Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра теории функций и
стохастического анализа

ЭКЗОТИЧЕСКИЕ ОПЦИОНЫ ЕВРОПЕЙСКОГО ТИПА В СЛУЧАЕ ПРИТОКА И ОТТОКА КАПИТАЛА

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

Студентки 2 курса 218 группы
направления 01.04.02 — Прикладная математика и информатика
механико-математического факультета
Дрозденко Екатерины Анатольевны

Научный руководитель
доцент, к. ф.-м. н. ____________ А. В. Шаталина

Заведующий кафедрой
д. ф.-м. н., доцент ____________ С. П. Сидоров

Саратов 2018

ВВЕДЕНИЕ

Опционы, как производные (вторичные) ценные бумаги, играют существенную роль в теории и практике современного финансового рынка. К настоящему времени достаточно хорошо развита теория стандартных опционов европейского типа, платёжные обязательства по которым (платёжные функции) характеризуются фиксированной датой исполнения, ценой базисного (рискового) актива (спотовая цена) и ценой купли или продажи базисного актива (страйковая цена) в момент исполнения опциона.

Поскольку выплаты по стандартным опционам могут быть достаточно большими, что представляет существенный риск для инвестора, то встаёт проблема их ограничения, для решения которой имеется два основных подхода. При первом подходе, определяемом как несовершенное хеджирование, используются вероятностные характеристики, которые достаточно сложно отследить. Второй подход более практичный заключается во внесении дополнительных условий в платёжное обязательство, а опционы, соответствующие подобным обязательствам, получили название экзотических опционов.

Хотя экзотические опционы имеют широкое хождение на финансовых рынках, их теория является мало разработанной, и контракты по ним заключаются на основе опыта работы брокеров и эвристических соображений, в основе которых лежат классические формулы Блэка - Шоулза и Кокса - Росса - Рубинштейна.

В данной работе для биномиальной модели (B, S) - рынка в случае возможного притока и оттока капитала проводится исследование одного вида экзотических опционов купли и продажи европейского типа, когда выплаты по опционам ограничиваются заданной величиной.

Целью работы является изучить экзотические опционы, написать программу, позволяющую вычислять стоимость экзотического опциона купли с притоком и оттоком капитала, портфель ценных бумаг и капитал инвестора, а также проанализировать работу данной программы.

Диплом построен следующим образом.

В первом разделе даётся общее представление о финансовом рынке, производных финансовых инструментах и ценных бумагах. Рассматриваются основные виды опционов и факторы, влияющие на их ценообразование. Так же в разделе описывается биномиальная модель ценообразования опционов.

Второй раздел является **теоретически** важным. В нём для биномиальной модели (B, S)-рынка в случае возможного притока и оттока капитала проводится исследование одного вида экзотических опционов купли и продажи европейского типа, когда выплаты по опционам ограничиваются заданной величиной. В первом пункте вводятся основные термины и обозначения для дальнейшего изучения стоимости опциона. Определяется общий вид функций выплат для опционов купли и продажи. Также в пункте восстановлены доказательства для вспомогательных леммы и теоремы, в которой выводятся расчётные формулы основных характеристик опциона. Во втором пункте подробно рассматриваются опционы экзотического типа: опцион купли и опцион продажи. Для этих опционов доказываются основные свойства функций выплат, определяются формулы для нахождения стоимостей этих опционов, а также портфелей и капиталов.

Третий раздел важен с **практической** точки зрения. В нём описывается экспериментальное изучение влияния различных величин на стоимость опциона и портфель ценных бумаг. Для стоимости опциона приводятся подробный анализ влияния каждой конкретной величины, с примерами конкретных значений и графиками. В конце этого пункта представлен общий вывод, показывающий наиболее интересные и значимые зависимости. Во втором пункте представлен общий вывод для количества безрисковых и рисковых активов.

Практический раздел подкреплён приложениями, в которых находятся код программы и графики зависимостей стоимости опциона от различных величин.

Результаты работы были представлены на студенческой научной конференции механико-математического факультета, апрель 2018, Саратов, Саратовский государственный университет. Принимала участие в XIX международной Саратовской зимней школе, 29 января - 2 февраля 2018, Саратов. Также результаты работы были представлены и опубликованы в рамках V Международной молодежной научно-практической конференции «Математическое и компьютерное моделирование в экономике, страховании и управлении рисками», ноябрь 2016, Саратов, Саратовский государственный университет.

1 Основное содержание работы

Опцион - это срочный контракт, который даёт право одному из его участников отказаться от исполнения сделки.

В контракте участвуют два лица. Одно лицо покупает опцион, т.е. приобретает право выбора исполнить или не исполнить контракт. Другое лицо продает (выписывает опцион), т.е. предоставляет право выбора. Покупатель опциона уплачивают продавцу вознаграждение, называемое премией. Премия уплачивается в момент заключения контракта. Продавец опциона обязан исполнить свои контрактные обязательства, если покупатель опциона решает его исполнить. Если покупатель не исполняет опцион, то контракт истекает для продавца без наступления обязательств. Покупатель имеет право исполнить опцион, т.е. купить или продать базисный актив по цене, которая указана в контракте. Она называется ценой исполнения.

По действию различают следующие виды опционов :

— Опционы на покупку - **опцион колл** (call option).
— Опционы на продажу - **опцион пут** (put option).

С точки зрения исполнения, наиболее известными являются европейские, американские и экзотические опционы. Опцион называется **европейским**, если имущество может быть куплено или продано только в момент окончания опционов. Опцион называется **американским**, если имущество может быть куплено или продано в любой момент времени между датой заключения договора и датой его окончания.

Экзотические опционы - это более гибкие финансовые инструменты по сравнению с обычными производными контрактами, призванные удовлетворять индивидуальные требования заказчика. Они помогают участникам рынка, которые постоянно находятся под воздействием сложных рисков, тем, что определенным способом делают эти риски более управляемыми. Экзотические опционные продукты помогают клиентам, которым необходимо создать очень точные схемы управления рисками, чтобы оптимизировать воздействие рыночных факторов.

Хотя экзотические опционы имеют широкое хождение на финансовых рынках, их теория является малоразработанной, поэтому было принято решение в данной работе рассмотреть ценообразование именно экзотических опционов.

Рассмотрим финансовый (B, S) -рынок, на котором обращаются ценные бумаги двух видов: безрисковые (банковский счёт) и рисковые (акции). Пусть $\{B_0, B_1, ..., B_N\}$ и $\{S_0, S_1, ..., S_N\}$ – эволюции цен безрискового и рискового активов соответственно в промежутке времени $[0, N]$, имеющих в биномиальной модели представления в виде

$$B_{n+1} = \rho B_n, \quad S_{n+1} = \xi_{n+1} S_n, \quad n = \overline{0, N}, \quad B_0 > 0, \quad S_0 > 0,$$

где $\rho > 1$ – некоторая постоянная, а величины ξ_n могут принимать только два значения u и d. Если $\rho = 1 + r,\ r > 0$, то r – постоянная процентная ставка. Пусть $u > 1$ – сдвиг цены акции вверх от текущей цены, а $d,\ 0 < d < 1$, – сдвиг вниз. Будем предполагать для получения прибыли без риска, что $d < \rho < u$.

Сценарий игры на финансовом рынке заключается в следующем. Обладая капиталом X_n в момент времени n, инвестор может им управлять, распределяя его между ценными бумагами указанных типов. Пусть β_n и γ_n – количество (доля) безрисковых активов и акций соответственно, суммарная стоимость которых (капитал) равна

$$X_n = \beta_n B_n + \gamma_n S_n.$$

Предположим, что возможен отток (например, налоги, операционные издержки, накладные расходы) и приток (например, дивиденды от акций) капитала, что характеризуется последовательностью g_n $(g_0 = 0)$. При этом если $g_n > 0$, то имеется отток, а если $g_n < 0$, то имеется приток капитала. Преобразование портфеля $\pi_n = (\beta_n, \gamma_n)$ в $\pi_{n+1} = (\beta_{n+1}, \gamma_{n+1})$ происходит с учётом значения g_{n+1}, т. е. β_{n+1} и γ_{n+1} должны быть такими, что

$$X_n - g_{n+1} = \beta_{n+1} B_n + \gamma_{n+1} S_n.$$

Предположим, что последовательность g_n пропорциональна рисковой составляющей капитала с коэффициентом c, т. е.

$$g_{n+1} = c\gamma_{n+1} S_n.$$

В следующий момент времени $n+1$ за счёт изменения цен активов цена этого портфеля становится равной

$$X_{n+1} = \beta_{n+1} B_{n+1} + \gamma_{n+1} S_{n+1}.$$

Условие самофинансируемости портфеля в нашей задачи:
$\triangle\beta_{n+1} B_n + \triangle\gamma_{n+1} S_n + g_{n+1} = 0$, где $\triangle\beta_{n+1} = \beta_{n+1} - \beta_n$, $\triangle\gamma_{n+1} = \gamma_{n+1} - \gamma_n$. Далее процесс формирования капитала повторяется аналогичным образом.

Целью игры на финансовом рынке является достижение неравенства $X_N \geq f(S_N)$, где N – дата исполнения опциона, а $f(\cdot) \geq 0$ – функция выплат. Инвестор (владелец портфеля), являющийся продавцом опциона, взимая за него определённую плату в начальный момент времени, в момент предъявления опциона к исполнению N обязуется выплатить сумму, не меньшую $f(\cdot)$. Чтобы обеспечить эту выплату, он должен играть на рынке, меняя содержание портфеля в зависимости от эволюции цен B_n, S_n и значения g_n.

В случае стандартных опционов купли и продажи с платёжными функциями $\widetilde{f}^C(S_N) = (S_N - K)^+ = \max\{0, S_N - K\}$ и $\widetilde{f}^P(S_N) = (K - S_N)^+ = \max\{0, K - S_N\}$ соответственно, выплаты по опционам могут быть достаточно большими, что представляет существенный риск для инвестора. Одним из способов ограничения этого риска является решение задачи относительно платёжных функций, которые предусматривают выплаты, не превышающие заданной величины K_2, т. е. относительно функций для опционов купли $f^C(S)$ и продажи $f^P(S)$ вида

$$f^C(S_N) = \min\{(S_N - K_1)^+, K_2\},\ K_2 > 0,$$
$$f^P(S_N) = \min\{(K_1 - S_N)^+, K_2\},\ 0 < K_2 < K_1,$$

где K_2 – величина, ограничивающая выплаты по опциону. Опцион купли предъявляется к исполнению, если S_N превышает K_1, а опцион продажи предъявляется к исполнению, если S_N меньше K_1, но при этом выплаты ограничены величиной K_2.

Перейдём к важным теоремам и следствиям, в которых выводятся общие формулы для характеристик опциона, а также формулы стоимости, портфеля ценных бумаг и капитала инвестора для экзотических опционов купли и продажи.

Теорема 1. *Стоимость опциона* X_0*, капитал* X_k*,* $k = \overline{1,N}$*, и портфель (хеджирующая стратегия)* $\pi_{k+1} = (\beta_{k+1}, \gamma_{k+1})$ *определяются формулами*

$$X_0 = F_0(S_0),$$
$$X_k = \rho^{-1}[\hat{p} f_{k+1}(S_k u) + \hat{q} f_{k+1}(S_k d)],$$
$$\beta_{k+1} = \frac{u f_{k+1}(S_k d) - d f_{k+1}(S_k u)}{(\rho(u-d))B_k},$$
$$\gamma_{k+1} = \frac{f_{k+1}(S_k u) - f_{k+1}(S_k d)}{((u-d))S_k},$$
$$f_k(S) = \rho^{-(N-k)} \sum_{j=0}^{N-k} C_{N-k}^j \hat{p}^j \hat{q}^{N-k-j} f(S u^j d^{N-k-j}),$$

где C_n^m *– число сочетаний из* m *по* n*.*

Введём следующие обозначения:

$$\widehat{p^*} = \frac{u\hat{p}}{\rho(1+c)},\ \widehat{q^*} = 1 - \widehat{p^*} = \frac{d\hat{q}}{\rho(1+c)},\ \mathbb{B}(i,N,p) = \sum_{j=i}^{N} C_N^j p^j (1-p)^{N-j},$$
$$j_k^1 = \left[\ln \frac{K_1}{S_k d^{N-k}} / \ln \frac{u}{d}\right],\ j_k^2 = \left[\ln \frac{K_1 + K_2}{S_k d^{N-k}} / \ln \frac{u}{d}\right],$$
$$j_k^3 = \left[\ln \frac{K_1 - K_2}{S_k d^{N-k}} / \ln \frac{u}{d}\right],$$

где $0 \le k \le N$, $[D]$ – целая часть числа D.

Теорема 2. *Стоимости опционов купли* $\mathbb{C}_N$ *и продажи* $\mathbb{P}_N$ *определяются следующими формулами:*

$$\mathbb{C}_N = S_0(1+c)^N \left[\mathbb{B}(j_0^1+1, N, \widehat{p^*}) - \mathbb{B}(j_0^2+1, N, \widehat{p^*})\right] -$$
$$-\rho^{-N} K_1 \left[\mathbb{B}(j_0^1+1, N, \widehat{p}) - \mathbb{B}(j_0^2+1, N, \widehat{p})\right] + \rho^{-N} K_2 \mathbb{B}(j_0^2+1, N, \widehat{p})$$
$$\mathbb{P}_N = \rho^{-N} K_1 \left[\mathbb{B}(j_0^3+1, N, \widehat{p}) - \mathbb{B}(j_0^1+1, N, \widehat{p})\right] - S_0(1+c)^N \times$$
$$\times \left[\mathbb{B}(j_0^3+1, N, \widehat{p^*}) - \mathbb{B}(j_0^1+1, N, \widehat{p^*})\right] + \rho^{-N} K_2 \left[1 - \mathbb{B}(j_0^3+1, N, \widehat{p})\right]$$

Капитал и портфель в явном виде определяют следующие следствия.

Следствие 3. *Для портфеля* $\pi_{k+1}^C = (\beta_{k+1}^C, \gamma_{k+1}^C)$ *и капитала* X_k^C *опциона купли* *справедливы представления:*

$$\gamma^C_{k+1} = (1+c)^{N-k-1}\left[\mathbb{B}(j^1_k+1, N-k-1, \widehat{p^*}) - \mathbb{B}(j^2_k+1, N-k-1, \widehat{p^*})\right] +$$
$$+C^{j^1_k}_{N-k-1}\widehat{p}^{j^1_k}(1-\widehat{p})^{N-k-1-j^1_k}\frac{d^{N-k}}{(u-d)\rho^{N-k-1}}\left[\left(\frac{u}{d}\right)^{j^1_k+1} - \frac{K_1}{S_k d^{N-k}}\right] +$$
$$+C^{j^2_k}_{N-k-1}\widehat{p}^{j^2_k}(1-\widehat{p})^{N-k-1-j^2_k}\frac{d^{N-k}}{(u-d)\rho^{N-k-1}}\left[\frac{K_1+K_2}{S_k d^{N-k}} - \left(\frac{u}{d}\right)^{j^2_k+1}\right],$$

$$\beta^C_{k+1} = -\frac{K_1}{B_k\rho^{N-k}}\left[\mathbb{B}(j^1_k+1, N-k-1, \widehat{p}) - \mathbb{B}(j^2_k+1, N-k-1, \widehat{p})\right] -$$
$$-C^{j^1_k}_{N-k-1}\widehat{p}^{j^1_k}(1-\widehat{p})^{N-k-1-j^1_k}\frac{S_k d^{N-k+1}}{(u-d)B_k\rho^{N-k}}\left[\left(\frac{u}{d}\right)^{j^1_k+1} - \frac{K_1}{S_k d^{N-k}}\right] -$$
$$-C^{j^2_k}_{N-k-1}\widehat{p}^{j^2_k}(1-\widehat{p})^{N-k-1-j^2_k}\frac{S_k d^{N-k+1}}{(u-d)B_k\rho^{N-k}}\left[\frac{K_1+K_2}{S_k d^{N-k}} - \left(\frac{u}{d}\right)^{j^2_k+1}\right] +$$
$$+\frac{K_2}{B_k\rho^{N-k}}\mathbb{B}(j^2_k+1, N-k-1, \widehat{p}),$$

$$X^C_k = S_k(1+c)^{N-k-1}\left[\mathbb{B}(j^1_k+1, N-k-1, \widehat{p^*}) - \mathbb{B}(j^2_k+1, N-k-1, \widehat{p^*})\right] -$$
$$-K_1\rho^{-(N-k)}\left[\mathbb{B}(j^1_k+1, N-k-1, \widehat{p}) - \mathbb{B}(j^2_k+1, N-k-1, \widehat{p})\right] +$$
$$+C^{j^1_k}_{N-k-1}\widehat{p}^{j^1_k}(1-\widehat{p})^{N-k-1-j^1_k}\frac{S_k d^{N-k}(\rho-d)}{(u-d)\rho^{N-k}}\left[\left(\frac{u}{d}\right)^{j^1_k+1} - \frac{K_1}{S_k d^{N-k}}\right] -$$
$$-C^{j^2_k}_{N-k-1}\widehat{p}^{j^2_k}(1-\widehat{p})^{N-k-1-j^2_k}\frac{S_k d^{N-k}(\rho-d)}{(u-d)\rho^{N-k}}\left[\frac{K_1+K_2}{S_k d^{N-k}} - \left(\frac{u}{d}\right)^{j^2_k+1}\right] +$$
$$+K_2\rho^{-(N-k)}\mathbb{B}(j^2_k+1, N-k-1, \widehat{p}).$$

Следствие 4. *Для портфеля $\pi^P_{k+1} = (\beta^P_{k+1}, \gamma^P_{k+1})$ и капитала X^P_k опциона продажи справедливы представления:*

$$\gamma^P_{k+1} = -(1+c)^{N-k-1}\left[\mathbb{B}(j^3_k+1, N-k-1, \widehat{p^*}) - \mathbb{B}(j^1_k+1, N-k-1, \widehat{p^*})\right] -$$
$$-C^{j^1_k}_{N-k-1}\widehat{p}^{j^1_k}(1-\widehat{p})^{N-k-1-j^1_k}\frac{d^{N-k}}{(u-d)\rho^{N-k-1}}\left[\frac{K_1}{S_k d^{N-k}} - \left(\frac{u}{d}\right)^{j^1_k+1}\right] -$$
$$-C^{j^3_k}_{N-k-1}\widehat{p}^{j^3_k}(1-\widehat{p})^{N-k-1-j^3_k}\frac{d^{N-k}}{(u-d)\rho^{N-k-1}}\left[\left(\frac{u}{d}\right)^{j^3_k+1} - \frac{K_1-K_2}{S_k d^{N-k}}\right],$$

$$\beta_{k+1}^P = \frac{K_1}{B_k\rho^{N-k}}\left[\mathbb{B}(j_k^3+1, N-k-1, \widehat{p}) - \mathbb{B}(j_k^1+1, N-k-1, \widehat{p})\right] +$$
$$+\frac{K_2}{B_k\rho^{N-k}}\left[1 - \mathbb{B}(j_k^3+1, N-k-1, \widehat{p})\right] +$$
$$+C_{N-k-1}^{j_k^1}\widehat{p}^{j_k^1}(1-\widehat{p})^{N-k-1-j_k^1}\frac{S_k d^{N-k+1}}{(u-d)B_k\rho^{N-k}}\left[\frac{K_1}{S_k d^{N-k}} - \left(\frac{u}{d}\right)^{j_k^1+1}\right] +$$
$$+C_{N-k-1}^{j_k^3}\widehat{p}^{j_k^3}(1-\widehat{p})^{N-k-1-j_k^3}\frac{S_k d^{N-k+1}}{(u-d)B_k\rho^{N-k}}\left[\left(\frac{u}{d}\right)^{j_k^3+1} - \frac{K_1-K_2}{S_k d^{N-k}}\right],$$

$$X_k^C = K_1\rho^{-(N-k)}\left[\mathbb{B}(j_k^3+1, N-k-1, \widehat{p}) - \mathbb{B}(j_k^1+1, N-k-1, \widehat{p})\right] -$$
$$-S_k(1+c)^{N-k-1}\left[\mathbb{B}(j_k^3+1, N-k-1, \widehat{p^*}) - \mathbb{B}(j_k^1+1, N-k-1, \widehat{p^*})\right] +$$
$$+K_2\rho^{-(N-k)}\left[1 - \mathbb{B}(j_k^3+1, N-k-1, \widehat{p})\right] -$$
$$-C_{N-k-1}^{j_k^1}\widehat{p}^{j_k^1}(1-\widehat{p})^{N-k-1-j_k^1}\frac{S_k d^{N-k}(\rho-d)}{(u-d)\rho^{N-k}}\left[\frac{K_1}{S_k d^{N-k}} - \left(\frac{u}{d}\right)^{j_k^1+1}\right] -$$
$$-C_{N-k-1}^{j_k^3}\widehat{p}^{j_k^3}(1-\widehat{p})^{N-k-1-j_k^3}\frac{S_k d^{N-k}(\rho-d)}{(u-d)\rho^{N-k}}\left[\left(\frac{u}{d}\right)^{j_k^3+1} - \frac{K_1-K_2}{S_k d^{N-k}}\right].$$

Теорема 5. *Пусть $\widetilde{\mathbb{C}}_N$ - предел $\mathbb{C}_N$ при $K_2 \to \infty$, а $\widetilde{\mathbb{P}}_N$ - предел $\mathbb{P}_N$ при $K_2 \to K_1$. Тогда*

$$\widetilde{\mathbb{C}}_N = S_0(1+c)^N\mathbb{B}(j_0^1+1, N, \widehat{p^*}) - \rho^{-N}K_1\mathbb{B}(j_0^1+1, N, \widehat{p}),$$
$$\widetilde{\mathbb{P}}_N = \rho^{-N}K_1\left[1 - \mathbb{B}(j_0^1+1, N, \widehat{p})\right] - S_0(1+c)^N\left[1 - \mathbb{B}(j_0^1+1, N, \widehat{p^*})\right],$$

Поскольку при $K_2 \to \infty$ платёжная функция переходит в платёжную функцию для стандартного опциона купли, последняя формула определяет стоимость стандартного опциона купли с притоком и оттоком капитала, как предельный случай соответствующего экзотического опциона.

Исследование влияния различных величин на стоимость опциона и портфель ценных бумаг.

Для изучения зависимостей между различными параметрами задачи, а также нахождения искомых величин: стоимости экзотического опциона купли, портфеля и капитала, была написана программа на языке C++.

Данная программа реализует вычисления по следующим входным параметрам:

- N - момент исполнения опциона;

- S_0 - цена рискового актива в начальный момент времени;
- u - сдвиг цены акции вверх от текущей цены, $u > 1$;
- d - сдвиг цены акции вниз от текущей цены, $0 < d < 1$;
- r - постоянная процентная ставка, $r > 0$;
- K_1 - согласованная цена исполнения;
- K_2 - величина, ограничивающая выплаты по опциону;
- c - коэффициент рисковой составляющей.

Результатами работы программы является вывод нескольких величин: стоимость экзотического и стоимость стандартного опционов купли, составляющие рисковой и безрисковой части портфеля, а также капитал инвестора.

Для стоимостей опционов был проведён подробный анализ влияния каждого входного параметра, результаты работы программы представлен в виде таблиц и графиков. Для портфеля ценных бумаг составлен общий вывод о значениях этих величин.

Приведём наиболее важные выводы.

1. Численные результаты не противоречат выведенным ранее формулам.

2. По итогам проделанной работы можно заключить, что наибольший интерес для стоимости опциона представляют следующие зависимости:

— зависимости $\mathbb{C}_N$ от u и d - сдвигов цены вверх и вниз

Данные вопрос был рассмотрен в первых двух экспериментах работы. Зависимость $\mathbb{C}_N$ от u можно разделить на 2 этапа. На некотором интервале $u \in [u_0, u^*]$ функция $\mathbb{C}_N(u)$ является возрастающей, потому что увеличивается вероятность того, что S_N превзойдёт K_1. Для $u > u^*$ функция убывает: возрастает вероятность того, что S_N превысит величину $K = K_1 + K_2$, когда выплата по экзотическому опциону ограничивается величиной $f^c = K_2$.

Так как параметр u определяет приток капитала, а d - отток, то зависимость $\mathbb{C}_N$ от d обратная.

— зависимость $\mathbb{C}_N$ от величины K_2, ограничивающей выплаты по опционам;

Как можно заметить по результатам работы программы, наблюдается возрастание $\mathbb{C}_N$ по K_2 (кривые поднимаются с ростом K_2), причём значения $\mathbb{C}_N$ остаются меньше значений $\widetilde{\mathbb{C}}_N$, определяющих стоимость стандартного опциона. Возрастание $\mathbb{C}_N$ с ростом K_2 объясняется тем, что с ростом K_2 увеличивается величина, ограничивающая доход от реализации опциона, а за возможность получить больший доход следует больше платить.

— соотношение между ценами экзотических и стандартных опционов, т.е. между $\mathbb{C}_N$ и $\widetilde{\mathbb{C}}_N$.

Свойство $\mathbb{C}_N(u) < \widetilde{\mathbb{C}}_N(u)$ связано с отсутствием в случае стандартного опциона ограничением на величину выплаты.

3. Рисковый актив не может браться в долг, но $\gamma_{k+1}^c > 0$, если конечное значение цены рискового актива будет принадлежать интервалу $(K_1, K_1 + K_2)$. Нерисковый актив может как присутствовать в качестве текущей составляющей капитала, так и браться в долг.

4. Свойства рисковой части капитала в стучае стандартного опциона купли те же, что и для экзотического опциона, а безрисковый актив может браться в долг.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В мировой экономике рынок производных финансовых инструментов играет важную роль. Благодаря им расширяются возможности оптимизации рисков, улучшаются условия привлечения/размещения средств, снижаются расходы по формированию портфелей с требуемыми характеристиками.

Операции с деривативами, позволяющими получить большую норму прибыли, являются более рискованными, поскольку характеризуются высокими значениями финансового рычага. При этом опционы в силу нелинейности финансовых характеристик, представляются существенно более сложными с точки зрения вопросов ценообразования, анализа ценовой динамики, построения торговых стратегий.

Именно поэтому оценка различных опционов имеет большое прикладное значение при разработке стратегий на мировом финансовом и фондовых рынках.

В данной работе особое внимание уделяется экзотическим опционам, поскольку этот вид опционов является наименее исследованным и этим он наиболее интересен.

В первом разделе даётся общее представление о финансовом рынке, производных финансовых инструментах и ценных бумагах. Рассматриваются основные виды опционов и факторы влияющие на их ценообразование.

Во втором разделе для биномиальной модели (B, S)-рынка в случае возможного притока и оттока капитала проводится исследование одного вида экзотических опционов купли и продажи европейского типа, когда выплаты по опционам ограничиваются заданной величиной. В первом пункте вводятся основные термины и обозначения для дальнейшего изучения стоимости опциона. Определяется общий вид функций выплат для опционов купли и продажи. Также в пункте восстановлены доказательства для вспомогательных леммы и теоремы, в которой выводятся расчётные формулы основных характеристик опциона. Во втором пункте подробно рассматриваются опционы экзотического типа: опцион купли и опцион продажи. Для этих опционов доказываются основные свойства функций выплат, определяются формулы для нахождения стоимостей этих опционов, а также портфелей и капиталов.

В третьем разделе описывается экспериментальное изучение влияния различных величин на стоимость опциона и портфель ценных бумаг. Для стоимости опциона приводятся подробный анализ влияния каждой конкретной величины, с примерами конкретных значений и графиками. В конце этого пункта представлен общий вывод, показывающий наиболее интересные и значимые зависимости. Во втором пункте представлен общий вывод для количества безрисковых и рисковых активов.