

Министерство образования и науки Российской Федерации  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Балашовский институт (филиал)

Кафедра математики

**Тригонометрические задачи на Едином  
государственном экзамене по математике**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 141 группы  
направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование»,  
профиля «Математика»,  
факультета математики, экономики и информатики,  
Горемыкина Игоря Александровича

Научный руководитель  
Старший преподаватель  
кафедры математики  
должность, уч. степень, уч. звание

\_\_\_\_\_

дата, подпись

Е.Ю. Павлова  
инициалы, фамилия

Зав. кафедрой математики,  
кандидат педагогических наук,  
доцент  
должность, уч. степень, уч. звание

\_\_\_\_\_

дата, подпись

О.А. Фурлетова  
инициалы, фамилия

## *Введение*

Актуальность выбранной темы обусловлена значимостью заданий по тригонометрии на Едином государственном экзамене (ЕГЭ) как на базовом, так и на профильном уровне. Тригонометрии в школе традиционно уделяется много внимания: сначала – в курсе геометрии, затем – в курсе алгебры и начал анализа. Поскольку в контрольно-измерительных материалах ЕГЭ тригонометрический материал (тождества, уравнения, неравенства) представлен достаточно широко, учителя математики не жалеют ни сил, ни времени на то, что, по их мнению, особенно важно учащимся, – на отработку формул. Но, к сожалению, результат такого преподавания не всегда оправдывает себя. По мнению вузовских преподавателей, выпускники школ тригонометрию знают плохо. Основная задача учителя математики – развитие ребенка, а не заполнение ячеек памяти формулами. В связи с этим необходимо пересмотреть методические традиции в преподавании тригонометрии. В школьном курсе математики в разные годы использовались разные варианты введения тригонометрических функций. В современных учебных пособиях предпочтение отдается определению с помощью единичной окружности. При этом большинству учебников присущ один и тот же недостаток – недооценка важности изучения самой модели «числовая окружность» (точнее, модели «числовая окружность на координатной плоскости») и слишком поспешное (чуть ли не на первом уроке) введение понятий синуса и косинуса «по окружности». Это приводит к наложению двух трудностей: непривычная модель (числовая окружность) и непривычный способ введения функций (синус как ордината, косинус как абсцисса точки числовой окружности). При этом в качестве опоры используется геометрический материал о вычислении длин дуг окружностей, который, как показывает практика, не дорабатывается в курсе геометрии. Поэтому многие учащиеся испытывают затруднения с геометрическим

истолкованием основных компонентов тригонометрии. Из вышесказанного следует *проблема исследования*, которая состоит в рассмотрении теоретических основ тригонометрии и методики ее изучения в школьном курсе математики.

*Цель исследования:* на основе учебной, научной и методической литературы изучить основные теоретические сведения, связанные с тригонометрией; раскрыть общие методические положения, на которые нужно обратить внимание при изложении тем: «Тригонометрические функции», «Тригонометрические уравнения и неравенства» в школьном курсе математики, классифицировать задачи по тригонометрии, представленные в контрольно- измерительных материалах ЕГЭ по математике

*Задачи исследования:*

1. Проанализировать школьные учебники и методическую литературу в соответствии с проблемой исследования.
2. Выделить разные типы задач и рассмотреть методические рекомендации по их решению; раскрыть методику изучения тригонометрических функций, уравнений в курсе математики старшей школы.
3. Разработать систему тренировочных упражнений для учащихся 10- 11 классов по подготовке к ЕГЭ.

Практической значимостью работы является то, что она может использоваться как методическое пособие для учителей школ при планировании и проведении уроков по тригонометрии, а также для учеников старших классов при подготовке к ЕГЭ.

*Структура работы:* работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка используемых источников и трех приложений. В первой главе рассматриваются теоретические сведения, связанные с тригонометрией. Вторая глава посвящена анализу материалов для проведения итоговой аттестации выпускников 11-х классов в форме ЕГЭ.

### *Основное содержание работы*

Первая глава дипломной работы называется «Теоретические основы подготовки учащихся к решению тригонометрических задач Единого государственного экзамена». В ней рассматриваются основные тригонометрические понятия и формулы, а также проводится анализ следующих учебников: Мордкович А.Г. «Алгебра и начала математического анализа» для 10 класса профильного уровня; Колягин Ю.М. «Алгебра и начала анализа» для 10-11 классов; «Алгебра и начала математического анализа» под редакцией Никольского С.М. для 10 класса. Каждый из вышеперечисленных учебников содержит индивидуальный подход авторов к изучению данной темы при наличии общей теоретической базы, используемой в этих учебниках.

Далее в работе рассматриваются основные понятия тригонометрии: понятия синуса, косинуса, тангенса и котангенса и их определения, вводятся их обозначения, рассматривается понятия радианной меры угла и угла поворота, также в 1 главе говорится о функциях синус, косинус, тангенс и котангенс числового аргумента. Рассматриваются основные формулы тригонометрии. После рассмотрения понятий синуса, косинуса, тангенса и котангенса, радианной меры угла, тригонометрических функций числового и углового аргументов авторы учебников переходят к тригонометрическим тождествам и тригонометрическим формулам, которые необходимы изучить и доказать в школьном курсе математики, в частности, для решения тригонометрических уравнений. Соотношения между основными тригонометрическими функциями синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом задаются тригонометрическими формулами. А так как связей между тригонометрическими функциями достаточно много, то этим объясняется и обилие тригонометрических формул. Одни формулы связывают тригонометрические функции одинакового угла, другие – функции кратного угла, третьи – позволяют понизить степень, четвертые – выразить все функции через тангенс половинного угла и т.д. Основные

тригонометрические тождества представляют собой равенства, устанавливающие связь между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одного угла, и позволяют находить любую из этих тригонометрических функций через известную другую. В работе представлены основные тригонометрические тождества и их доказательства. Тригонометрические формулы сложения, которые показывают, как тригонометрические функции суммы или разности двух углов выражаются через тригонометрические функции этих углов. Формулы двойного, тройного и т.д. угла (их еще называют формулами кратного угла), которые показывают, как тригонометрические функции двойных, тройных и т.д. углов ( $2\alpha, 3\alpha, \dots$ ) выражаются через тригонометрические функции одинарного угла  $\alpha$ . Также рассматриваются формулы половинного угла, показывающие, как тригонометрические функции половинного угла  $\frac{\alpha}{2}$  выражаются через косинус целого угла  $\alpha$ . Эти тригонометрические формулы следуют из формул двойного угла. Формулы понижения степени, позволяющие понижать степени тригонометрических функций до первой. Основное предназначение формул суммы и разности тригонометрических функций заключается в переходе к произведению функций, что очень полезно при упрощении тригонометрических выражений. Указанные формулы также широко используются при решении тригонометрических уравнений, так как позволяют разлагать на множители сумму и разность синусов и косинусов. Обзор основных формул тригонометрии завершается формулами, выражающими тригонометрические функции через тангенс половинного угла. Такая замена получила название универсальной тригонометрической подстановки. Ее удобство заключается в том, что все тригонометрические функции выражаются через тангенс половинного угла рационально без корней.

Далее рассматриваются методы решения тригонометрических уравнений. Рассматривается решение простейших тригонометрических

уравнений. Предварительно дается понятие простейшего тригонометрического уравнения, всегда ли оно имеет решение; выводятся формулы корней (общие и частные). Представлены примеры их решения, и в каком порядке они рассматриваются в школьных учебниках.

Также рассматриваются различные методы решения тригонометрических уравнений, в частности, метод разложения на множители, суть этого метода и правило пользования этим методом. Приведены примеры решения на использование этого метода; рассматриваются уравнения, сводимые к алгебраическим; однородные тригонометрические уравнения; уравнения, решаемые с помощью формул сложения углов и разложения произведения тригонометрических функций в сумму; уравнения, решаемые с помощью формул понижения степени; метод введения вспомогательного угла. Также приведены примеры решения тригонометрических уравнений различными методами.

Проанализировав некоторые школьные учебники, можно сказать, что авторы учебников по математике такие, как Мордкович, Колягин и Никольский довольно большое значение уделяют тригонометрии, так как она является важным аспектом изучения математики. Следует отметить, что несмотря на то что авторы рассматриваемых учебников пользуются практически одинаковым материалом, подходы этих авторов к изучению тригонометрии все-таки отличаются. Но есть и проблемы, связанные с тем, что школьная программа по математике содержит лишь самые необходимые знания, максимально упрощенные по данному разделу. Но все же этот материал, рассматриваемый в школьной программе, позволит ученикам улучшить свои навыки в решении тригонометрических заданий и будет способствовать лучшему усвоению изучаемого материала.

Вторая глава дипломной работы называется «Анализ материалов для проведения итоговой аттестации выпускников 11-х классов в форме ЕГЭ». Она включает в себя пункты, в которых анализируются материалы ЕГЭ по математике базового и профильного уровней.

Следует отметить, что в 2015 году Единый государственный экзамен по математике претерпел существенные изменения по сравнению с экзаменом 2014 года. Эти изменения касаются, прежде всего, структуры контрольно-измерительных материалов (КИМ-ов) и экзамена в целом: предполагается, что выпускник сможет выбрать один из двух вариантов экзамена — на базовом уровне (для выпускников, которым не требуется высокий балл — к ним относятся те, кто не собирается продолжать образование и те, кто собирается делать это в университетах гуманитарного направления; вариант состоит из 20 заданий с кратким ответом, продолжительность экзамена — 3 часа) или на профильном уровне (для выпускников, которые собираются поступать в высшие учебные заведения, продолжительность экзамена – 3 часа 55 минут).

В работе анализируются задания, представленные на ЕГЭ базового уровня, рассматриваются методы решения этих заданий и приводятся примеры. Рассматриваются типы заданий по кодификатору требований. Например, задания на выполнение вычислений и преобразований, проверяющие умение проводить вычисления по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции. Характеристика задания: несложная задача на вычисление значения выражения. Для решения задачи достаточно знания основных фактов и формул тригонометрии, свойств корней, степеней и логарифмов.

Во втором пункте второй главы анализируются задания, которые представлены на ЕГЭ профильного уровня. Как в первой, так и во второй части разбирается, как решать такие задания, что надо знать для их решения, приводятся примеры их решения и рассматривается методика решения таких заданий. Также во второй главе говорится об изменениях, происшедших на протяжении нескольких лет в заданиях ЕГЭ по тригонометрии.

В настоящее время в педагогической практике большое внимание уделяется вопросам подготовки учащихся к выпускным испытаниям в форме

ЕГЭ. Как сделать обучение максимально развивающим мышление, как использовать все познавательные способности учащихся, как научить их быстро ориентироваться при решении задач – это те вопросы, которые находятся в центре внимания учителей математики выпускных классов. Тем более, в свете модернизации школьного образования результатами образования являются не только знания, умения и навыки, но и сформированность различных компетенций, т. е. умение делать перенос полученных знаний в жизненные ситуации, решать эти проблемные ситуации. При решении тестовых заданий от учащихся также требуется умение анализировать, сравнивать, обобщать, проводить аналогии.

ЕГЭ по математике подразумевает решение двух задач. С одной стороны, проверку обязательного уровня усвоения выпускниками школы курса алгебры и начал анализа и, с другой стороны – отбор учащихся для последующего обучения в высших учебных заведениях. Успешность выполнения заданий на экзамене обусловлена не только хорошими знаниями по предмету, но и правильной подготовкой к этому испытанию.

Известно, что задания по тригонометрии вызывают наибольшие затруднения у обучающихся при изучении курса математики и при выполнении заданий ЕГЭ. Без хорошего понимания тригонометрии обучающимся трудно понимать некоторые разделы алгебры, геометрии и физики, а также это необходимо для дальнейшего образования в вузе. В этой связи были проанализированы результаты сдачи ЕГЭ российскими школьниками и был произведен разбор причин, которые не дают учителям математики высокого положительного результата по решению типовых тригонометрических задач в процессе подготовки к сдаче ЕГЭ. Также была предложена система упражнений для подготовки учащихся к ЕГЭ и методические рекомендации по их решению.

Таким образом, было отмечено, что положительный результат в области решения типовых тригонометрических задач может быть достигнут, если учителя математики будут, создавая хорошую базовую подготовку

обучающихся, искать новые пути в решении открывшихся перед ними проблем, активно экспериментировать, применять современные педагогические технологии, методы, приёмы, создающие благоприятные условия для эффективной самореализации и самоопределения обучающихся в новых социальных условиях.

### *Заключение*

Важным аспектом математического образования является изучение тригонометрии как автономной ветви математики. Учение о тригонометрических функциях имеет широкое применение в практике, при изучении множества физических процессов, в промышленности, и даже в медицине. В последние годы тригонометрический материал стал постепенно «выжиматься» из основной и старшей школы. Одновременно с этим он традиционно популярен при проведении всевозможных конкурсов, олимпиад, отборе математически одарённых учащихся, а уж на ЕГЭ он имеет место «от А до С», поскольку чрезвычайно удобен для усложнения. Другими словами, тригонометрический материал на практике всё более обретает характер селективного инструмента отбора. Соответственно возрастает потребность в хорошей организации обучения этому разделу. Тем самым анализ учителем возможных подходов к планированию и организации изучения тригонометрии в школе, распределению материала и выбору его сложности с учётом вида школы, предпочтений самого учителя и желаний и способностей учащихся становится чрезвычайно актуальным. Изучение тригонометрических уравнений позволяет учащимся овладеть конкретными математическими знаниями, необходимыми для применения в практической деятельности, для изучения смежных дисциплин, развития умственных способностей, умения извлекать учебную информацию, самостоятельно выполнять различные творческие работы. Учащиеся демонстрируют теоретические и практические знания о видах тригонометрических уравнений; умение решать тригонометрические уравнения разными

методами. Учатся использовать элементы причинно-следственного и структурно-функционального анализа, владеть навыками контроля и оценки своей деятельности, умением предвидеть возможные последствия своих действий.

В проделанной мною работе была достигнута цель и решены задачи, поставленные в начале дипломной работы. Были изучены основные теоретические сведения, связанные с тригонометрией, раскрыты общие методические положения в школьном курсе математики, рассмотрены задачи по тригонометрии на ЕГЭ. Были проанализированы школьные учебники, были выделены различные типы заданий на ЕГЭ как профильного, так и базового уровня, предложены методические рекомендации по их решению. Составлены конспекты уроков, которые представлены в приложениях. Данная работа может быть использована в учебном процессе учителями математики общеобразовательных школ, а также старшеклассниками при подготовке к ЕГЭ.