

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математического анализа

**ЛОГАРИФМ И ЕГО СВОЙСТВА**  
**АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ**

студентки 3 курса 322 группы

направление 44.04.01 – Педагогическое образование

механико-математического факультета

Феоктистовой Натальи Николаевны

Научный руководитель

доцент, к.ф.-м.н. \_\_\_\_\_ А.М. Захаров

Зав. кафедрой

д.ф.-м.н., профессор \_\_\_\_\_ Д.В. Прохоров

Саратов 2017

## **ВВЕДЕНИЕ**

Магистерская работа представляет собой материалы для разработки электронного образовательного курса «Логарифм и его свойства». Данный образовательный курс предназначен для учащихся 10-11 классов основного общего образования, и содержит элементы, относящиеся как к обучению на базовом уровне, так и в классах с профильной подготовкой.

Электронный образовательный курс «Логарифм и его свойства» – это электронный ресурс, который содержит полный комплекс учебно-методических материалов, необходимых для освоения данной темы согласно учебному плану в рамках образовательной программы, и обеспечивает все виды работы в соответствии с программой дисциплины, включая практикум, средства для контроля качества усвоения материала, методические рекомендации для обучающегося по изучению данной темы.

**Основные цели** создания электронного образовательного курса:

- повышение качества обучения при реализации образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий;

- оптимизация деятельности педагогического состава, работающего с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий;

- создание электронной информационно-образовательной среды, позволяющей осуществлять индивидуальный подход в образовательном процессе.

**Задачи** создания электронного образовательного курса:

- соответствие единым требованиям к структуре, отдельным элементам ЭОК и технологиям обучения по нему в системе дистанционного образования Ipsilon;

- обеспечение образовательного процесса учебно-методическими и контрольно-измерительными материалами по теме «Логарифм и его свойства», реализуемой в системе дистанционного образования Ipsilon;

- постоянное совершенствование и обновление комплекса учебно-методических материалов по данной теме.

Овладение практически любой современной профессией требует определённых математических знаний. В современном мире требуется достаточно прочная математическая подготовка. Представление о важности математики в информационном мире, математические знания, умения и навыки стали сегодня необходимым компонентом общей культуры.

Выбор уровня математической подготовки должен определяться способностями и потребностями учащихся, их выбором будущей профессии. Поэтому учащиеся, готовящиеся к естественнонаучным, математическим специальностям должны иметь возможность обучаться по различным программам курса математики. Кроме обеспечения прочного сознательного овладения учащимися системой математических знаний и умений – основной задачей обучения математике в школе, изучение математики в учебном процессе предусматривает формирование у учащихся устойчивого интереса к предмету, выявление и развитие их математических способностей, ориентацию на профессии, существенно связанные с математикой.

Реализация идеи профильности старшей ступени образования в школе позволяет углубить знания учащихся по отдельным предметам и темам и подготовить их к сдаче ЕГЭ. Хорошим примером может служить решение логарифмов, являющихся обязательным компонентом ЕГЭ по математике. В заданиях ставится вопрос о нахождении значения выражения. Нужно отметить, что понятие логарифма используется во многих заданиях и понимать его смысл крайне важно. Также логарифм используется при решении уравнений и неравенств, в прикладных задачах, также в заданиях связанных с исследованием функций.

Само понятие логарифма несложное. Главное то, что необходима хорошая практика, которая даёт определённый навык. Разумеется, знание формул обязательно. Если навык в преобразовании элементарных логарифмов не сформирован, то при решении заданий можно легко допустить ошибку.

Творчески работающий педагог находится в постоянном поиске путей и средств решения задач обучения, а также вопросов развития индивидуальных

особенностей обучающегося. Поэтому преподаватели обязательно должны целенаправленно выявлять склонности учащихся, учитывая педагогические требования, предлагать им темы работ в соответствии с их знаниями и возможностями. Необходимо позволять учащимся самим выбирать уровень сложности в самостоятельных, домашних и индивидуальных работах. Тематика, содержание, сложность и трудоёмкость этих заданий должны подбираться с учётом индивидуальных особенностей школьников для успешного выполнения заданий.

Анализ нормативных документов Министерства образования и науки РФ, психолого-педагогической и методической литературы позволил выявить следующие противоречия:

– на социально-педагогическом уровне – между социально обусловленными требованиями общества к выпускнику школы, выражающимися, в частности, в потребности постоянного совершенствования умений, способности самостоятельно ставить и решать разнообразные задачи профессионального и жизненного плана, и недостаточной разработанностью вопросов использования технического обеспечения, обеспечивающих выполнение этих требований;

– на научно-методическом уровне – между высоким потенциалом прикладных и практических задач школьного курса математики и отсутствием адекватных педагогических технологий для его реализации в системе обучения.

Необходимость разрешения выявленных противоречий обуславливает **актуальность** данного исследования. Таким образом, **актуальность** исследования определяется потребностью в создании дистанционных форм обучения, а именно тестовых заданий, обеспечивающих текущий контроль при решении логарифмов.

Выявленные противоречия обусловили **проблему** исследования, которая заключается в отсутствии дистанционных материалов контроля при изучении логарифмов.

Объект исследования: процесс обучения алгебре и началам математического анализа 10-11 классов школы.

Предмет исследования: конструирование дистанционного обеспечения изучения темы «Логарифм и его свойства».

**Цель** исследования: разработка, обоснование дистанционных тестовых заданий различного уровня сложности по теме «Логарифм и его свойства».

**Гипотеза** исследования основана на предположении о том, что дистанционное обеспечение образовательного процесса изучения логарифмов может повысить эффективность текущего контроля данной темы и качество подготовки обучающихся к сдаче ЕГЭ.

Исходя из проблемы и цели исследования, определены следующие его **задачи**:

– провести анализ учебно-методической литературы с целью выявления проблем изложения данной темы в школьном курсе математики и теоретически обосновать необходимость конструирования дистанционных тестовых заданий;

– разработать электронный образовательный курс по теме «Логарифм и его свойства»;

– апробировать разработанный электронный образовательный курс «Логарифм и его свойства» в системе основного общего образования.

Для решения поставленных задач использовались следующие методы: изучение литературы, анализ и синтез, наблюдение за работой учителей математики в период практики, экспериментальная апробация разработанного электронного образовательного курса в сфере основного общего образования процессе обучения математике в МОУ «СОШ №103» Ленинского района г. Саратова.

Магистерская работа состоит из введения, двух глав, заключения и списка использованных источников.

По результатам выполнения работы на сайте <http://ipsilon-dev.sgu.ru/> выставлены:

- теоретический материал по теме «Логарифм и его свойства»;
- контрольные вопросы по теории;
- набор тренировочных задач трех уровней сложности.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

### 1 Логарифмы в школьном курсе математики

Логарифмы всегда считались сложной темой в школьном курсе математики.

Введем определение логарифма:

Логарифм по основанию  $a$  от аргумента  $x$  — это степень, в которую надо возвести число  $a$ , чтобы получить число  $x$ .

Обозначение:  $\log_a x = b$ , где  $a$  – основание,  $x$  – аргумент,  $b$  – собственно, чему равен логарифм.

Например,  $2^3 = 8 \rightarrow \log_2 8 = 3$  (логарифм по основанию 2 от числа 8 равен трем, поскольку  $2^3 = 8$ ),  $\log_2 64 = 6$ , т.к.  $2^6 = 64$ .

Важно понимать, что логарифм — это выражение с двумя переменными (основание и аргумент). Многие ученики сначала путают, где находится основание, а где – аргумент. Чтобы этого избежать, необходимо запомнить формулу:

$$\log_a x = b \leftrightarrow x = a^b$$

Перед нами – не что иное, как определение логарифма. Вспомним: логарифм – это степень, в которую надо возвести основание, чтобы получить аргумент. Именно основание возводится в степень. Получается, что основание всегда находится внизу. Это правило необходимо рассказывать ученикам на первом же занятии – и никакой путаницы не возникнет.

Наличие теоретической части в учебнике по данной теме является важным компонентом при изучении, в частности, математики. Но немаловажной частью также является практическая составляющая урока, от которой напрямую зависит усвоение учащимся той или иной темы урока. Уровень сложности заданий не в полной мере соответствует тому уровню заданий, которые решаются на ЕГЭ, что является серьезной проблемой при применении методов решения заданий по теме «Логарифм и его свойства» в процессе сдачи экзамена. Чаще всего проблема возникает при несоответствии уровню сложности. В школьных учебниках большинство заданий соответствует простейшим заданиям на ЕГЭ. Также причиной допущения множества ошибок является неправильно подобранный

метод решения, что вытекает из отсутствия теории, необходимой для успешного изучения данной темы.

На основе проведенного анализа был сделан вывод, что необходимо расширить банк заданий по теме «Логарифм и его свойства» и составить блок задач для каждого уровня сложности задания. Были разработаны тестовые задания различных уровней сложности в количестве 12 тестов по 10 вопросов в каждом тесте.

### 1.1 Определение и свойства логарифмов

Логарифмом числа  $x > 0$  по основанию  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  называется показатель степени, в которую надо возвести число  $a$ , чтобы получить число  $x$ .

Логарифм числа  $x$  по основанию  $a$  обозначается:  $\log_a x$ , произносится: «логарифм  $x$  по основанию  $a$ ». Из определения следует, что нахождение  $b = \log_a x$  равносильно решению уравнения  $a^b = x$ . Например,  $\log_2 8 = 3$ , потому что  $2^3 = 8$ .

Из определения логарифма следует два важных факта:

1. Аргумент и основание всегда должны быть больше нуля. Это следует из определения степени с рациональным показателем, к которому сводится определение логарифма.

2. Основание должно быть отличным от единицы, поскольку единица в любой степени все равно остается единицей. Из-за этого вопрос «в какую степень надо возвести единицу, чтобы получить двойку» лишен смысла. Нет такой степени.

Такие ограничения называются областью допустимых значений (ОДЗ). Получается, что ОДЗ логарифма выглядит так:

$$\log_a x = b \rightarrow x > 0, a > 0, a \neq 1.$$

Заметим, что никаких ограничений на число  $b$  (значение логарифма) не накладывается. Например, логарифм вполне может быть отрицательным:  $\log_2 0,5 = -1$ , т.к.  $0,5 = 2^{-1}$ .

Некоторые логарифмы встречаются настолько часто, что имеют специальное название и обозначение.

Десятичный логарифм от аргумента  $x$  – это логарифм по основанию 10, т.е. степень, в которую надо возвести число 10, чтобы получить число  $x$ . Обозначение:  $\lg x$ . Например,  $\lg 10 = 1$ ;  $\lg 100 = 2$ ;  $\lg 1000 = 3$  – и т. д.

Натуральный логарифм от аргумента  $x$  – это логарифм по основанию  $e$ , т.е. степень, в которую надо возвести число  $e$ , чтобы получить число  $x$ . Обозначение:  $\ln x$ . Таким образом,  $\ln e = 1$ ;  $\ln e^2 = 2$ ;  $\ln e^{16} = 16$  – и т. д.

Равенство  $a^{\log_a b} = b$  является другой формой определения логарифма. Его называют основным логарифмическим тождеством.

$$\text{Например, } 8^{2\log_8 3} = (8^{\log_8 3})^2 = 3^2 = 9.$$

Логарифмы обладают рядом характерных свойств:

1. Свойство логарифма единицы:  $\log_a 1 = 0$  для любого  $a > 0, a \neq 1$ .

2. Логарифм числа, равного основанию:  $\log_a a = 1$  при  $a > 0, a \neq 1$ .

3. Свойство логарифма степени основания:  $\log_a a^p = p$ , где  $a > 0, a \neq 1$  и  $p$  – любое действительное число.

4. Логарифм произведения двух положительных чисел:  $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$ , где  $a > 0, a \neq 1, x > 0, y > 0$  и свойство логарифма произведения  $n$  положительных чисел:  $\log_a(x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n) = \log_a x_1 + \log_a x_2 + \dots + \log_a x_n$ , где  $a > 0, a \neq 1, x_1 > 0, x_2 > 0, \dots, x_n > 0$ .

5. Свойство логарифма частного:  $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$ , где  $a > 0, a \neq 1, x > 0, y > 0$ .

6. Логарифм степени числа:  $\log_a b^p = p \cdot \log_a |b|$ , где  $a > 0, a \neq 1, b$  и  $p$  такие числа, что степень  $b^p$  имеет смысл и  $b^p > 0$ .

Следствие:  $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \cdot \log_a b$ , где  $a > 0, a \neq 1, n$  – натуральное число, большее единицы,  $b > 0$ .

7. Формула перехода к новому основанию логарифма:  $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ , где  $a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0, c \neq 1$ .

Следствие 1:  $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ ,  $a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1$ .

Следствие 2:  $\log_{a^q} b^p = \frac{p}{q} \cdot \log_a b$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $b > 0$ ,  $p$  и  $q$  – действительные числа,  $q \neq 0$ , в частности, при  $b = a$  имеем  $\log_{a^q} a^p = \frac{p}{q}$ .

8. Свойство сравнения логарифмов с одинаковыми основаниями: для любых положительных чисел  $b_1$  и  $b_2$ ,  $b_1 < b_2$  при  $0 < a < 1$  справедливо неравенство  $\log_a b_1 > \log_a b_2$ , а при  $a > 1$  – неравенство  $\log_a b_1 < \log_a b_2$ .

9. Свойство сравнения логарифмов с равными числами под знаком логарифма и разными основаниями:

- если  $a_1 > 1$ ,  $a_2 > 1$  и  $a_1 < a_2$ , то при  $0 < b < 1$  выполняется  $\log_{a_1} b < \log_{a_2} b$ , а при  $b > 1$  справедливо  $\log_{a_1} b > \log_{a_2} b$ ;
- если  $0 < a_1 < 1$ ,  $a_2 > 1$  (при этом  $a_1 < a_2$ ), то при  $0 < b < 1$  выполняется  $\log_{a_1} b > \log_{a_2} b$ , а при  $b > 1$  справедливо  $\log_{a_1} b < \log_{a_2} b$ ;
- если  $0 < a_1 < 1$ ,  $0 < a_2 < 1$  и  $a_1 < a_2$ , то при  $0 < b < 1$  выполняется  $\log_{a_1} b < \log_{a_2} b$ , а при  $b > 1$  справедливо  $\log_{a_1} b > \log_{a_2} b$ .

## 1.2 Способы вычисления логарифмов

### 1.2.1 Вычисление логарифмов по определению

В простейших случаях возможно достаточно быстро и легко выполнить нахождение логарифма по определению. Рассмотрим подробно этот процесс. Его суть состоит в представлении числа  $b$  в виде  $a^c$ , откуда по определению логарифма число  $c$  является значением логарифма. То есть, нахождению логарифма по определению отвечает следующая цепочка равенств:  $\log_a b = \log_a a^c = c$ .

Пример 1. Вычислите логарифм  $\log_6 216$ .

Решение. Представим аргумент логарифма в виде степени  $216 = 6^3$ . Следовательно,  $\log_6 216 = \log_6 6^3 = 3$ .

Ответ:  $\log_6 216 = 3$ .

Пример 2. Вычислите логарифм  $\log_5 \sqrt[3]{25}$ .

Решение. Число  $\sqrt[3]{25}$  можно представить в виде степени числа 5:  $\sqrt[3]{25} = \sqrt[3]{5^2} = 5^{\frac{2}{3}}$ . Следовательно,  $\log_5 \sqrt[3]{25} = \log_5 5^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3}$ .

Ответ:  $\log_5 \sqrt[3]{25} = \frac{2}{3}$ .

Если под знаком логарифма находится достаточно большое натуральное число, то его можно разложить на простые множители. Это часто помогает представить такое число в виде некоторой степени основания логарифма, а значит, вычислить этот логарифм по определению.

Пример 3. Найдите значение логарифма  $\log_{15} 50625$ .

Решение. Разложим на простые множители число 50625, получим  $50625 = 3^4 \cdot 5^4$ , следовательно,  $\log_{15} 50625 = \log_{15}(3^4 \cdot 5^4) = \log_{15}(3 \cdot 5)^4 = \log_{15} 15^4 = 4$ .

Ответ:  $\log_{15} 50625 = 4$ .

### 1.2.2 Вычисление логарифмов с использованием свойств логарифмов

Мощным инструментом вычисления логарифмов является использование свойств логарифмов. Некоторые свойства логарифмов позволяют сразу указать значение логарифмов. К таким свойствам относятся свойство логарифма единицы и свойство логарифма числа, равного основанию:  $\log_1 1 = \log_a a^0 = 0$  и  $\log_a a = \log_a a^1 = 1$ . То есть, когда под знаком логарифма находится число 1 или число  $a$ , равное основанию логарифма, то в этих случаях логарифмы равны 0 и 1 соответственно.

На практике, когда число под знаком логарифма и основание логарифма легко представляются в виде степени некоторого числа, очень удобно использовать формулу  $\log_{a^q} a^p = \frac{p}{q}$ , которая соответствует одному из свойств логарифмов. Рассмотрим пример нахождения логарифмов, в котором используется данная формула.

Пример 4. Вычислите логарифм  $\log_{\sqrt[15]{81}} 27\sqrt[5]{9}$ .

Решение. Запишем аргумент и основание логарифма в виде степени числа 3, получим:  $27\sqrt[5]{9} = 3^3 \cdot 3^{\frac{2}{5}} = 3^{3\frac{2}{5}} = 3^{\frac{17}{5}}$ ,  $\sqrt[15]{81} = 3^{\frac{4}{15}}$ . Воспользуемся формулой

$$\log_{a^q} a^p = \frac{p}{q}. \text{ Таким образом, } \log_{15\sqrt[5]{81}} 27\sqrt[5]{9} = \log_{\frac{4}{3^{15}}} 3^{\frac{17}{5}} = \frac{\frac{17}{5}}{\frac{4}{15}} = \frac{17}{5} \cdot \frac{15}{4} = \frac{17 \cdot 3}{4} = \frac{51}{4} = 12\frac{3}{4}.$$

$$\text{Ответ: } \log_{15\sqrt[5]{81}} 27\sqrt[5]{9} = 12\frac{3}{4}.$$

Рассмотрим подробно пример на вычисление логарифма, в котором используются свойства логарифмов:

$$\text{Пример 5. Вычислите } \frac{\log_3 15}{\log_{225} 9} - \frac{\log_3 45}{\log_5 3}.$$

Решение. Используя формулу  $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$  (следствие 1 свойства 7) преобразуем каждую из двух дробей:  $\frac{\log_3 15}{\log_{225} 9} = \log_3 15 \cdot \log_9 225$  и  $\frac{\log_3 45}{\log_5 3} = \log_3 45 \cdot \log_3 5$ . Так как  $\log_9 225 = \log_{3^2} 15^2 = \log_3 15 = \log_3(3 \cdot 5) = \log_3 3 + \log_3 5 = 1 + \log_3 5$  и  $\log_3 45 = \log_3(9 \cdot 5) = \log_3 3^2 + \log_3 5 = 2 + \log_3 5$ , то выражение  $\frac{\log_3 15}{\log_{225} 9} - \frac{\log_3 45}{\log_5 3} = \log_3 15 \cdot \log_9 225 - \log_3 45 \cdot \log_3 5$  принимает вид  $(1 + \log_3 5)^2 - (2 + \log_3 5) \cdot \log_3 5 = 1$ .

$$\text{Ответ: } \frac{\log_3 15}{\log_{225} 9} - \frac{\log_3 45}{\log_5 3} = 1.$$

### 1.2.3 Нахождение логарифмов через другие известные логарифмы

Информация этого пункта продолжает тему использования свойств логарифмов при их вычислении. Но здесь основное отличие состоит в том, что свойства логарифмов используются для того, чтобы выразить исходный логарифм через другой логарифм, значение которого известно.

$$\text{Пример 6. Вычислите } \log_{a^2 b^3} (\sqrt{a^{11}} \cdot b^{-3}) \text{ при условии, что } \log_{\sqrt{a}} b^3 = 1.$$

Решение. Преобразуем выражение  $\log_{\sqrt{a}} b^3 = \log_{a^{\frac{1}{2}}} b^3 = 3 \cdot 2 \log_a b = 6 \log_a b$ . Так как  $\log_{\sqrt{a}} b^3 = 1$ , то  $6 \log_a b = 1$  или  $\log_b a = 6$ .

Используя формулу перехода к новому основанию логарифма, свойство логарифма произведения и свойство логарифма степени основания, получим:

$$\log_{a^2 b^3}(\sqrt{a^{11}} \cdot b^{-3}) = \frac{\log_b(\sqrt{a^{11}} \cdot b^{-3})}{\log_b(a^2 b^3)} = \frac{\log_b \sqrt{a^{11}} + \log_b b^{-3}}{\log_b a^2 + \log_b b^3} = \frac{\log_b a^{\frac{11}{2}} - 3}{2 \log_b a + 3} = \frac{\frac{11}{2} \log_b a - 3}{2 \log_b a + 3} =$$

$$\frac{11 \log_b a - 6}{4 \log_b a + 6}. \text{ Так как } \log_b a = 6, \text{ то } \frac{11 \log_b a - 6}{4 \log_b a + 6} = \frac{11 \cdot 6 - 6}{4 \cdot 6 + 6} = \frac{66 - 6}{24 + 6} = \frac{60}{30} = 2.$$

Ответ: если  $\log_{\sqrt{a}} b^3 = 1$ , то  $\log_{a^2 b^3}(\sqrt{a^{11}} \cdot b^{-3}) = 2$ .

Пример 7. Вычислите логарифм  $\log_{60} 27$ , если известно, что  $\log_{60} 2 = a$  и  $\log_{60} 5 = b$ .

Решение. Несложно заметить, что  $27 = 3^3$ , и исходный логарифм в силу свойства логарифма степени основания можно переписать как  $3 \log_{60} 3$ . Теперь посмотрим, как  $\log_{60} 3$  выразить через известные логарифмы. Свойство логарифма числа, равного основанию, позволяет записать равенство  $\log_{60} 60 = 1$ . С другой стороны  $\log_{60} 60 = \log_{60}(2^2 \cdot 3 \cdot 5) = \log_{60} 2^2 + \log_{60} 3 + \log_{60} 5 = 2 \log_{60} 2 + \log_{60} 3 + \log_{60} 5$ .

Таким образом,  $2 \log_{60} 2 + \log_{60} 3 + \log_{60} 5 = 1$ . Следовательно,  $\log_{60} 3 = 1 - 2 \log_{60} 2 - \log_{60} 5 = 1 - 2a - b$ . Наконец, вычисляем исходный логарифм:  $\log_{60} 27 = 3 \log_{60} 3 = 3(1 - 2a - b) = 3 - 6a - 3b$ .

Ответ:  $\log_{60} 27 = 3 - 6a - 3b$ .

### 1.3 Логарифмическая функция

Логарифмическая функция – это функция вида  $y = \log_a x$  при  $a > 1$  или  $0 < a < 1$ . Объясним происхождение этих ограничений на величину  $a$ .

Допустим,  $a = 1$ . Тогда, например, число  $\log_1 2$  не существует (т. к. 1 ни в какой степени не равно 2). Точно так же не существует  $\log_1 b$  для любого  $b \neq 1$ . А вот  $\log_1 1$  может равняться чему угодно (ведь 1 в любой степени равно 1). По эти причинам объект  $\log_1 x$  не представляет никакого интереса. Похожая ситуация возникает и в случае  $a = 0$ .

При  $a < 0$  снова вмешивается отмеченная выше некорректность операции возведения отрицательного числа в дробную степень. Так, например, число  $\log_{-4} 2$  не существует. Поэтому логарифмы по отрицательным основаниям также не интересны.

Вот почему мы ограничиваемся случаями  $a > 1$  и  $0 < a < 1$ . При таких  $a$  возникает «хорошая» логарифмическая функция с интересными и полезными свойствами.

График функции  $y = \log_a x$  при  $a > 1$  выглядит следующим образом (рисунок 1):

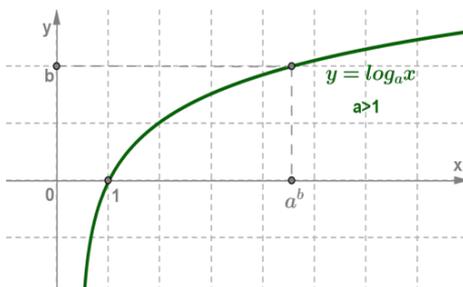


Рисунок 1– График функции  $y = \log_a x$  при  $a > 1$

График функции  $y = \log_a x$  при  $0 < a < 1$  выглядит следующим образом (рисунок 2):

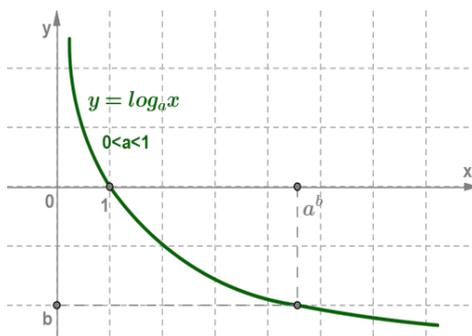


Рисунок 2– График функции  $y = \log_a x$  при  $0 < a < 1$

Сформулируем основные свойства логарифмической функции:

1. Область определения функции  $y = \log_a x$  есть множество  $(0; +\infty)$ . Таким образом, логарифм можно вычислить только от положительного числа.
2. Область значений функции  $y = \log_a x$  есть множество  $(-\infty; +\infty)$ . Таким образом, логарифм может принимать любые значения.
3. Функция  $y = \log_a x$  монотонно возрастает при  $a > 1$  и монотонно убывает при  $0 < a < 1$ .
4. Ось  $y$  служит вертикальной асимптотой графика.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В данном дистанционном проекте реализована тема «Логарифм и его свойства».

В основу образовательного процесса при дистанционном обучении положена целенаправленная и контролируемая интенсивная самостоятельная работа обучающегося, который мог бы учиться в удобном для себя месте, по индивидуальному расписанию, имея при себе комплект специальных средств обучения и согласованную возможность контакта с преподавателем в процессе обучения.

Практика применения дистанционных тестовых заданий разных уровней сложности показывает, что они, исполняя роль источника информации, освобождают учителя от большого объема технической работы, освобождают время для творческой деятельности с учащимися. Кстати, многие средства обучения могут быть выполнены самими обучающимися как дополнительное домашнее задание, что еще более повышает интерес к учению.

Работа состоит из введения, двух глав, заключения и списка использованных источников.

Первая глава посвящена исследованию теоретических основ понятия логарифм, а также его свойств. Анализ различной литературы по данной теме позволил установить, что дистанционное обеспечение по своей структуре разнообразно и может применяться на различных этапах изучения тем в образовательном процессе.

Во второй главе рассматриваются основные способы решения логарифмов, приводятся примеры дистанционного обеспечения (в частности тестовые задания разных уровней сложности) для более успешного освоения данной темы.

Подводя итог, можно сделать вывод о решении в целом поставленных задач и в достижении намеченной цели. Электронный образовательный курс «Логарифм и его свойства» был апробирован в МОУ «Средняя общеобразовательная школа №103» Ленинского района г. Саратова, в результате чего реализованы следующие задачи:

- изучен и проанализирован теоретический материал по данной теме, новизна и значимость данного материала для подготовки к текущему контролю и экзаменам;

- определены методические особенности данной темы, методику её преподавания каждый учитель подбирает для себя самостоятельно, учитывая способности учащихся;

- разработана система задач, дифференцированная по уровню сложности;

- расширен кругозор учащихся, ограниченный информацией учебника.

Таким образом, практическое значение данной темы заключается в том, что этот электронный образовательный курс могут использовать учащиеся средних общеобразовательных школ, студенты средних специальных учебных заведений, студенты педагогических вузов и преподаватели.