

Министерство образования и науки Российской Федерации  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра электроники, колебаний и волн

**Анизотропное распространение магнитоэлектрических  
волн в произвольно намагниченном полосковом  
ферромагнитном волноводе**

**АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ**

Студентки 2 курса 225 группы  
направления 03.04.03 «Радиофизика»  
Факультета нелинейных процессов  
Петриной Екатерины Александровны

Научный руководитель  
доцент, к.ф.-м.н

С.В.Гришин

Зав. кафедрой электроники, колебаний и волн

чл.-корр. РАН, профессор

Д.И.Трубецков

Саратов 2018 г.

## Введение

Впервые металлические волноводы, заполненные ферромагнитными средами, начали исследоваться в 50-х годах прошлого столетия на предмет создания на их основе различных устройств диапазона СВЧ, работающих, главным образом, на эффекте Фарадея [1]. Электродинамический анализ таких волноведущих структур базировался на решении полной системы уравнений Максвелла с соответствующими граничными условиями. Аналитические решения были получены для обыкновенной и необыкновенной право- и левополяризованных электромагнитных волн, распространяющихся в объемных ферромагнитных образцах. Появление в конце 70-х годов технологий по эпитаксиальному росту тонких ферромагнитных пленок дало толчок для разработки приближенных методов расчета электродинамических характеристик волн намагниченности, в частности, магнитоэлектрических волн (МЭВ), распространяющихся в указанных пленках. В качестве наиболее простой для аналитического анализа структуры рассматривалась ограниченная по толщине и безграничная по остальным направлениям ферромагнитная пленка с граничными условиями на обеих её сторонах в виде идеально проводящих металлических экранов [2]. Такую структуру, по аналогии с объёмными образцами [1] можно называть полосковым волноводом. Наиболее полный анализ электродинамических характеристик МЭВ был выполнен для нескольких частных случаев намагничивания полоскового волновода (нормального, продольного и поперечного). Ниже, на основе приближенного подхода, будет получено дисперсионное уравнение для произвольно намагниченного полоскового ферромагнитного волновода и проведен анализ электродинамических характеристик МЭВ, распространяющихся в такой структуре.

Целью настоящей работы является исследование анизотропного распространения объемных магнитоэлектрических волн в касательно и наклонно намагниченных полосковых ферромагнитных волноводах. В частности, предстоит проверить, наблюдается ли эффект, связанный с нарушением коллинеарности вектора групповой скорости и волнового вектора в указанных волноведущих структурах.

## Глава 1. Дисперсия магнитоэлектрических волн в произвольно намагниченном полосковом ферромагнитном волноводе

На Рис.1 приведено схематическое изображение анализируемой структуры, представляющей собой полосковый ферромагнитный волновод со стороной  $w_1 = d$ . Волновод намагничен до насыщения внешним постоянным магнитным полем  $\vec{H}_0$  произвольного, но заданного направления, с которым совпадает вектор макроскопической стационарной намагниченности  $\vec{M}_0$ . Предполагается, что в исследуемой структуре существует только анизотропия намагничивания, которая определяется направлением

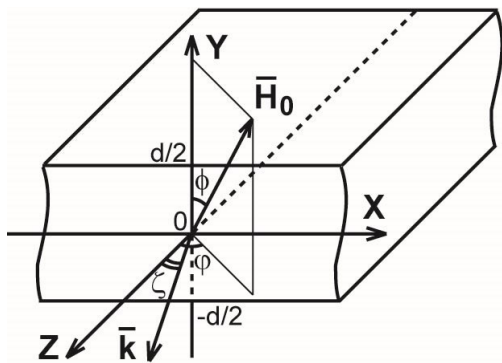


Рис. 1. Схематическое изображение анализируемой структуры

магнитного поля  $\vec{H}_0$ . Вектор стационарной намагниченности  $\vec{M}_0$  расположен под углами  $\phi$  и  $\varphi$  к осям декартовой системы координат, причем полярный угол  $\phi$  определяет угол стационарной намагниченности относительно оси  $Y$ , совпадающей с нормалью к плоскости  $XZ$ , а азимутальный угол  $\varphi$  характеризует изменение направления  $\vec{M}_0$  в этой плоскости относительно оси  $Z$ . Последняя осуществляет симметричное разделение плоскостей  $XZ$  и  $YZ$  на положительные и отрицательные полуплоскости, что дает основание рассматривать её как некую ось симметрии полоскового волновода. Отметим, что, вводя у полоскового волновода ось симметрии, становится возможным исследовать одновременное отклонение от неё как фазового фронта волны, так и вектора магнитного поля. Такой общий случай представляет определенный интерес, во-первых, потому, что он близок к практической ситуации, возникающей при проведении экспериментальных исследований с прямоугольными ферромагнитными волноводами, во-вторых, необходим для получения общего аналитического выражения, связывающего между собой угол вращения групповой скорости МСВ с углами вращения магнитного поля и фазового фронта волны, и, в-третьих, важен для теоретического анализа вращения изочастотных линий за счет поворота вектора магнитного поля. Таким образом, в рассматриваемой системе существуют три выделенных направления, одно из которых совпадает с направлением нормали к поверхности пленки (ось  $Y$ ), другое определяется продольной осью симметрии полоскового волновода (ось  $Z$ ), а третье направление задается вектором  $\vec{H}_0$ .

Для вывода дисперсионного уравнения для произвольно намагниченного полоскового волновода используется магнитостатическое приближение, которое применимо для расчета дисперсионных характеристик МСВ в тонких ферромагнитных пленках. Известно, что в квазистатическом приближении, когда фазовая скорость волны  $V_\phi$  в ферромагнитной среде намного меньше скорости света в вакууме  $c$  ( $V_\phi \ll c$ ) или длина волны в среде  $\lambda$  намного меньше длины волны в вакууме  $\lambda_0$  ( $\lambda \ll \lambda_0$ ), из уравнений Максвелла следует система уравнений аналогичная уравнениям магнитостатики с той лишь разницей, что магнитная проницаемость у ферромагнетика есть тензорная величина [3]:

$$\text{rot} \vec{h} = 0, \quad (1)$$

$$\text{div}(\vec{\mu} \vec{h}) = 0. \quad (2)$$

Для решения уравнений (1) и (2) вводится скалярный магнитостатический потенциал  $\Psi$ :

$$\vec{h} = \text{grad} \Psi = \vec{i} \frac{\partial \Psi}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial \Psi}{\partial y} + \vec{s} \frac{\partial \Psi}{\partial z} = \vec{i} h_x + \vec{j} h_y + \vec{s} h_z \quad (3)$$

где  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{s}$  - единичные вектора.

В этом случае уравнение (1) удовлетворяется для любого  $\Psi$ , так как

$$\text{rot}(\text{grad} \Psi) = 0.$$

Уравнение (2) с учетом (3) переписывается к следующему виду:

$$\text{div}(\vec{\mu} \text{grad} \Psi) = 0. \quad (4)$$

Уравнение (4) использовал Уокер в 1956 году для описания магнитостатических колебаний в ферритовых образцах сферической формы, поэтому его часто называют уравнением Уокера. Тензор  $\vec{\mu}$  в случае произвольного намагничивания, когда в среде есть три выделенных направления, имеет следующий вид [4]:

$$\vec{\mu} = \begin{vmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \mu_{13} \\ \mu_{21} & \mu_{22} & \mu_{23} \\ \mu_{31} & \mu_{32} & \mu_{33} \end{vmatrix}, \quad (5)$$

где

$$\mu_{11} = \mu(\text{Sin}^2 \phi \text{Cos}^2 \phi + \text{Cos}^2 \phi) + \text{Sin}^2 \phi \text{Sin}^2 \phi, \quad \mu_{12} = [j\mu_a \text{Cos} \phi + (1 - \mu) \text{Cos} \phi \text{Sin} \phi] \text{Sin} \phi,$$

$$\mu_{13} = -j\mu_a \text{Cos} \phi + (1 - \mu) \text{Sin}^2 \phi \text{Sin} \phi \text{Cos} \phi,$$

$$\mu_{21} = [-j\mu_a \text{Cos} \phi + (1 - \mu) \text{Cos} \phi \text{Sin} \phi] \text{Sin} \phi, \quad \mu_{22} = \text{Cos}^2 \phi + \mu \text{Sin}^2 \phi,$$

$$\mu_{23} = [j\mu_a \text{Sin} \phi + (1 - \mu) \text{Cos} \phi \text{Cos} \phi] \text{Sin} \phi,$$

$$\mu_{31} = j\mu_a \cos\phi + (1-\mu)\sin^2\phi \sin\varphi \cos\varphi, \quad \mu_{32} = [-j\mu_a \sin\phi + (1-\mu)\cos\phi \cos\varphi] \sin\varphi,$$

$$\mu_{33} = \mu(\cos^2\phi + \sin^2\phi \sin^2\varphi) + \sin^2\phi \cos^2\varphi,$$

$\mu$  - диагональная компонента тензора  $\vec{\mu}$ , равная

$$\mu = \frac{\omega_H(\omega_H + \omega_M) - \omega^2}{\omega_H^2 - \omega^2}, \quad (6)$$

$\mu_a$  - недиагональная компонента тензора  $\vec{\mu}$ , равная

$$\mu_a = \frac{\omega_M \omega}{\omega_H^2 - \omega^2}. \quad (7)$$

В соотношениях (6) и (7) введены следующие обозначения

$$\omega_H = \gamma H,$$

$$\omega_M = 4\pi\gamma M_0,$$

где  $\gamma$  - гиромагнитное отношение, равное  $2\pi \times 2.8$  МГц/Э,  $H$  - внутреннее локальное магнитное поле, действующее на данный магнитный момент в данной точке среды и  $4\pi M_0$  - намагниченность насыщения ферромагнетика.

Перемножая скалярно тензор  $\vec{\mu}$  (5) на вектор  $\vec{\nabla}\Psi$  и беря дивергенцию от полученного нового вектора, имеем следующее дифференциальное уравнение в частных производных для произвольно намагниченной ферромагнитной среды:

$$\begin{aligned} & \left[ \mu(\sin^2\phi \cos^2\varphi + \cos^2\phi) + \sin^2\phi \sin^2\varphi \right] \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \\ & + (\cos^2\phi + \mu \sin^2\phi) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \left[ \mu(\cos^2\phi + \sin^2\phi \sin^2\varphi) + \sin^2\phi \cos^2\varphi \right] \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + \\ & + 2(1-\mu) \sin\phi \cos\phi \sin\varphi \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial y} + 2(1-\mu) \sin^2\phi \sin\varphi \cos\varphi \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial z} + \\ & + 2(1-\mu) \sin\phi \cos\phi \cos\varphi \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y \partial z} = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

Из полученного уравнения (8) нетрудно найти уравнения для трех частных случаев.

1.  $\vec{H}_0 || OY$  ( $\phi = 0$ )

$$\mu \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right) + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = 0, \quad (9)$$

2.  $\vec{H}_0 || OX$  ( $\phi = 90^\circ, \varphi = 0$ )

$$\mu \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = 0. \quad (10)$$

3.  $\vec{H}_0 \parallel OZ$  ( $\phi = 90^\circ$ ,  $\varphi = 90^\circ$ )

$$\mu \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right) + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = 0. \quad (11)$$

Будем полагать, что ферромагнитная среда является ограниченной вдоль оси  $Y$  и имеет однородное распределение магнитостатического потенциала вдоль осей  $X$  и  $Z$ . Волна распространяется в плоскости  $XZ$ , как показано на Рис.1. В этом случае уравнению (8) удовлетворяет функция типа

$$\Psi = (A \cos k_y y' + B \sin k_y y') e^{j(k_x x + k_z z)}, \quad (12)$$

где  $A$  и  $B$  - неизвестные коэффициенты,  $y' = y + d/2$ . Для нахождения постоянных коэффициентов  $A$  и  $B$  необходимо использовать граничные условия, которые, в отсутствие свободных зарядов и токов, заключаются в непрерывности касательных компонент магнитного поля и нормальных компонент магнитной индукции [5]. Если одной из сред является ферромагнитный диэлектрик, а другой средой – проводник (металл), то в первом приближении можно считать, что поле в проводнике равно нулю. Для касательных компонент магнитного поля имеем:

$$\Psi_1 = \Psi_2 = 0. \quad (13)$$

где  $\Psi_1, \Psi_2$  - магнитостатический потенциал в ферромагнитной среде и в металле, соответственно.

Подставляя (13) в (12), при  $A=0$  получаем:

$$k_y = \frac{n\pi}{d}, \quad (14)$$

где  $n=0, 1, 2, \dots$  - номер волноводной (толщинной) моды. Таким образом, в анализируемой структуре возможно существование бесконечного числа толщинных мод объемных МСВ, удовлетворяющих условию (14).

Из (8) с учетом (12), после достаточно громоздких математических преобразований, получаем характеристическое уравнение для произвольно намагниченного полоскового ферромагнитного волновода с граничными условиями в виде (14):

$$\begin{aligned} & \left[ \mu (\sin^2 \phi \cos^2 \phi + \cos^2 \phi) + \sin^2 \phi \sin^2 \phi \right] k_x^2 + (\cos^2 \phi + \mu \sin^2 \phi) k_y^2 + \\ & + \left[ \mu (\cos^2 \phi + \sin^2 \phi \sin^2 \phi) + \sin^2 \phi \cos^2 \phi \right] k_z^2 + 2(1 - \mu) \sin^2 \phi \sin \phi \cos \phi k_x k_z \mp \\ & \mp 2(1 - \mu) k_y (k_x \sin \phi + k_z \cos \phi) \sin \phi \cos \phi = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Подставляя в (15) выражение для  $\mu$  в виде (6), получаем дисперсионное уравнение, связывающее круговую частоту  $\omega$  с проекциями  $k_x$  и  $k_z$  волнового вектора  $\vec{k}$ :

$$\begin{aligned} \omega = \omega_H \left\langle 1 + \Omega_M \left\{ k_x^2 (\sin^2 \phi \cos^2 \phi + \cos^2 \phi) + k_y^2 \sin^2 \phi + k_z^2 (\sin^2 \phi \sin^2 \phi + \cos^2 \phi) - \right. \right. \\ \left. \left. - 2 [k_x k_z \sin \phi \sin \phi \cos \phi \mp k_y (k_x \sin \phi + k_z \cos \phi) \cos \phi] \sin \phi \right\} / (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) \right\rangle^{1/2} \end{aligned} \quad (16)$$

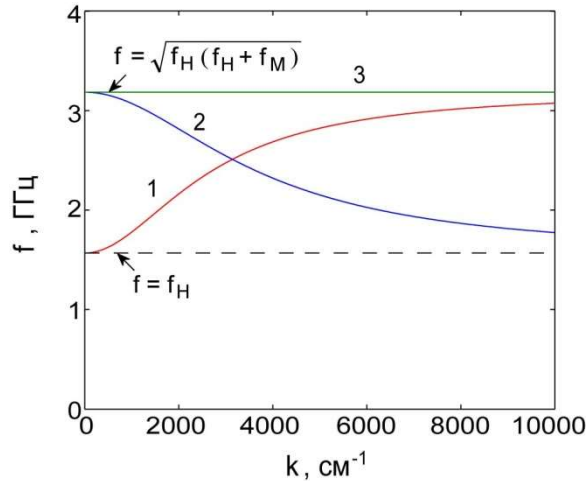
где  $\Omega_M = \omega_M / \omega_H$ . При  $k_x = k \sin \zeta$  и  $k_z = k \cos \zeta$  (см. Рис.1) из (15) и (16) получаем выражения, записанные относительно модуля волнового вектора:

$$\begin{aligned} & \left[ \mu (\sin^2 \phi \sin^2 \xi + \cos^2 \phi) + \sin^2 \phi \cos^2 \xi \right] k^2 + (\mu \sin^2 \phi + \cos^2 \phi) k_y^2 \mp \\ & \mp 2 k k_y (1 - \mu) \sin \phi \cos \phi \cos \xi = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

и

$$\omega = \omega_H \sqrt{1 + \Omega_M \frac{k^2}{k^2 + k_y^2} \left( \sin^2 \phi \sin^2 \xi + \cos^2 \phi + \frac{k_y^2}{k^2} \sin^2 \phi \pm 2 \frac{k_y}{k} \sin \phi \cos \phi \cos \xi \right)} \quad (18)$$

где  $\xi = \zeta - \phi$ .



**Рис.2** Дисперсионные характеристики МСВ при нормальном (кривая 1), продольном (кривая 2) и поперечном (кривая 3) намагничивании. Расчеты для всех трех случаев выполнены при  $4\pi M_0 = 1750$  Гс,  $d = 10$  мкм и  $n = 1$ . В случае касательного намагничивания  $H = H_0 = 560$  Э, а при нормальном намагничивании, в соответствие с (21),  $H = 560$  Э и  $H_0 = 2310$  Э.

## Глава 2. Анизотропное распространение МСВ в полосковом ферромагнитном волноводе

Анизотропное распространение МСВ в случае неколлинеарности векторов  $\vec{V}_g$  и  $\vec{k}$  экспериментально исследовалось для ПМСВ в пленках ЖИГ толщиной  $d=10$  мкм, имеющих форму в виде полудисков диаметром 40 мм [17]. Экспериментально была получена нелинейная зависимость угла поворота вектора групповой скорости ПМСВ от угла вращения фазового фронта волны, задаваемого микрополосковой антенной, и эта зависимость находилась в хорошем качественном соответствии с результатами расчета. Однако, анизотропное распространение ПМСВ исследовалось, фактически, в бесконечно широком ЖИГ-волноводе, что затрудняло практическое использование данного физического эффекта в технике СВЧ.

Известно, что групповая скорость волны, распространяющейся в анизотропной среде, определяется как градиент частоты в пространстве волновых векторов [3]:

$$\vec{V}_g = \text{grad}_k \omega \quad (19)$$

или так:

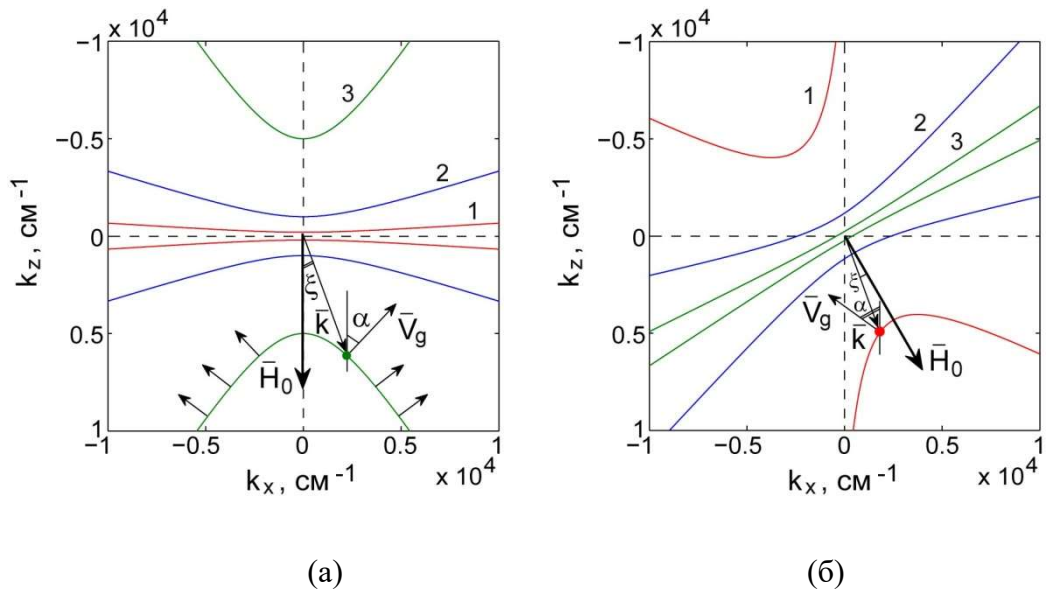
$$\vec{V}_g = \frac{\partial \omega}{\partial k_x} \vec{x}_0 + \frac{\partial \omega}{\partial k_y} \vec{y}_0 + \frac{\partial \omega}{\partial k_z} \vec{z}_0, \quad (20)$$

где  $\vec{x}_0, \vec{y}_0$  и  $\vec{z}_0$  - орты в направлении осей  $X, Y$  и  $Z$ .

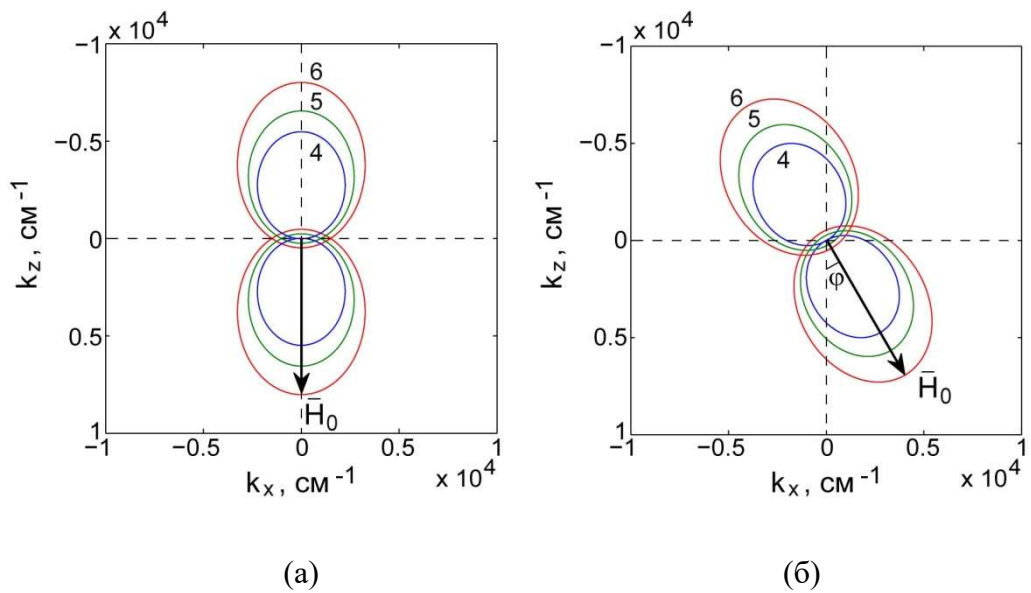
В рассматриваемом нами случае МСВ распространяются в плоскости  $XZ$  ферромагнитной пленки, поэтому волновой вектор и групповая скорость этих волн имеют только две составляющие:

$$\begin{aligned} k_x &= k \sin \zeta, \quad V_{gx} = \partial \omega / \partial k_x, \\ k_z &= k \cos \zeta, \quad V_{gz} = \partial \omega / \partial k_z. \end{aligned}$$





**Рис.3** Изочастотные линии ООМСВ, соответствующие нескольким значениям частоты  $f$ : 1 – 2152.51 МГц, 2 – 3071.64 МГц и 3 – 3179.75 МГц, построены для различных углов  $\varphi$ : 0 (а), 30° (б).



**Рис.4** Изочастотные линии ОМСВ, соответствующие нескольким значениям частоты  $f$  из Области 2: 4 – 2098.26 МГц, 5 – 2215.75 МГц и 6 – 2334.35 МГц, построены при  $\phi = 30^\circ$  и различных углах  $\varphi$ : 0 (а), 30° (б).

Таким образом, проведенный анализ изочастотных линий позволяет говорить о том, что при произвольном намагничивании плоского ферромагнитного волновода наблюдается расщепление дисперсионной характеристики МСВ на две ветви, соответствующие волнам разной поляризации. При этом разно поляризованные волны существуют в ферромагнитной среде с волноводной дисперсией и характеризуются

отличным поведением вектора групповой скорости при изменении направления магнитного поля и фазового фронта волны.

## **Заключение**

- В теоретическом плане на основе использования уравнений Максвелла и Ландау-Лифшица в магнитостатическом приближении получено дисперсионное уравнение для произвольно намагниченного полоскового волновода с ферромагнитной пленкой, и показана возможность управления законами дисперсии МСВ в такой структуре за счет изменения направления внешнего постоянного магнитного поля. На основе указанного дисперсионного уравнения получено в аналитическом виде выражение, связывающее между собой угол поворота вектора групповой скорости МСВ с углами вращения векторов магнитного поля и фазового фронта волны, которое позволит установить однозначное соответствие между законами дисперсии и особенностями вращения вектора групповой скорости МСВ
- Так же проведенный анализ изочастотных линий позволяет говорить о том, что при произвольном намагничивании полоскового ферромагнитного волновода наблюдается расщепление дисперсионной характеристики МСВ на две ветви, соответствующие волнам разной поляризации. При этом разно поляризованные волны существуют в ферромагнитной среде с волноводной дисперсией и характеризуются отличным поведением вектора групповой скорости при изменении направления волнового вектора.

## **Список использованной литературы**

1. *Микаэлян А.Л.* Теория и применение ферритов на сверхвысоких частотах. М. – Л.: Госэнергоиздат. 1963. 664 с.
2. *Стальмахов В.С., Игнатьев А.А.* Лекции по спиновым волнам. Саратов: Изд. Саратов. ун-та.).
3. Вашковский А.В., Стальмахов В.С., Шараевский Ю.П. Магнитостатические волны в электронике сверхвысоких частот. Саратов: СГУ.
4. *Vajpai S.N., Weinert R.W., and Adam J.D.* Variable magnetostatic wave delay lines // J. Appl. Phys. 1985. Vol. 58, No 2. P. 990-996)
5. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. 2-е изд. М: Наука. 1982. 623 с.

6. *Славин А.Н., Фетисов Ю.К.* Влияние ориентации постоянного магнитного поля на дисперсионные характеристики волн намагниченности в пленках железиттриевого граната // ЖТФ. 1988. Т. 58, № 11. С. 2210-2218.
7. *Шевченко В.В.* Киральные электромагнитные объекты и среды // Соросовский образовательный журнал. 1998. № 2. С. 109-114.
8. *Vajrai S.N.* Steering of magnetostatic bulk waves in a dielectric layered structure // J. Appl. Phys. 1979. Vol. 50, No 10. P. 6564-6566