКР.

Из приведенных результатов видно, что процессы, протекающие в цепи с мемристивной емкостью, существенно отличаются от процессов в цепи обычной емкости. Значение емкости и заряда может скачком изменяться при изменении напряжения, причем наблюдается явление гистерезиса: увеличение или уменьшение заряда зависит от того, растет или убывает напряжение. При низкой частоте входного гармонического напряжения ширина петли гистерезиса сравнительно мала (рис.4), но она растет с ростом частоты. Кроме того, поведение емкости и заряда при изменении напряжения будут различными при различных начальных значениях переменной φ. Так при значениях $\varphi(0) = 0.1$ и $\varphi(0) = -1.5$ наблюдается зависимость емкости от входного напряжения, а изменение заряда q при изменении напряжения демонстрирует петлю гистерезиса (см. рис.4а.б – 7а.б). При значении $\varphi(0) = 1.5$ элемент ведет себя как обычная емкость С =3 (см. рис.1в).

Мемристивная индуктивность.

Рассмотрим выражение (9) и будем задавать мемристивную индуктивность в виде кусочно-линейной функции, зависящей от переменной q:

$$L(q) = \begin{cases} L_1, |q| < 1, \\ L_2, |q| \geq 1, \end{cases} \qquad (16)$$

где

$$\frac{dq}{dt} = i(t) = A\sin(\omega\ t).$$

Проинтегрируем и получим:

$$q(t) = q(0) - \frac{A}{\omega}\cos(\omega t) + \frac{A}{\omega} = q(0) + \frac{A}{\omega}(1 - \cos(\omega t)), \quad (17)$$

где $q(0)$ – начальное значение магнитного потока. С учетом (17) выражение для мемристивной индуктивности имеет вид (18):

$$L_M(t) = \begin{cases} L_1, \quad 1\text{-}\dfrac{\omega(1+q(0))}{A} < \cos(\omega t) < 1 + \dfrac{\omega(1-q(0))}{A}, \\ L_2, \quad \cos(\omega t) > 1 + \dfrac{\omega(1-q(0))}{A} \vee \cos(\omega t) < 1 - \dfrac{\omega(1+q(0))}{A}. \end{cases} \qquad (18)$$

Для магнитного потока через мемристивную индуктивность в соответствии с выражением (9) получаем

$$\varphi(t)=\begin{cases} L_1 A\sin(\omega t), & 1\text{-}\dfrac{\omega(1+q(0))}{A}<\cos(\omega t)<1+\dfrac{\omega(1-q(0))}{A}, \\ L_2 A\sin(\omega t), & \cos(\omega t)>1+\dfrac{\omega(1-q(0))}{A}\vee\cos(\omega t)<1-\dfrac{\omega(1+q(0))}{A}. \end{cases} \qquad (19)$$

Выберем следующие параметры: $A = 2, L_1 = 6, L_2 = 1.$ Затем, задавая циклическую частоту ω=0.1,0.5,1,2 построим зависимости значения мемристивной индуктивности $L_M(t)$ и магнитного потока $\varphi(t)$ от переменного тока. Результаты, полученные для различных начальных значений переменной q, приведены на рис. 8-11 в ВКР.

Из приведенных рисунков заметим, что процессы, протекающие в цепи с мемристивной индуктивностью так же существенно отличаются от процессов в цепи обычной индуктивности. Можно отметить явление гистерезиса 1 (см. рис. 8а,б – 11а,б). Ширина петли гистерезиса растет с ростом частоты входного гармонического тока. Кроме того, как и в случае мимрестивной емкости, наблюдается зависимость протекающих процессов от начального значения переменной управляющей переменной (в данном случае заряда q). При значении $q(0)$ = 1.5 элемент ведет себя как обычная индуктивность L = 1 (см. 8в – 11в).

Изменение уравнения для управляющей переменной

В случае с измененным уравнением для управляющей переменной можно видеть зависимость мемристивной емкости от напряжения, петлю гистерезиса, ширина которой растет с частотой входного напряжения, однако зависимость процесса от начального значения магнитного потока $\varphi(0)$ исчезает. Для трех рассмотренных значений $\varphi(0)$ процесс протекает совершенно одинаково, о чем свидетельствует совпадение кривых, приведенных на фрагментах а,б,в для обеих рассмотренных значений частоты. (рис.12-15 в ВКР)

Теперь рассмотрим мемристивную индуктивность с характеристикой (16). На вход подается гармонический ток $i(t) = A\sin(\omega t)$.

Результаты, полученные для различных начальных значений переменной φ, приведены на рис. 16-19 в ВКР. Как видно из приведенных графиков, для трех рассмотренных начальных значений $q(0)$ процесс протекает совершенно одинаково для всех рассмотренных значений частоты.

Заключение

Средствами численного эксперимента были проанализированы зависимости мемристивной емкости $C_M\ (\varphi)$ и заряда q на мемристивной емкости от входного гармонического напряжения и зависимости мемристивной индуктивности $L_M\ (q)$ и магнитного потока φ через мемристивную индуктивность от входного гармонического тока в моделях катушки индуктивности и конденсатора с мемристивными свойствами.

Показано, что, особые свойства мемристивных элементов проявляются в наличии петли гистерезиса и зависимости процесса от начального значения управляющей переменной (магнитного потока для мемристивной ёмкости и заряда для мемристивной индуктивности). Существественную роль играет частота входного сигнала. С ростом частоты входного напряжения на емкости или частоты тока через индуктивность ширина петли гистерезиса увеличивается.

Изменение уравнения для переменной состояния приводит к исчезновению зависимости процесса в мемристивном элементе (емкости или индуктивности) от начального состояния управляющей переменной. В этом случае в установившемся режиме мемристивный элемент ведет себя как нелинейная емкость или индуктивность. Свойство мемристивности, т.е. памяти о начальном состоянии теряется.

Список литературы включает 25 ссылок на научные публикации по теме ВКР.