

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математической теории
упругости и биомеханики

**Применение асимптотического подхода к исследованию нестационарного
напряженно-деформированного состояния упругих оболочек**

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 2 курса 237 группы
направления 01.04.03 – Механика и математическое моделирование
механико-математического факультета
Беловой Валерии Александровны

Научный руководитель
к.ф.-м.н., доцент



дата, подпись

Я.А. Парфенова

Заведующий кафедрой
д.ф.-м.н., профессор



дата, подпись

Л. Ю. Коссович

Саратов 2017

Введение

На сегодняшний день, нестационарные задачи динамики оболочек являются наиболее актуальными в механике деформируемого твердого тела. Подобные задачи сводятся к решению интегродифференциальных уравнений и в трехмерной постановке не имеют аналитического решения. В таких случаях используется асимптотический подход.

Исследователи [1,2,3] были одними из первых, кто применил асимптотический метод для определения напряженно-деформированного состояния тонких тел, используя трехмерные уравнения теории упругости. А.Л. Гольденвейзер [4-11] и его последователи [12-18] внесли существенный вклад в развитие асимптотического метода, в данных работах представлено общее изложение использования метода расчленения НДС и метода экспоненциальных представлений.

Работы Л.Ю. Коссовича и Ю.Д. Каплунова продолжили развитие асимптотических методов для решения нестационарных задач теории оболочек и пластин. В работах [19-23] рассматривается асимптотическое интегрирование трехмерных динамических уравнений теории упругости и исследование динамического поведения тонкостенных конструкций. В [19] показаны асимптотические приближения для тонких пластин и оболочек. Выделены четыре типа приближений и представлено их использование для решения различных типов динамических задач. В книге [20] представлено исследование асимптотических приближений в случае тонких упругих оболочек. В работе [21] рассмотрен вывод тангенциальных низкочастотных длинноволновых приближений (безмоментная составляющая) для случая нестационарных продольных волн в двухслойной пластине. В работе [22] описаны асимптотические методы, которые разработаны для построения математической модели нестационарных волновых процессов в оболочках вращения, классифицированы асимптотические приближения. Описано построение низкочастотного и коротковолнового приближений. В статье [23] рассмотрено асимптотическое интегрирование динамических уравнений для случая

многослойных тонких оболочек произвольного очертания. Построены тангенциальное и поперечное низкочастотные длинноволновые приближения. Выведены двумерные разрешающие системы уравнений.

В исследовании [24] асимптотические методы используются для построения математической модели распространения нестационарных волн в оболочках вращения при действии ударных торцевых воздействий нормального типа. В работе [25] рассмотрены продольные воздействия тангенциального, изгибающего и нормального типов, использована асимптотическая модель распространения волн в полубесконечной оболочке вращения. В статье [26] рассмотрено поперечное асимптотическое приближение для изгибных волн, инициируемое ударным нагружением края в тонкостенных оболочках вращения. В [27] рассматривается задача о распространении изгибных волн, возникающих в составных цилиндрических оболочках при ударном торцевом осесимметричном воздействии.

В работе [28] систематизированы результаты развития асимптотических методов для исследования процесса распространения нестационарных волн в тонкостенных телах при ударном нагружении. Приведена классификация асимптотических приближений. Представлены методы для решения новых типов задач в случаях оболочек из поперечно-изотропного упругого материала и оболочек из вязкоупругого материала.

В статьях [29,30] рассмотрено использование асимптотического подхода и применение интегрального преобразования Лапласа по времени для построения решения в случае задач нестационарной динамики. В исследовании [29] рассматривается напряженно-деформированное состояние подземного трубопровода под действием поперечной динамической нагрузки. Уравнение движения теории изгиба балки решаются с использованием интегрального преобразования Лапласа по времени. Статья [30] посвящена исследованию поведения двухслойных упругих тонкостенных оболочек при динамических воздействиях. В работе [31] рассмотрено получение асимптотических уравнений,

описывающих эллиптический погранслои оболочек вращения в случае ударных нагрузок.

В работах [32,33,34] рассмотрено применение интегрального преобразования Лапласа в случае динамических задач для линейно-вязкоупругих тел. В статье [32] к исходной задаче применяется интегральное преобразование Лапласа по времени. Получены соотношения, которые устанавливают соответствие между ядрами релаксации. В работе [33] рассмотрены задачи о распространении нестационарных волн в линейно-вязкоупругой круговой цилиндрической оболочке. Используя интегральное преобразование Лапласа по времени и последующего вычисления оригиналов, проведены динамические расчеты. В [34] в рамках теории Тимошенко рассмотрена задача о динамическом нагружении линейно-вязкоупругой круговой цилиндрической оболочки. Для получения решения применяется интегральное преобразование Лапласа по времени.

Актуальность темы исследования обусловлена тем, что тонкие упругие оболочки широко используются в различных конструкциях, применяемых в строительстве, авиационной и космической технике, машиностроении и в других отраслях промышленности. Серьезный интерес вызывает исследование нестационарных волновых процессов в тонких упругих оболочках вращения, позволяющее провести анализ и систематизацию данных, относящихся к практически используемым конструкциям.

Цель магистерской работы — используя асимптотический подход, исследовать нестационарное НДС упругой оболочки вращения.

Задачи работы:

- математическая постановка краевой задачи для изгибающей составляющей теории оболочек Кирхгофа-Лява для оболочки вращения;

- решение поставленной задачи методом экспоненциальных представлений в пространстве преобразования Лапласа;
- построение оригинала решения;
- построение графиков и анализ результатов.

Структура и объём работы. Магистерская работа состоит из введения, четырех разделов и заключения, содержит 46 страниц. Список использованных источников включает 40 наименований.

Раздел 1. Построение поперечных низкочастотных длинноволновых приближений.

Раздел 2. Задача о распространении нестационарной волны изгибающего типа в упругой полубесконечной оболочке вращения.

Подраздел 2.1 Постановка задачи.

Подраздел 2.2 Решение задачи в пространстве преобразования Лапласа.

Раздел 3. Модельная задача для цилиндрической оболочки.

Раздел 4. Анализ полученных результатов.

Научная новизна

Используя асимптотический подход, исследовано нестационарное напряженно-деформированное состояние упругой оболочки вращения при действии ударной торцевой нагрузки изгибающего типа. Используя метод экспоненциального представления в пространстве преобразования Лапласа получено решение для прогиба в изображениях, с последующим обращением. Практическое значение и новизна работы состоит в расширении области применения асимптотических методов при исследовании нестационарных НДС оболочек вращения. Асимптотическими методами проанализировано поведение решения для изгибной составляющей при малом значении времени.

Основное содержание работы

В первом разделе приводятся трехмерные уравнения теории упругости в криволинейной системе координат в общем случае. Вводятся в рассмотрение

безразмерные параметры. Рассматривается процесс асимптотического интегрирования трехмерных уравнений для случая изгибающей составляющей. Описывается построение поперечных низкочастотных длинноволновых приближений трехмерных динамических уравнений.

Во втором разделе ставится задача о распространении нестационарной волны изгибающего типа в упругой полубесконечной оболочке вращения. переписывается разрешающая система на случай оболочки вращения.

В первом подразделе вводится безразмерный вид напряжений и перемещений, проводится отделение угловой координаты.

Во втором подразделе к полученной системе уравнений в перемещениях применяется интегральное преобразование Лапласа по временной переменной, искомые функции представляются в экспоненциальной форме. Из полученной системы уравнений находятся уравнения для функций изменяемости и интенсивности.

В третьем разделе рассматривается модельная задача для цилиндрической оболочки вращения. Записывается решение для прогиба и изгибающего момента в пространстве преобразования Лапласа. Используя метод разложения изображений в ряд по отрицательным степеням параметра преобразования, проводится обращение изображений.

В четвертом разделе представлены полученные результаты в виде графиков зависимости значений функций $D_{n,c}$ и $D_{n,s}$, прогиба и изгибающего момента относительно координаты ξ при $\tau = 0.1, 0.5, 1$ и 1.5 .

Заключение

В магистерской работе, используя асимптотический подход, было исследовано нестационарное напряженно-деформированное состояние упругой оболочки вращения при действии ударной торцевой нагрузки изгибающего типа.

Применяя метод асимптотического интегрирования к трехмерным уравнениям теории упругости, были построены длинноволновые низкочастотные

поперечные приближения. Поставлена задача о распространении нестационарной волны изгибающего типа в упругой полубесконечной оболочке вращения

Методом экспоненциального представления в пространстве преобразования Лапласа получено решение для прогиба в изображениях, с последующим обращением. Результаты численных расчетов приводятся в виде графиков.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Gol'denveizer A.L. Construction of an approximate bending theory for a plate by the asymptotic integration of the elastic equations / A.L. Gol'denveizer // Prikl. Mat. Mekh. 1962. 26, No. 4. p. 668–686.
2. Friedrichs K.O. A boundary-layer theory for elastic plates / K.O. Friedrichs, Dressler R.F. // Comm. Pure Appl. Math. 1961. 14, No.1.
3. Green A.E. On the linear theory of thin elastic shells / A.E. Green // Proc. Roy. Soc. 1962. Ser. A, 266, No. 1325.
4. Гольденвейзер А.Л. Построение приближенной теории оболочек при помощи асимптотического интегрирования уравнений теории упругости / А.Л. Гольденвейзер // ПММ, Т.27. Вып. 4. 1963. С. 593-608.
5. Гольденвейзер А.Л. Качественный анализ свободных колебаний упругой тонкой оболочки / А.Л. Гольденвейзер // ПММ, Т.30. Вып. 1. 1966. С. 94-108.
6. Gol'denveizer A.L. The Theory of Elastic Thin Shells / A.L. Gol'denveizer // Nauka, Moscow. 1976.
7. Гольденвейзер А.Л. Теория упругих тонких оболочек / А.Л. Гольденвейзер // М., 1976. 512с.
8. Гольденвейзер А.Л. Свободные колебания тонких упругих оболочек / А.Л. Гольденвейзер, В.В. Лидский, П.Е. Товстик // М.: Наука, 1979. 384 с.
9. Гольденвейзер А.Л. Алгоритмы асимптотического построения линейной двумерной теории тонких оболочек и принцип Сен-Венана / А.Л. Гольденвейзер // ПММ, Т.58. Вып. 6.

10. Gol'denveizer A. L. On approximate methods for design of thin elastic shells and plates / A.L. Gol'denveizer // Izv. RAN, Mekh. Tverd. Tela. 1997. No. 3. С. 134–149.
11. Гольденвейзер А.Л. Асимптотический анализ и уточнение теорий пластин и оболочек типа Тимошенко-Рейсснера // А.Л. Гольденвейзер, Ю.Д. Каплунов, Е.В. Нольде // Изв. АН СССР. МТТ, №6. 1990. С. 124-138.
12. Болотин В.В. О плотности частот собственных колебаний тонких упругих оболочек / В.В. Болотин // ПММ, Т. 27. Вып. 2. 1960. С. 362-364.
13. Болотин В.В. Теория распределения собственных частот упругих тел и её применение к задачам случайных колебаний / В.В. Болотин // Прикладная механика. Т. 8. Вып. 4. 1972. С. 3-29.
14. Векслер Н.Д. Исследование фронтовых разрывов при осесимметричной деформации оболочек вращения и круглой плиты / Н.Д. Векслер // Переходные процессы деформации оболочек и пластин. Материалы Всесоюз. симпозиума, Тарту, 1967. С. 41-49.
15. Товстик П.Е. Асимптотические методы в механике тонкостенных конструкций / П.Е. Товстик // С.-Пб.: Изд-во С.-Пб. ун-та, 1995. 184 с.
16. Шевцова Ю.В. Динамический простой краевой эффект в скошенной круговой цилиндрической оболочке / Ю.В. Шевцова // Механика деформируемых сред. Изд-во СГУ, 1997, Вып. 13. С. 83-87.
17. Шевцова Ю.В. Погранслои в окрестности квазифронта в скошенной круговой цилиндрической оболочке / Ю.В. Шевцова // Математика, механика. Сборник научных трудов. Изд-во СГУ, 2000, С. 178-180.
18. Шевцова Ю.В. Применение асимптотического интегрирования к выводу уравнений безмоментной составляющей в случае многослойных оболочек / Ю.В. Шевцова // Механика деформируемых сред. Изд-во СГУ, 2004, Вып. 15. С. 120-123.
19. Коссович Л. Ю. Нестационарные задачи теории упругих тонких оболочек / Л. Ю. Коссович // Саратов: Саратовск. ун-т, 1986. 176 с.

20. Kaplunov Ju. D. Dynamics of thin walled elastic bodies / Ju. D. Kaplunov, L. Yu. Kossovich, E. V. Nolde // San-Diego: Academic Press, 1998. x+226 pp.
21. Коссович Л.Ю. Асимптотическое интегрирование трёхмерных уравнений теории упругости в двухслойных пластинах в случае нестационарных продольных волн / Л.Ю. Коссович, Н.А. Пушкина, Ю.В. Шевцова // Механика деформируемых сред. - Саратов: Изд-во Сар. ун-та, 2002. № 14. С. 87-92.
22. Коссович Л. Ю. Асимптотические методы в динамике оболочек при ударных воздействиях / Л.Ю. Коссович // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика, 2008. Т. 8, № 2. С. 12–33.
23. Вильде М.В. Асимптотическое интегрирование динамических уравнений теории упругости для случая многослойной тонкой оболочки / М. В. Вильде, Л. Ю. Коссович, Ю. В. Шевцова // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика, 2012, том 12, выпуск 2, с. 56–64.
24. Коссович Л.Ю. Асимптотический анализ нестационарного напряженно-деформированного состояния тонких оболочек вращения при торцевых ударных воздействиях нормального типа / Л.Ю. Коссович // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. №4. Часть 5. – Н.Новгород: Изд-во ННГУ им. Н.И. Лобачевского, 2011. С. 2266-2267. ISSN 1993-1778.
25. Коссович Л.Ю. Асимптотическая теория волновых процессов в тонких оболочках при ударных торцевых воздействиях тангенциального, изгибающего и нормального типов / Л.Ю. Коссович, И.В. Кириллова // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики сборник докладов. Составители: Д.Ю. Ахметов, А.Н. Герасимов, Ш.М. Хайдаров; ответственные редакторы: Д.А. Губайдуллин, А.И. Елизаров, Е.К. Липачев. 2015. С. 2008-2010.
26. Kossovich L.Yu. Flexural transient waves in shells of revolution: An asymptotic approach / L.Yu. Kossovich, Ya.A. Parfenova // ZAMP 51. 2000. №4. P.611-628.

- 27.Малинский И.Г. Изгибные волны в составных цилиндрических оболочках / И.Г. Малинский, Я.А. Парфёнова // Механика деформируемых сред, №14. Изд-во Саратовского ун-та, 2002. С. 56-63.
- 28.Anofrikova N.S. Nonstationary waves in thin walled bodies at shock loading: asymptotic approach / N.S. Anofrikova, L.Yu. Kossovitch, I.V. Kirillova, Yu.V. Shevtsova // Russian-Indian workshop on topical problems of solid and fluid mechanics, Russia. 2011.
- 29.Якупов Р.Г. Динамика трубопровода при кратковременно действующей нагрузке / Р.Г. Якупов // Вестн. Уфим. гос. авиац. техн. ун-та. 2006. - Т. 7, №2 (15). С. 31-35.
- 30.Парфенова Я.А. Задача о действии ударной нагрузки изгибающего типа на торец упругой двухслойной цилиндрической оболочки / Я.А. Парфенова // Математика. Механика. 2015. №17. С.132–135.
- 31.Кириллова И.В. Эллиптический погранслой в оболочках вращения при ударных поверхностных воздействиях нормального типа / И.В. Кириллова, Л.Ю. Коссович // Вестник СПбГУ. 2016. Сер. 1. Т. 3 (61). 139-146 с.
- 32.Пшеничников С.Г. Нестационарные динамические задачи линейной вязкоупругости / С.Г. Пшеничников // Известия РАН. МТТ. Принята к печати в апреле 2011г.
- 33.Нетребко А.В. Проявление вязкоупругих свойств материала в нестационарных задачах динамики цилиндрических оболочек / А.В. Нетребко, С.Г. Пшеничников // Известия Тульского государственного университета. Естественные науки. 2013. Т.2, №1. С. 80–95.
- 34.Нетребко А. В. Нестационарная динамическая задача для линейно-вязкоупругой цилиндрической оболочки конечной длины / А.В. Нетребко, С.Г. Пшеничников // Известия Тульского государственного университета. Естественные науки. 2014. № 4. С. 63–79.

Башова