

Министерство образования и науки Российской Федерации  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиотехники и электродинамики  
наименование кафедры

**Применение методов радиофизики для исследо-  
вания особенностей дискретизации пространст-  
венных сигналов**

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

Студента 2 курса 242 группы

направления 03.04.03 «Радиофизика»

код и наименование направления (специальности)

физического факультета

наименование факультета, института, колледжа

Аль ДжвебраХайдераАбдулзахры

фамилия, имя, отчество

Научный руководитель  
доцент кафедры, к. ф.-м. н.

Гребенюк К.А.

должность, ученая степень, звание подпись, дата

инициалы, фамилия

Консультант

должность, ученая степень, звание

подпись, дата

инициалы, фамилия

Зав.кафедрой

д.ф.-м. н., проф. Глухова О.Е.

должность, ученая степень, звание

подпись, дата

инициалы, фамилия

Саратов 2018

# Введение

Цифровая обработка сигналов – чрезвычайно мощный инструмент, широко применяемый в различных областях. При практическом применении ЦОС встает необходимость изучения и учета различных эффектов дискретизации.

Целью данной работы является исследование особенностей дискретизации пространственных сигналов с помощью математических инструментов, используемых в радиофизике.

Данная работа состоит из четырех частей. В первой части работы я рассматриваю основные классификации сигналов, используемые в радиофизике. Во второй и третьих частях, соответственно, мной был проведен обзор свойств преобразования Фурье и свойств Ш-функции с использованием литературы. В заключительной части работы я рассматриваю вывод формулы для связи спектра дискретного временного сигнала со спектром аналогового временного сигнала, как это делается в учебниках, и, по аналогии с этим выводом, провожу вывод формулы для связи спектров дискретного и аналогового пространственных сигналов.

Отличительной особенностью данной работы от рассмотренных учебников является то, что вывод формулы для связи спектров дискретного и аналогового пространственных сигналов проводится с использованием свойств и символического обозначения Ш-функции.

# 1. Классификации сигналов, наиболее часто применяемые в радиотехнике

Электрические сигналы представляют собой электрические процессы, используемые для передачи, приема и преобразования информации.

По предсказуемости сигналы можно разделить на два больших класса: детерминированные и случайные. Детерминированными называются сигналы, мгновенные значения которых в любой момент времени можно предсказать с вероятностью, равной единице, и которые могут быть заданы в виде некоторой определенной функции времени. Случайные сигналы представляют собой хаотические функции времени, значения которых в конкретный момент времени заранее неизвестны и не могут быть предсказаны с вероятностью, равной единице.

С точки зрения роли сигнала в передаче информации подразделяют на управляющие сигналы и радиосигналы. Под первыми понимают модулирующие, а под вторыми - модулированные колебания.

С точки зрения характера переменных в сигнале классифицируются на непрерывные и дискретные. Непрерывный сигнал  $s(t)$  является функцией непрерывной переменной  $t$ , а дискретный сигнал  $s(x)$  - функцией дискретной переменной  $x$ , принимающей только фиксированные значения.

Результаты проведенного обзора классификаций сигналов представлены на Рис. 1.



Рис. 1. Основные классификации сигналов, согласно обзору, проведенному в главе 1 данной работы.

## 2. Основные свойства преобразования Фурье

Преобразование Фурье - распространенный инструмент анализа непериодических и затухающих сигналов. Мной были изучены источники [2-7, 10-12], и на основе информации из них сделан обзор основных свойств преобразования Фурье.

## 3. Ш-функция и ее свойства

Для того, чтобы дать определение Ш-функции рассмотрим вначале так называемую *comb*-функцию Дирака, которая представляет собой поток  $\delta$ -импульсов, равномерно распределенных по временной оси[6,7]

$$comb_a(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - na)$$

где  $t$  – время,  $\delta$  – дельта-функция Дирака,  $a$  – шаг дискретизации

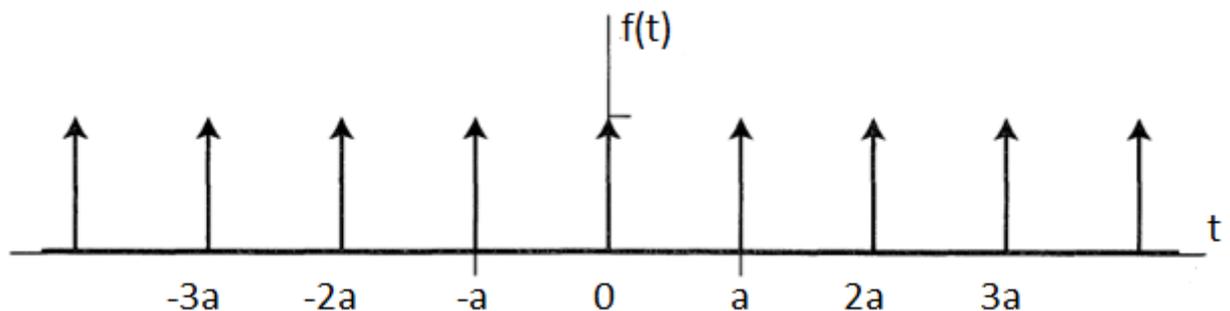


Рис. 3.1. *comb*-функция Дирака,  $comb_a(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - na)$ [6].

«Ш - функция (с интервалом  $T$ ) – это частный случай *comb*-функции Дирака при  $a = T$ ».

$$\text{Ш}(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - n)$$

На основании источников [6,7,9,12-14] мной были изучены основные свойства Ш-функции. Результаты приведены в таблице 3.

Таблица 3.1. Результаты обзора свойств Ш-функции.

Свойство /источник	Osgood. В [9]	Vetterli M., Kova- cevic J., Goyal V.K. 2014. [13]	Herman R. L. 2017. [6]	Hansen E.W. 2014. [12]	Bracewell R. N. 2000. [7]
Сэмплинг (sampling)	+	+	+	+	+
Репликация (replica- tion)	-	-	+	+	+
Задержка и трансляция (Dilation and transla- tion)	-	-	+	-	-
Распределение (Distribution)	+	-	-	-	-
Периодичность (periodizing)	+	-	-	-	-
Скейлинг (scaling)	+	-	-	-	-

#### **4. Связь спектров дискретного и аналогового сигналов**

В данной главе будут рассмотрены процессы дискретизации временных и пространственных сигналов, а также выведены формулы для их спектров. Соответственно, временному сигналу будет посвящен пункт 4.1, а пространственному – пункт 4.2.

В пункте 4.1 (см. Рис. 4.1) приведен вывод формулы связи спектра дискретного временного сигнала со спектром аналогового временного сигнала, так как это обычно делается в учебниках.

В пункте 4.2 (см. Рис. 4.2), по аналогии с пунктом 4.1, осуществлен вывод формулы связи спектра дискретного пространственного сигнала со спектром аналогового пространственного сигнала. При этом, в отличие от пункта 4.1, широко использованы свойства и символическое обозначение Ш-функции, что позволило существенно упростить вывод формулы по сравнению с пунктом 4.1.

При выводах формул в пунктах 4.1 и 4.2 использовалась информация из учебников [1,2,4,15], из статьи [14], а также материалы с занятий, проведенных научным руководителем данной работы.

Формула связи спектров дискретного и аналогового временных сигналов, выведенная в пункте 4.1:

$$S_D(f) = \frac{1}{\Delta t} \sum_{k=-\infty}^{\infty} S_A\left(f - \frac{k}{\Delta t}\right).$$

Формула связи спектров дискретного и аналогового пространственных сигналов, выведенная в пункте 4.2:

$$S_D(u, v) = \frac{1}{\Delta x \Delta y} \sum_{n, m=-\infty}^{\infty} S_A\left(u - \frac{n}{\Delta x}, v - \frac{m}{\Delta y}\right).$$

## Заключение

Целью данной работы было исследование особенностей дискретизации пространственных сигналов с помощью математических инструментов радиофизики. Для этого в первой части работы были рассмотрены различные существующие классификации сигналов, во второй части был произведен обзор свойств преобразования Фурье с использованием русскоязычной и англоязычной литературы, третья часть работы была посвящена свойствам Ш-функции. В разделе 4.1 мной был рассмотрен вывод формулы для связи спектра дискретного временного сигнала со спектром аналогового временного сигналов, как это делается в учебниках. А в разделе 4.2 я провел вывод формулы для связи спектров дискретного и аналогового пространственных сигналов с использованием свойств и символических обозначений Ш-функции.

В ходе данной работы мной были изучены основные термины (на русском и английском языках), связанные с использованием преобразования Фурье и Ш-функции для описания радиотехнических сигналов и был проведен сравнительный обзор свойств Ш-функции. Результаты обзора представлены в виде таблицы. Также мной была получена формула связи спектров дискретного и аналогового пространственного сигналов по аналогии с описанием дискретизации радиотехнических сигналов. Использование свойств Ш-функции существенно упростило вывод формулы, так как отпала необходимость использовать разложение в ряд Фурье, что было бы особенно громоздко в случае пространственных сигналов.

## Список использованной литературы

1. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Радио и связь, 1986. - 512 с.
2. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. – СПб.:Питер, 2002. - 608 с.
3. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник. – М.: Высш. Школа, 1983. – 536 с.
4. Локшин Г.Р. Основы радиооптики: Учебное издание. – Долгопрудный: Издательский дом «Интеллект», 2009. – 344 с.
5. Сато Ю. Без паники! Цифровая обработка сигналов / Юкио Сато: пер. с яп. Селиной Т.Г., М.: Додэка - XXI, 2010 – 176 с.
6. Herman R. L. An introduction to Fourier analysis. – Boca Raton: CRC Press, 2017. – 385 с.
7. Bracewell R. N. The Fourier transformation and its applications. - New York: McGrawHill, 2000. - 616 с.
8. Smith S. W. The scientist and engineer guide to digital signal processing. - San Diego: California Technical Publishing, 1999. – 650 с.
9. Osgood. B. Lecture Notes for EE 261 The Fourier Transform and its Applications, Stanford University, 422 с.
- 10.Квайз М.А. Математические методы в Фурье-анализе. Эр-Рияд, 1997. 159с.
- 11.Дахнович А.А. Радиотехнические цепи и сигналы Тамбов: ТГТУ, 2009. — 176 с.
- 12.Hansen E.W. Fourier transforms. Principles and applications. John Wiley & Sons Inc., Hoboken. 2014, 755 с.
- 13.Vetterli M., Kovacevic J., Goyal V.K. Foundations of Signal Processing Cambridge University Press.2014, 715с

14. Гребенюк К.А. Использование Ш-функции при описании дискретизации радиотехнических сигналов // Материалы Всероссийской науч. конф. «Проблемы критических ситуаций в точной механике и управлении». – Саратов: ООО Издательский Центр «Наука», 2013. – С. 337-341.
15. Солонина А. И., Улахович Д. А., Арбузов С. М., Соловьева Е. Б. Основы цифровой обработки сигналов. – Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2005, 768 с.
16. Патюков В.Г., Патюков Е.В., Кашкин В.Б. – Красноярск.: Радиотехнические цепи и сигналы, СФУ, 2007, 200 с.
17. Зубарев Ю.Б., Витязев В.В., Дворкович В.П. Цифровая обработка сигналов – информатика реального времени