

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра теоретических основ
компьютерной безопасности и
криптографии

Построение минимальных вершинных и реберных 1-расширений графов

АВТОРЕФЕРАТ

дипломной работы

студента 6 курса 631 группы

специальности 090102.65 «Компьютерная безопасность»

факультета компьютерных наук и информационных технологий

Зайцева Дмитрия Александровича

Научный руководитель

профессор, д. ф.-м. н

М.Б. Абросимов

Заведующий кафедрой

профессор, к.ф.-м.н.

В.Н. Салий

Саратов 2016

ВВЕДЕНИЕ

Минимальные расширения графов, которые рассматриваются в данной работе, являются моделью для исследования отказоустойчивости дискретных систем. Отказоустойчивость – это свойство технической системы сохранять свою работоспособность после отказа одного или нескольких составных компонентов. На основании этого свойства можно построить следующую графовую модель.

Систему представим в виде графа, вершины которого – это элементы системы, а рёбра – это связи между элементами. Под отказом элемента технической системы будем понимать удаление вершины и всех связанных с ней рёбер, под отказом соединения между элементами – удаление ребра. Отказоустойчивость определяется количеством любых последовательных единичных отказов компонентов, после которого сохраняется работоспособность системы в целом. Основной способ повышения отказоустойчивости – избыточность, то есть добавление в систему запасных компонентов и связей, которые при необходимости будут заменять утраченные элементы системы. Для графов же это означает, что вместо исходного графа необходимо использовать его вершинное или рёберное расширение.

Таким образом, мы построили математическую задачу о поиске расширений графа. Задача становится ещё более сложной, если требуется найти все минимальные расширения – такие расширения, которые содержат наименьшее количество избыточных компонентов. Базовый уровень отказоустойчивости – защита от потери одного элемента системы. То есть граф должен быть построен таким образом, чтобы при потере одной вершины или одного ребра исходный граф мог вкладываться в полученный граф.

В этой работе будет рассмотрена именно такая задача – задача поиска минимальных вершинных и рёберных 1-расширений графов, будет описан разработанный алгоритм поиска таких расширений и приведена программа,

реализующая этот алгоритм на языке C++. Для того чтобы запустить программу на вычислительном кластере и использовать в полной мере все ресурсы, которые он предоставляет, потребовалось разработать несколько алгоритмов, позволяющих распараллелить программу на несколько процессов, которые, взаимодействуя между собой, решают поставленную задачу. Данный алгоритм и его реализация также будут рассмотрены.

Используя эту программу, были найдены минимальные вершинные и реберные 1-расширения для различных классов графов. На основании полученных результатов были собраны интересные статистические данные, которые также приведены в работе.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Работа состоит из 4 разделов. Первый раздел содержит необходимые теоретические сведения, большая часть из которых даётся по источнику [1]. В разделе 2 формулируется поставленная задача – разработка алгоритма для поиска минимальных вершинных и рёберных 1-расширений, а также разработка программы, реализующей этот алгоритм. В разделе 3 подробно описан разработанный алгоритм, рассмотрены и доказаны утверждения, лежащие в его основе. Также в этом разделе исследуется алгоритм, позволяющий распараллелить алгоритм поиска для использования его на многоядерных машинах. Раздел 4 описывает практическую реализацию полученного алгоритма – программа на языке C++, использующая библиотеку MPI для запуска приложения сразу на нескольких ядрах. Такая реализация позволила воспользоваться вычислительным кластером ПРЦНИТ СГУ при проведении вычислений расширений для графов с большим числом вершин. Подробно описаны все 4 режима работы программы, форматы входных и выходных данных, а также приведены краткие сведения о скорости полученной реализации. В приложениях к работе представлены результаты вычислений, сделанных при помощи разработанной программы, а также статистические сведения полученные на основе результатов вычислений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе была подробно изучена задача о поиске минимальных вершинных и рёберных 1-расширений графов, был рассмотрен разработанный алгоритм и его реализация на языке C++. Полученный алгоритм оказался значительно быстрее простого переборного алгоритма. Используя программу, можно получать 1-расширения для графов с числом вершин до 15 на персональном компьютере за разумное время.

Для использования этой программы на вычислительном кластере был разработан и рассмотрен алгоритм распараллеливания поиска, который был успешно реализован в программе. Такой алгоритм позволяет в полной мере использовать ресурсы, предоставленные вычислительным кластером ПРЦНИТ СГУ для вычисления больших задач. Запустив такой алгоритм на 40 ядрах, удалось посчитать все вершинные 1-расширения 15-ти вершинного цикла за 20 минут против почти 4 суток на персональном компьютере. Но это вовсе не означает, что, увеличив количество ядер в 40 раз, программа начинает работать в 300 раз быстрее. Часто во время поиска 1-расширений уходит большое количество времени на поиск 1-расширений с большим числом дополнительных рёбер, пока не будет найдено 1-расширение с минимальным числом дополнительных рёбер. Параллельный поиск по графу позволяет ускорить нахождение такого 1-расширения и, найдя его, программа перестаёт обрабатывать графы с большим числом дополнительных рёбер. Различные наблюдения показали, что, увеличив количество ядер в n раз, получается прирост примерно в $(n-1)/1.3$.

За время работы были подсчитаны минимальные рёберные и вершинные 1-расширения всех графов с числом вершин до 9, также отдельно были посчитаны минимальные вершинные и рёберные 1-расширения для всех кубических графов с числом вершин до 10. По полученным результатам были собраны различные статистические данные, приведённые в работе.

Таким образом, благодаря проделанной работе удалось получить результаты, которые можно использовать для проведения дальнейших исследований в этой области.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1) Богомолов А.М., Салий В.Н. Алгебраические основы теории дискретных систем. – М. : Наука, 1997.
- 2) Абросимов М.Б. Графовые модели отказоустойчивости. – Саратов: СГУ, 2012.
- 3) Hayes J.P. A graph model for fault-tolerant computing system // IEEE Trans. Comput. – 1976. – Vol. – С.-25, № 9. – P.875-884.
- 4) Harary F., Hayes J.P. Edge fault tolerance in graphs // Networks. – 1993. – Vol.23. – P.135-142.
- 5) Harary F., Hayes J.P. Node fault tolerance in graphs // Networks. – 1996. – Vol.27. – P.19-23.
- 6) Абросимов М.Б. О неизоморфных оптимальных 1-отказоустойчивых реализациях некоторых графов // Теоретические проблемы информатики и ее приложений. – Саратов: СГУ, 2000. – Вып. 3. – С. 3 -10.
- 7) Абросимов М.Б. Минимальные расширения 4-,5-,6- и 7-вершинных графов. – Саратов гос. ун-т. – Саратов, 2000. – 26с.; Деп. в ВИНТИ 06.09.2000, № 2352-B00.
- 8) Программирование с использованием Intel MPI. Введение [Электронный ресурс] / Академия Intel // Введение в программирование на кластерах [Электронный ресурс] URL: <http://www.intuit.ru/studies/courses/4448/984/lecture/14935> (дата обращения 20.12.15) Загл. с экрана. Яз. рус.
- 9) Рябов А. Обмен данными с использованием MPI [Электронный ресурс] // Хабрахабр [Электронный ресурс] URL: <http://habrahabr.ru/company/intel/blog/251357/> (дата обращения 20.12.15) Загл. с экрана. Яз. рус.