

Министерство образования и науки Российской Федерации  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Балашовский институт (филиал)

Кафедра математики

**Методы математического анализа при решении задач ЕГЭ**  
**АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ**

студента 4 курса 141 группы  
направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование,  
профиля Математика,  
факультета математики, экономики и информатики  
Григорьева Евгения Дмитриевича

Научный руководитель  
доцент кафедры математики,  
кандидат физико-математических наук,  
доцент \_\_\_\_\_ М. А. Ляшко  
(подпись, дата)

Зав. кафедрой математики  
кандидат педагогических наук,  
доцент \_\_\_\_\_ О.А. Фурлетова  
(подпись, дата)

**Балашов 2016**

## *Введение*

*Актуальность темы.* Математический анализ — фундаментальный раздел математики. Впервые о нем заговорили в XVII веке, когда была строго сформулирована теория бесконечно малых. Современный математический анализ состоит из теории функций, теории рядов, дифференциального и интегрального исчисления, дифференциальных уравнений и дифференциальной геометрии. Математический анализ стал выдающейся вехой в истории науки и сформировал лицо современной математики. Анализ быстро превратился в мощнейший инструмент для исследователей в области естественных наук, стал одним из двигателей научно-технической революции.

Введение элементов математического анализа в школьный курс математики вызывало споры между методистами. Одни считали, что математический анализ нужно изучать только в вузах, другие считали элементы математического анализа неотъемлемой частью школьного курса математики. В настоящее время математический анализ изучается в 10-11 классах, а пропедевтика осуществляется на всех предыдущих этапах обучения.

Задачи по математическому анализу включены в материалы ЕГЭ по математике как на базовом, так и на профильном уровне. Необходимость разработки дидактических материалов для подготовки учащихся к решению задач математического анализа при сдаче единого государственного экзамена обусловила **актуальность** данной бакалаврской работы.

**Объект исследования:** единый государственный экзамен по математике, включающий в себя задачи по математическому анализу.

**Предмет исследования:** задачи ЕГЭ по математике базового и профильного уровней, решаемые с помощью различных методов математического анализа.

**Цель исследования:** разработать систему заданий, способствующую лучшей подготовке учащихся к решению задач с использованием методов математического анализа на едином государственном экзамене.

При написании бакалаврской работы необходимо было решить следующие задачи:

- классифицировать задачи математического анализа, которые входят в ЕГЭ по математике на базовом и профильном уровнях в настоящее время;
- рассмотреть применение методов математического анализа к решению задач ЕГЭ;
- проанализировать изменения содержания контрольно-измерительных материалов с 2009 г. по настоящее время;
- разработать конспекты уроков, содержащих задания для подготовке к ЕГЭ.

**Структура работы.** Бакалаврская работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка использованных источников и приложений.

### *Основное содержание работы*

В первой главе «Задания по математическому анализу на едином государственном экзамене» освещаются цели единого государственного экзамена, основные этапы его внедрения в Российской Федерации, начиная с 1997 года, проводится анализ популярного учебника по алгебре и началам анализа для 10-11 классов под редакцией А. Г. Мордковича с точки зрения наличия элементов математического анализа, разбираются задания ЕГЭ и прототипы, решение которых предполагает использование методов математического анализа.

Первые опыты с ЕГЭ в России начали проводиться в 1997 году в различных субъектах страны, а в некоторых школах стали осуществлять эксперименты по добровольному тестированию выпускников. После присоединения России к Болонскому процессу с разделением высшего образования на бакалавриат и магистратуру возникла необходимость

введения новых способов оценки знаний школьников. ЕГЭ должен был уничтожить коррупцию в школах и вузах, а также обеспечить эффективную проверку знаний выпускников. Именно поэтому была выбрана тестовая форма экзамена, благодаря которой обеспечивается процесс эффективной и быстрой проверки. Кроме того, государственный экзамен в формате ЕГЭ должен был сделать высшее образование по-настоящему доступным для абитуриентов из регионов.

Развитие единого государственного экзамена осуществлялось в несколько условных этапов.

1 этап: 2001-2003 годы — эксперимент с ЕГЭ. Были приняты два постановления Правительства Российской Федерации: «Об организации эксперимента по введению единого государственного экзамена» от 16 февраля 2001 г. и «Об участии образовательных учреждений среднего профессионального образования в эксперименте по введению единого государственного экзамена» от 5 апреля 2002 г. Были выбраны экспериментальные регионы и государственные вузы, где впервые прошел ЕГЭ, заменивший выпускные и вступительные испытания. В 2003 г. в эксперименте приняли участие 47 регионов, причем в 11 из них выпускники сдавали ЕГЭ по всем девяти предметам школьной программы. Экзамен провели 18,5 тысяч российских школ.

2 этап: 2004-2006 годы. На этом этапе была поставлена основная цель: на протяжении трех лет решить главную проблему ЕГЭ — уменьшение нагрузки на выпускников за счет полного совмещения выпускных и вступительных экзаменов. Для этого было увеличено количество вузов, принимавших абитуриентов по результатам ЕГЭ. В 2006 ЕГЭ сдавало уже 960 тысяч школьников в 78 регионах России.

3 этап: 2007-2008 годы. В 2007 году приняты Федеральный Закон «О внесении изменений в Закон Российской Федерации «Об образовании», Федеральный закон «О высшем и послевузовском профессиональном образовании» и ст. 2 Федерального закона «О внесении изменений в

отдельные законодательные акты Российской Федерации в связи с совершенствованием разграничения полномочий».

4 этап: с 2009 г. по настоящее время ЕГЭ в РФ является обязательной формой совмещенных выпускных и вступительных испытаний. 1 января 2009 года вступили в силу поправки в законы «Об образовании» и «О высшем и послевузовском профессиональном образовании», которые провозгласили ЕГЭ обязательным для всех выпускников, независимо от того, собираются они продолжать обучение в вузе или нет. Обязательным государственный экзамен в формате ЕГЭ стал и для обучающихся в российских школах иностранных граждан, лиц без гражданства, беженцев и вынужденных переселенцев.

В 2016 г. единый государственный экзамен по математике проходит на двух различных по своей сложности и требованиям уровнях: базовом и профильном. Базовый уровень необходим для получения оценки и аттестата о среднем общем образовании, но его результаты не будут учитываться при поступлении в ВУЗ с техническим уклоном. Он разработан для учеников, которым математика необходима для общего развития, и проверяет способность решать элементарные задачи практического назначения (задачи так называемой «реальной математики»), логическое мышление, умение действовать согласно несложным алгоритмам. Экзамен на базовом уровне состоит из 20 заданий с кратким ответом, содержащихся в одной части, ответом на которые может быть число, последовательность чисел, десятичная дробь. Задание считается засчитанным, если ответ записан в бланке № 1 ответов по форме, предусмотренной прилагающей инструкцией. Результаты такого экзамена не оцениваются по 100-балльной шкале, а переведены в привычную 5-балльную систему.

Экзаменационная работа профильного ЕГЭ по математике 2016 года содержит 19 заданий и состоит из двух частей. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом, которые считаются относительно простыми. Часть 2 содержит 4 задания (9-12) повышенного

уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий (13-19) повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом. Задания 1-12 с кратким ответом проверяются компьютером, а задания 13-19 с развёрнутым решением проверяются экспертами.

Одной из ключевых дисциплин, изучаемых в старшем звене средней школы, является дисциплина «Алгебра и начала математического анализа», которая преподается на трех возможных уровнях: базовом, профильном и углубленном. К тому же существуют школы с интегрированными лекциями по основам высшей математики и олимпиадными курсами подготовки. Для всех старшеклассников знакомство с элементами математического анализа необходимо для получения общей картины мира, формирования научного мировоззрения и общечеловеческой культуры, а для тех школьников, которые желают продолжить свое обучение в высшем учебном заведении по инженерно-техническим, медицинским, экономическим и другим направлениям, является основополагающим. Задания, решаемые методами математического анализа, представлены в материалах ЕГЭ, а потому знания, полученные при освоении указанной дисциплины, являются одним из главных компонентов успешной сдачи экзамена по математике.

В бакалаврской работе анализируется содержание курса математического анализа, изучающегося в средней школе, на примере широко распространенного учебника для общеобразовательных учреждений по алгебре и началам анализа для 10-11 классов под редакцией А. Г. Мордковича, вычленяются учебные действия и навыки, необходимые для решения задач ЕГЭ методами математического анализа.

В бакалаврской работе дается подробный анализ содержания заданий № 11 и № 14 базового и соответствующих им заданий № 2 и № 7 профильного уровня, решаемых методами математического анализа, приводятся прототипы таких заданий, указываются способы решения, выявляются возможности подготовки всех без исключения учащихся к решению таких заданий на уроках. Аналогично рассматриваются задания № 12, № 15 и № 18

профильного уровня, даются рекомендации по отбору контингента учащихся, способных выполнять необходимые учебные действия, и уровню подготовки таких школьников.

Во второй главе «Задания ЕГЭ на уроках математического анализа в 10-11 классах» анализируется планирование изучения математического анализа в старшей школе, разрабатываются методические рекомендации по внедрению элементов подготовки к решению задания № 2, №7 профильного уровня, заданий № 11, №14, № 12 базового уровня в материал уроков, рекомендации по решению задач с развернутым ответом № 15 и № 18 ЕГЭ профильного уровня.

Для выполнения простых заданий необходимо научить чтению графиков реальных процессов. В этих задачах рассматриваются графики зависимостей одной величины от другой: зависимость крутящего момента двигателя от числа оборотов в минуту, зависимость температуры двигателя (разогрев) от времени и т.д., то есть графики функций. Для решения таких задач не обязательно знать терминологию, важно уметь читать график и считывать с него информацию. На данном этапе стоит обратиться к повторению математического определения функции, а также повторить исследование функции элементарными средствами (а не с помощью производной) и включить задания такого типа в уроки и контролируемые мероприятия.

При отработке навыков чтения графиков функций предлагается, глядя на график, найти область определения функции, область значений функции, нули функции, промежутки возрастания и убывания, точки максимума и минимума, наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке. При этом учащиеся повторяют терминологию, определения, применяют их для решения задач. Иногда в задачах требуется найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке. Важно обратить внимание учащихся на то, что наибольшее и наименьшее значение функции не обязательно

совпадают с экстремумами. Наибольшее и наименьшее значение функция может принимать и на концах заданного отрезка.

При чтении графиков производной и первообразной функции необходимо отработать навыки применения физического и геометрического смысла производной, освоить алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений непрерывной дифференцируемой функции на отрезке или интервале, рассмотреть связь точек максимума и минимума с производной и ее знаками, освоить алгоритм исследования функции и построения графика или эскиза графика с помощью производной. В работе приводятся примеры заданий, направленных на формирование таких навыков. Подробные решения сопровождаются иллюстрациями.

К заданию № 12 профильного уровня относятся задания на наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке и нахождение точек максимума и минимума функции. В работе сформулированы рекомендации по подготовке к решению задания № 12 тестовой части ЕГЭ профильного уровня. При этом отрабатываются как стандартные алгоритмы, так и указываются «маленькие хитрости», позволяющие выбрать правильный ответ из нескольких возможных.

Во второй главе также сделана попытка разработать методические рекомендации по подготовке учащихся к решению задач повышенного и высокого уровней сложности, к правильному и логичному оформлению решений в развернутом виде.

При написании работы использовался Открытый банк заданий ЕГЭ по математике.

### ***Заключение***

Единый государственный экзамен в Российской Федерации прошел несколько этапов становления и совершенствования. На протяжении почти 20-ти лет он претерпевал изменения содержания и целей использования, совершенствовалась законодательная база его проведения. На сегодняшний

день не существует альтернативы единому экзамену как инструменту измерения достижений выпускников и организации приема в ВУЗы.

Задания, проверяющие навыки владения методами математического анализа, являются неотъемлемой частью контрольно-измерительных материалов ЕГЭ по математике на базовом и профильном уровнях. Изучение элементов математического анализа в школьном курсе имеет несомненную важность для развития представлений учащихся о структуре математики и ее приложений. Именно умения читать графики реальных процессов, графики функций, использовать свойства производной и первообразной, применять производную при исследовании функций, в прикладных задачах являются принципиальными при формировании содержания задач ЕГЭ. В бакалаврской работе выделены темы математического анализа, изучаемые в школе, классифицированы задачи ЕГЭ с точки зрения их сложности и возможности применения методов математического анализа при их решении, рассмотрено применение методов математического анализа для решения задач ЕГЭ на базовом и профильном уровнях. В работе указано на сложности в изучении элементов математического анализа, проведен анализ учебника, составлена система задач, дающая возможность отработки навыков решения задач ЕГЭ. Все решения проиллюстрированы. Таким образом, в данной работе реализованы все поставленные цели и задачи.