Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
"САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математического анализа

МЕДИАНА

автореферат

МАГИСТЕРСКАЯ РАБОТА

студентки 3 курса 322 группы

направления **44.04.01 Педагогическое образование**

Механико-математического факультета

Матора Анастасии Андреевны

Научный руководитель

Профессор кафедры математического анализа,
доктор физико-математических наук _____ Д.В. Прохоров

подпись, дата

Заведующий кафедрой

Профессор кафедры математического анализа,
доктор физико-математических наук _____ Д.В. Прохоров

подпись, дата

Саратов 2016

Введение

Геометрия начинается с треугольника. Вот уже два тысячелетия треугольник является как бы символом геометрии, но он не символ. Треугольник - атом геометрии.

Треугольник неисчерпаем - постоянно открываются его новые свойства. Чтобы рассказать о всех известных его свойствах, необходим том сравнимый по объему с томом Большой энциклопедии. Хотелось бы рассказать о медиане треугольника и ее свойствах, а так же о применении медиан.

Сначала вспомним, что медиана треугольника - это отрезок соединяющий вершины треугольника с серединой противоположной стороны. Медианы имеют множество свойств.

Существует медианы не только треугольника, но и тетраэдра. Отрезок, соединяющий вершину тетраэдра с центроидом (точкой пересечения медиан) противолежащей грани называется медианой тетраэдра. Так же рассмотрим свойство медиан тетраэдра.

Медианы используются в математической статистике. Например, для нахождения среднего значения некоторого набора чисел.

Цель работы: ознакомить учеников с понятием «медиана» в геометрии и основными ее свойствами.

Выпускная квалификационная работа магистра представляет собой разработку электронного образовательного курса «Медиана». Данный образовательный курс предназначен для учащихся 7 - 9-х классов основного общего образования, и содержит элементы, относящиеся как к обучению на базовом уровне, так и в классах с профильной подготовкой.

Электронный образовательный курс «Медиана» – это электронный ресурс, который содержит полный комплекс учебно-методических материалов, необходимых для освоения данной темы согласно учебному плану в рамках образовательной программы, и обеспечивает все виды работы в соответствии с программой дисциплины, включая практикум, средства для

контроля качества усвоения материала, методические рекомендации для обучающегося по изучению данной темы.

Основные цели создания электронного образовательного курса:

- повышение качества обучения при реализации образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий;

- оптимизация деятельности педагогического состава, работающего с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий;

- создание электронной информационно-образовательной среды, позволяющей осуществлять индивидуальный подход в образовательном процессе.

Задачи создания электронного образовательного курса:

- соответствие единым требованиям к структуре, отдельным элементам ЭОК и технологиям обучения по нему в системе дистанционного образования Ipsilon;

- обеспечение образовательного процесса учебно-методическими и контрольно измерительными материалами по теме «Медиана», реализуемой в системе дистанционного образования Ipsilon;

- постоянное совершенствование и обновление комплекса учебно-методических материалов по данной теме.

Изучение медианы в курсе геометрии основной школы является разделом традиционным и достаточно важным во всех периодах школьного образования. В курсе геометрии 7-9-х классов данная тема является весьма актуальной, так как на рассмотренном материале, как на фундаменте, строят и изучают другие разделы геометрии. Базовые навыки и умения, которыми должен обладать учащийся перед изучением курса:

- иметь представление о простейших геометрических фигурах;

- иметь опыт непосредственного измерения, определения и сравнения длины отрезка;

- знать разнородные единицы измерения и перевод из одних единиц измерения в другие;

- уметь формулировать и доказывать теоремы.

Диагностируемые цели обучения теме «Медиана» с помощью электронного курса. Умения и навыки, которые формируются курсом.

Цель 1: приобретение учебной информации и установление интеллектуальных умений при изучении: а) понятий, б) теорем, в) типов задач.

Цель считается достигнутой, если ученик на уровнях:

базовом	*повышенном*
а) обладает понятиями: «определение «Медиана», «свойства медиан», «теорема»; б) создает знаковую модель теоремы с использованием курса, карточек с пропусками; в) сравнивает решение однотипных задач базового уровня сложности, классифицирует эти задачи, используя помощь.	а) составляет блок – схему доказательства теорем; в) составляет приемы решения типов задач самостоятельно или по плану.

Цель 2: контроль усвоения теоретических знаний при работе: а) с геометрическими понятиями; б) с теоремами; в) с типами и классами задач.

Цель считается достигнутой, если ученик на уровнях:

базовом	*повышенном*
а) формулирует определения медианы, приводит примеры; перечисляет свойства, формулирует теоремы; б) заполняет пропуски в доказательстве, используя готовую схему; переходит от одной модели теоремы к другой; в) решает задачи базового уровня сложности.	а) описывает основную идею доказательства; указывает область применения теорем; описывает способы рассуждений на этапах “открытия”, поиска доказательства теорем; б)решает задачи повышенного уровня сложности.

Цель 3: применение знаний и интеллектуальных умений при решении геометрических и учебных задач.

Цель считается достигнутой, если ученик на уровнях:

базовом	*повышенном*
решает задачи своего уровня сложности, составляет задачи: по готовому чертежу и требованию, по неполному условию и требованию, по условию без требования, аналогичные, обратные задачи и решает их, используя помощь.	

Цель 4: формирование коммуникативных умений через включение в групповую работу; взаимопомощь, рецензирование ответов, организацию взаимоконтроля и взаимопроверки на всех уровнях.

Цель считается достигнутой, если ученик:

а) работая в группе, оказывает помощь, рецензируют ответы товарищей по выполненным заданиям предыдущих уровней с обоснованием, организует взаимоконтроль; б) оказывает помощь работающим на предыдущих уровнях; в) составляет контрольную работу в соответствии со своим уровнем освоения темы.

Цель 5: формирование организационных умений (целеполагание, планирование, реализация плана, саморегуляция универсальных познавательных действий).

Цель считается достигнутой, если ученик:

формулирует цели своей учебной деятельности; б) выбирает задачи и решает их; в) осуществляет самопроверку; г) составляет контрольную работу для своего уровня усвоения; д) оценивает свою итоговую деятельность по данным объективным критериям; по собственным критериям, сравнивая их с объективными критериями; е) делает выводы о дальнейших действиях, планирует коррекцию учебной познавательной деятельности.

В целом, успешное освоение данного электронного образовательного курса окажет помощь при сдаче Основного государственного экзамена (ОГЭ) и Единого государственного экзамена (ЕГЭ).

Структура электронного образовательного курса

Рекомендую следующий порядок изучения данного электронного курса. Сначала необходимо ознакомиться с модулем 1 «Введение». Учитывая то, что данный модуль носит ознакомительный характер, можно сразу приступить к изучению модуля 2 «Теоретическая часть». Данный модуль довольно громоздкий, поэтому осваивать его нужно постепенно. Сначала необходимо изучить разделы, связанные с признаками и свойствами медианы. Материал первых двух разделов данного модуля частично имеется в учебниках геометрии. После изучения данных разделов можно обратьcя к модулю 3 «контрольные вопросы» и решение задач базового уровня

сложности – это модуль 4. Каждая задача данного уровня будет оцениваться в 2 балла. Модуль считается успешно пройденным, если учащийся набрал от 20 до 22 баллов. Такое количество баллов можно приравнять к оценке «5». Если учащийся набрал от 16 до 20 баллов, это говорит о менее успешном освоении модуля и приравнивается к оценке «4», от 12 до 16 баллов – это оценка «3». Наконец, если набрано менее 12 баллов, значит, есть необходимость снова вернуться к изучению теоретической части.

Когда задания базового уровня сложности не будут вызывать затруднений, можно сразу приступать к модулю 5 «Тренировочные задачи повышенногоуровня сложности». Таких задач 5 и за верное решение одной задачи можно получить 3 балла, таким образом, максимальное количество баллов по данному модулю – 15. Минимальное количество баллов, которое будет свидетельствовать о прохождении данного модуля – это 9 баллов (3 задач). Соответственно, 9 баллов – это оценка «3», 12 баллов – это оценка «4», 15 баллов – это оценка «5». Перевод в оценку необходим для самоконтроля, поэтому, если учащийся набрал менее 9 баллов и получил оценку «2», необходимо снова обратиться к теоретическому материалу.

В целом по всем трем модулям: минимальный балл, свидетельствующий о прохождении всех модулей – 21 баллов, максимальный балл – 37 балл. На освоение данного электронного образовательного курса в среднем можно затратить неделю. Необходимо учитывать уровень знаний учащихся, и в каком классе предлагается прохождение данного курса.

1. Медианы треугольника и их свойства

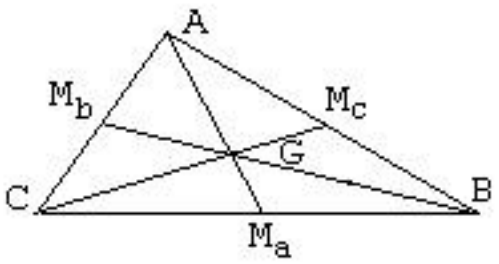

Рис.1

Как известно, медианами треугольника называются отрезки, соединяющие его вершины с серединами противоположных сторон. Все три медианы пересекаются в одной точке и делятся ею в отношении 1:2.

Точка пересечения медиан является также центром тяжести треугольника. Если подвесить картонный треугольник в точке пересечения его медиан, то он будет находиться в состоянии равновесия

Любопытно, что все шесть треугольников, на которые всякий треугольник разбивается своими медианами, имеют одинаковые площади.

Обозначим длину медиан AM_a, BM_b, CM_c как m_a, m_b, m_c.

Рассмотрим некоторые свойства:

1. Медианы треугольника через его стороны выражаются так:

$$m_a = \frac{1}{2}\sqrt{2c^2 + 2b^2 - a^2},$$

$$m_b = \frac{1}{2}\sqrt{2c^2 + 2a^2 - b^2},$$

$$m_c = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}.$$

2. Если две медианы перпендикулярны, то сумма квадратов сторон, на которые они опущены, в 5 раз больше квадрата третьей стороны.

3. Сумма квадратов медиан произвольного треугольника в раза меньше суммы квадратов его сторон:

$$m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$$

4. Большей стороне треугольника соответствует меньшая медиана.

2. Свойство медианы в равнобедренном треугольнике

Теорема. В равнобедренном треугольнике, медиана, проведенная к основанию является, биссектрисой и высотой.

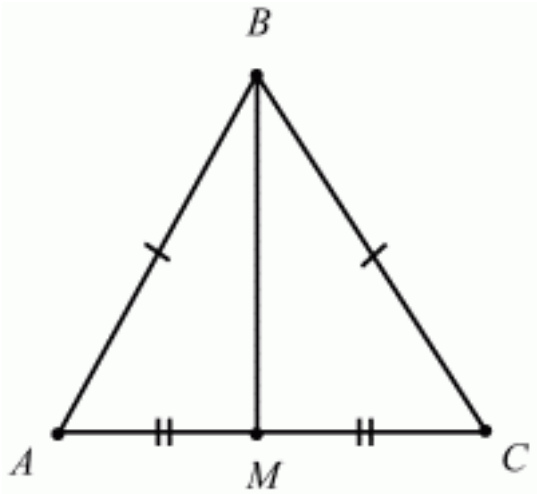

Рис.2

Доказательство. Пусть ABC – равнобедренный треугольник, а CM медиана, проведенная к основанию AB этого треугольника.

Треугольники ABM и CBM равны по первому признаку равенства треугольников, так как AB = BC – так как ABC равнобедренный, AM = CM – так как BM – медиана и разбивает основание AC пополам, < BAM =< BCM – так как ABC равнобедренный.

Из равенства треугольников следует:

1) Так как < ABM = < CBM, то BM – биссектриса;

2) Так как <AMB = <CMB и эти углы смежные, то они по 90° и CM – высота.

Теорема доказана.

3. Свойства медианы в прямоугольном треугольнике.

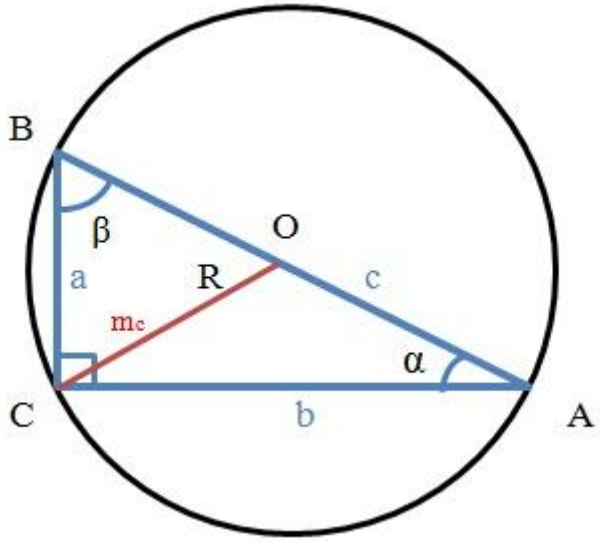

Рис. 3

Обозначения:

a, b - катеты прямоугольного треугольника

c - гипотенуза прямоугольного треугольника

Если обозначить треугольник, как ABC, то

BC = a

AC = b

AB = c

(то есть стороны a,b,c - являются противолежащими соответствующим углам)

m_a - медиана, проведенная к катету a

m_b - медиана, проведенная к катету b

m_c - медиана прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе c

α (альфа) - угол CAB, противолежащий стороне a

Свойства медиан в прямоугольном треугольнике:

1. В прямоугольном треугольнике сумма квадратов медиан, опущенных на катеты прямоугольного треугольника равна пяти квадратам медианы, опущенной на гипотенузу.

$$m_a^2 + m_b^2 = 5m_c^2 = \frac{5}{4}c^2$$

2. Медиана, опущенная на гипотенузу прямоугольного треугольника равна половине гипотенузы.

$$m_c = \frac{1}{2}c$$

3. Медиана, опущенная на гипотенузу прямоугольного треугольника, равна радиусу окружности, описанной вокруг данного прямоугольника треугольника

$$m_c = \frac{1}{2}c = R$$

4. Медиана, опущенная на гипотенузу, равна половине корня квадратного из суммы квадратов катетов

$$m_c = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2}$$

5. Медиана, опущеннаянагипотенузу, равначастному от деления длины катета на два синуса противолежащего катета острого угла

$$m_c = \frac{a}{2sina}$$

6. Медиана, опущеннаянагипотенузу, равначастному от деления длины катета на два косинуса прилежащего катета острого угла

$$m_c = \frac{a}{2cosa}$$

7. Сумма квадратов сторон прямоугольного треугольника равна восьми квадратам медианы, опущенной на его гипотенузу

$$a^2 + b^2 + c^2 = 8m_c^2$$

Заключение

Подводя итоги, следует сказать, что медиана является важной составляющей треугольника.

Пройденный учениками предлагаемый материал будет способствовать более успешному прохождению последующего материала, а практическая часть, подкрепляющая теоретическую, решению соответствующих задач. Практические задания разделены на основную группу, рассчитанную на основную массу учеников, и задачи повышенной сложности, для углубленного изучения пройденного материала.

Список используемой литературы

1. Кукарцева Г.И. Сборник задач по геометрии в рисунках и тестах. 7-9 класс.Г.И. Кукарцева. «Аквариум», ГИППВ,2004 г.
2. Фарков А.В.Контрольные работы, тесты, диктанты по геометрии. А.В.Фарков, «Экзамен», Москва, 2009 г.
3. Ковалева Г.И., Мазурова Н.И.Геометрия 7-9 классы. Тесты для текущего и обобщающего контроля. Г.И.Ковалева, Н.И.Мазурова, «Учитель», Волгоград, 2009 г.
4. Балаян Э.Н.Геометрия. Задачи на готовых чертежах для 7-9 классов. Э.Н.Балаян, «Феникс», Ростов - на- Дону, 2006 г.
5. Короткова Л.М., Савинцева Н.В.Тесты. Геометрия. Дидактические материалы. 6 класс. Л.М.Короткова, Н.В.Савинцева, «Айрис Пресс», Москва, 2004 г.
6. Короткова Л.М., Савинцева Н.В.Тесты. Геометрия. Дидактические материалы. 7 класс. Л.М.Короткова, Н.В.Савинцева, «Айрис Пресс», Москва, 2004 г.
7. Короткова Л.М., Савинцева Н.В.Тесты. Геометрия. Дидактические материалы. 8 класс. Л.М.Короткова, Н.В.Савинцева, «Айрис Пресс», Москва, 2004 г.
8. Понарин Я. П. Элементарная геометрия. В 2 тт. — М.: МЦНМО, 2004.

9. Мельникова Н.Б., Захарова Г.А., Дидактические материалы по геометрии 6 класс. Н.Б. Мельникова, Г.А. Захарова, «Экзамен» - Москва, 2013 г.

10.Мельникова Н.Б., Захарова Г.А., Дидактические материалы по геометрии 7 класс. Н.Б. Мельникова, Г.А. Захарова, «Экзамен» - Москва, 2013 г.

11.Мельникова Н.Б., Захарова Г.А., Дидактические материалы по геометрии 8 класс. Н.Б. Мельникова, Г.А. Захарова, «Экзамен» - Москва, 2013 г.

12.Зив Б.Г.,Дидактические материалы по геометрии 6 класс. Б.Г. Зив, «Просвещение» - Москва, 2009 г.

13.Зив Б.Г.,Дидактические материалы по геометрии 7 класс. Б.Г. Зив, «Просвещение» - Москва, 2009 г.

14.Зив Б.Г.,Дидактические материалы по геометрии 9 класс. Б.Г. Зив, «Просвещение» - Москва, 2009 г.

15.Коган Б. Ю., Приложение механики к геометрии.Б. Ю. Коган, «Наука» - Москва, 1965 г.

16.МатизенВ. Э.,Равногранные и каркасные тетраэдры «Квант» № 7,В. Э. Матизен 1983 г.

17.МякишевА.Г., Элементы геометрии треугольника.А. Г. Мякишев, МЦНМО - Москва, 2002 г.

18.Моденов П.С. Задачи по геометрии, П.С. Моденов, Наука - Москва, 1979 г.

19.Понарин Я. П. Элементарная геометрия. В 2 тт. — М.: МЦНМО, 2004.

20. АтанасянЛ.С., БутузовВ.Ф., КадомцевС.Б., Геометрия 7-9: учебник для общеобразовательных учреждений, Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др. — 15-е изд., Просвещение - Москва, 2005 г.